

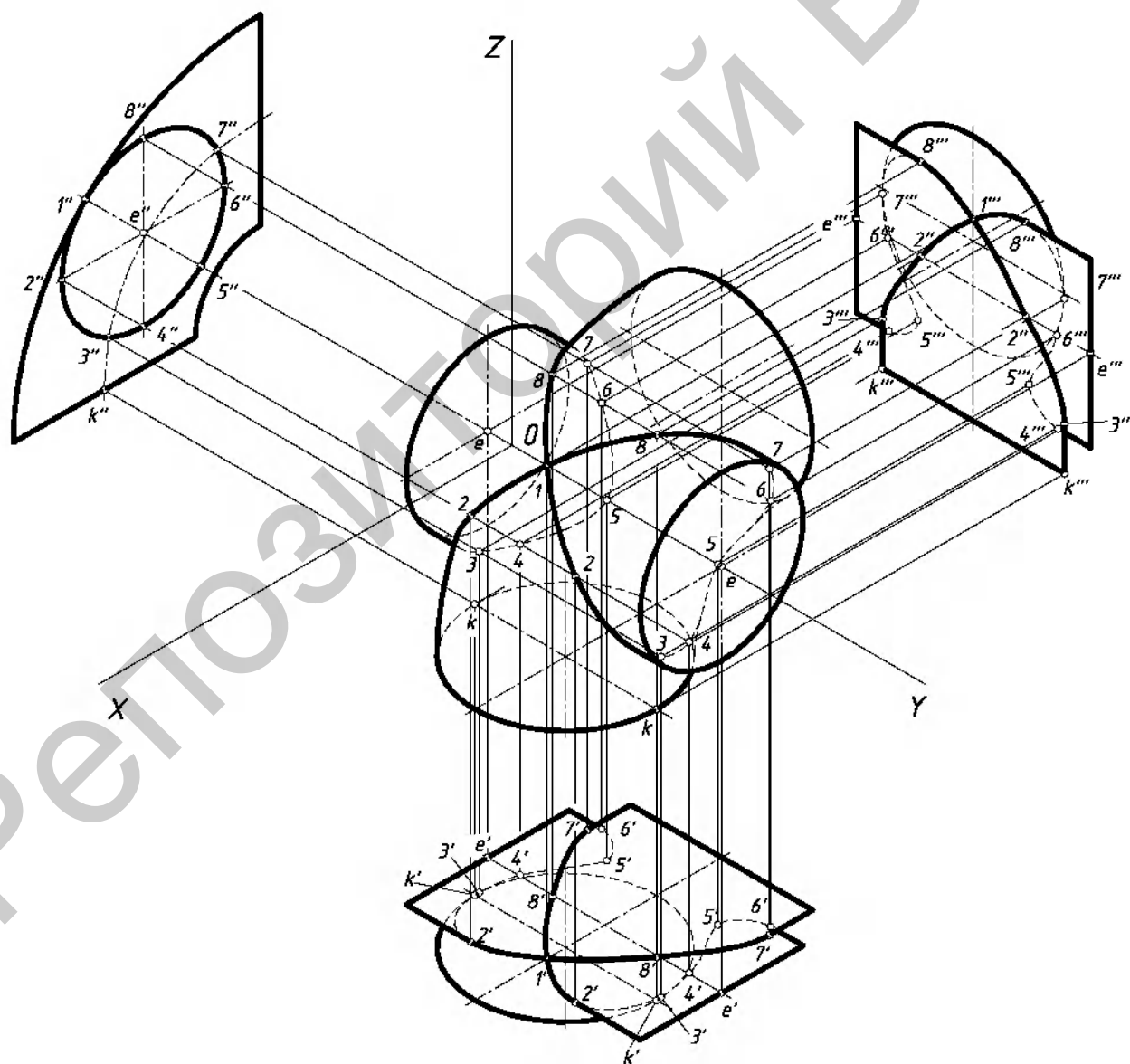


Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Инженерная графика машиностроительного профиля»

Е.И. БЕЛЯКОВА
П.В. ЗЕЛЁНЫЙ

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ. КРАТКИЙ КУРС ПО ТЕМАМ ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ



Минск 2010

Е.И. БЕЛЯКОВА

П.В. ЗЕЛЁНЫЙ

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ.
КРАТКИЙ КУРС ПО ТЕМАМ
ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

*Допущено Министерством образования Республики Беларусь
в качестве учебного пособия для студентов
высших учебных заведений по техническим специальностям*

Под редакцией П.В. Зелёного

УДК 514.18 (075.8)
ББК 22.151.3я7
Б 44

Рецензенты:

кафедра «Инженерная графика» БГТУ, канд. техн. наук, зав. кафедрой *Н.И. Жарков*,
канд. техн. наук, доцент кафедры
«Инженерная графика» БГУИР *В.А. Столер*

Белякова, Е.И.

Б 44 Начертательная геометрия. Краткий курс по темам графических работ: учебное пособие / Е.И. Белякова, П.В. Зелёный; под ред. П.В. Зелёного. – Минск: БНТУ, 2010. – 229 с.

ISBN 978-985-479-991-9.

Краткий курс начертательной геометрии по темам индивидуальных графических работ содержит помимо необходимого теоретического материала методические указания для самостоятельного их выполнения студентами заочной формы обучения, исходные данные графических работ по 30 вариантам в табличной форме и примеры выполнения каждой графической работы. Разработанные по темам начертательной геометрии графические алгоритмы (последовательные графические действия) для решения практических задач позволят дисциплинировать логическое мышление и развивать пространственное воображение, которые необходимы для усвоения предлагаемого краткого курса и приобретения навыков самостоятельного решения различных задач.

УДК 514.18 (075.8)
ББК 22.151.3я7

ISBN 978-985-479-991-9

© Белякова Е.И., Зелёный П.В., 2010
© БНТУ, 2010

ВВЕДЕНИЕ

Начертательная геометрия является основополагающим разделом учебной дисциплины «Инженерная графика», входящей в цикл общенаучных и общепрофессиональных предметных курсов подготовки специалистов в высшей технической школе по большинству направлений образования профиля 1 «Техника и технологии», по направлению образования 27 «Экономика и организация производства», по группам специальностей 02 06 «Преподавание технологий» и 08 01 «Профессиональное образование» согласно учебной программе, утвержденной в качестве типовой Министерством образования Республики Беларусь от 02.12.2003 года для высших учебных заведений инженерного профиля.

Начертательная геометрия является теоретической и практической основой общей графической подготовки технических специалистов. Изучение начертательной геометрии начинается на первом курсе в первом семестре. Последующие разделы инженерной графики – «Проекционное черчение», «Машиностроительное черчение» и «Компьютерная графика и моделирование» – изучаются далее в последовательном порядке и, как правило, в следующих учебных семестрах, но могут совмещаться с начертательной геометрией в зависимости от количества учебных часов, отведенных на весь курс инженерной графики.

Знания, умения и навыки при выполнении и чтении чертежей, знание способов решения различных пространственных задач на плоскости чертежа (или на дисплее компьютера), приобретенные при изучении курса начертательной геометрии, необходимы для усвоения как последующих общеинженерных и специальных технических дисциплин, так и для успешной профессиональной деятельности.

Авторы приносят благодарность за оказанную помощь при оформлении средствами компьютерной графики разработанных графических условий индивидуальных заданий и некоторых текстовых рисунков сотрудникам кафедры «Инженерная графика машиностроительного профиля» Белорусского национального технического университета: Т.В. Дорогокупец (условия к задачам 1–6), В.Н. Степаненкову (образцы выполнения заданий), О.К. Щербаковой (шрифт, корректировка рисунков), а также О.П. Зелёной (корректировка и перевод всех графических изображений из AutoCAD в Word) и студентам автотракторного факультета БНТУ: Р.М. Алиевичу, А.А. Бобко, Д.В. Гинетову, М.В. Гришелю, М.Н. Ефременко, А.О. Комарову, А.Е. Маркевичу, В.С. Слепец, С.А. Филипповичу.

1. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Учебные задачи начертательной геометрии

Начертательная геометрия как наука сформировалась к концу XVIII века, когда французский общественный деятель, ученый и гениальный геометр Гаспар Монж (1746–1818 гг.) впервые опубликовал в 1775 году курс лекций по начертательной геометрии для студентов Парижской политехнической школы (*Geometrie descriptive*). С тех пор начертательная геометрия, без которой невозможно образование специалистов инженерного профиля, входит как учебная дисциплина в учебные программы технических вузов.

В России начертательная геометрия стала предметом преподавания с 1810 года, когда ее впервые ввели в учебную программу Петербургского института корпуса инженеров путей сообщения.

Предметом начертательной геометрии является научная разработка и обоснование, теоретическое и практическое изучение способов графического построения изображений пространственных форм на плоскости и графических способов решения различных позиционных и метрических задач.

Способы построения изображений предметов на чертеже по методу проекций (методу Г. Монжа), изучаемые в начертательной геометрии, позволяют по чертежу создавать пространственные образы предметов, определять их взаимное расположение и размеры, исследовать и моделировать различные технические формы и конструкции. Начертательная геометрия развивает пространственное мышление, необходимое для профессиональной деятельности инженера при решении различных технических задач и выполнении чертежей. Особое значение она приобретает на современном этапе перехода на компьютерное моделирование и автоматизированное выполнение чертежей, поскольку программное обеспечение здесь основано на теоретических положениях, понятиях и способах решения различных задач, данных и изучаемых исключительно в начертательной геометрии.

Учебные задачи данного курса начертательной геометрии заключаются в следующем:

- усвоить правила построения изображений пространственных форм на чертеже;
- усвоить графические способы решения различных практических позиционных и метрических задач;
- развить навыки создания пространственных образов предметов на основе логического анализа их изображений, т.е. развить пространственное мышление;
- научиться применять методы и понятия начертательной геометрии в решении различных задач геометрического конструирования в практике автоматизированного выполнения чертежей и компьютерного трехмерного моделирования.

1.2. Тематический план курса начертательной геометрии

Изложение тем начертательной геометрии в данном учебном пособии выполняется в порядке, данном в базовом учебнике «Начертательная геометрия»

В.О. Гордона [5–7] и принятом практически во всех других изданных учебниках (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Перечень тем графических работ

Наименование темы	Графическая работа №. Лист №. Задачи №
1	2
1. Введение в предмет. Образование проекционного чертежа по методу Г. Монжа. Метод проекций: – предмет начертательной геометрии; – образование проекций; проекции центральные и параллельные	
2. Точка и прямая линия: – ортогональные (прямоугольные) проекции точки и прямой в системе двух (H и V) и трех (H, V и W) плоскостей проекций; – возможные расположения прямой относительно плоскостей проекций (прямые общего и частного положений) и характерные признаки прямых на чертеже; – точка на прямой; – следы прямой; – построение на чертеже натуральной величины отрезка прямой общего положения и углов ее наклона к плоскостям проекций H и V; – взаимное положение двух прямых и их характерные признаки на чертеже; – о проекциях плоских углов; теорема о проекции прямого угла	
3. Плоскость: – различные способы задания плоскости на чертеже; – понятие о следах плоскости; – точка и прямая в плоскости – теоремы о принадлежности; – прямые особого положения в плоскости – горизонталь, фронталь, линия наибольшего ската плоскости; – возможные положения плоскости относительно плоскостей проекций – плоскости общего и частного положений (проецирующие и плоскости уровня); – взаимное положение двух плоскостей, прямой линии и плоскости; – признак параллельности двух плоскостей и построение взаимно параллельных плоскостей на чертеже; – построение точки пересечения прямой общего положения с плоскостью общего положения; – построение линии пересечения двух плоскостей общего положения по точкам пересечения прямой общего положения с плоскостью общего положения; – перпендикулярность прямой и плоскости, двух плоскостей (частные случаи взаимного расположения): построение перпендикуляра к плоскости или плоскости, перпендикулярной к прямой; – определение величин углов между прямой и плоскостью, двумя плоскостями	Графическая работа 1 Лист 1 Задача 1 и 2
	Графическая работа 2 Лист 2 Задачи 3 и 4

1	2
4. Способы преобразования чертежа: – сущность способов преобразования чертежа; – способ замены плоскостей проекций; – способ вращения вокруг проецирующей оси; – способ плоскопараллельного перемещения; – способ вращения вокруг линий уровня	Графическая работа 3 Лист 3 Задачи 5 и 6
5. Поверхности: многогранники. Геометрические тела – призма и пирамида: – понятие о многогранниках; – построение проекций призмы и пирамиды; – сечение поверхностей призмы и пирамиды плоскостями частного положения	Графическая работа 4 Лист 4 Задачи 7 и 8
6. Кривые линии и поверхности. 6.1*. Кривые линии: – общие сведения о кривых линиях; – плоские кривые линии; – пространственные кривые – цилиндрические и конические винтовые линии. 6.2*. Кривые поверхности: – обзор некоторых кривых поверхностей, их задание и изображение на чертеже; – винтовые поверхности (прямой и косой геликоиды)	
7. Поверхности вращения: – образование; – общие понятия и определения. Геометрические тела – цилиндр и конус: – проекции прямого кругового цилиндра и прямого кругового конуса; – сечение поверхностей цилиндра и конуса плоскостями частного положения, конические сечения. Геометрические тела – шар и тор: – проекции шара и открытого тора; – сечение поверхностей шара и тора плоскостями частного положения	Графическая работа 5 Лист 5 Задачи 9 и 10
8*. Касательные плоскости: – построение плоскостей, касательных к поверхностям геометрических тел	Графическая работа 6 Лист 6 Задачи 11 и 12
9. Комбинированные поверхности: – построение проекций комбинированных тел, поверхности которых образованы геометрическими телами со срезами плоскостями частного положения и отверстиями цилиндрической или призматической формы	Графическая работа 7 Лист 7 Задача 13
10. Пересечение поверхностей плоскостью общего положения и прямой линией*: – определение натуральной величины сечения способом замены плоскостей проекций; – построение точек пересечения прямой линии с поверхностью*	Графическая работа 8 Лист 8 Задача 14

1	2
11. Пересечение поверхностей: – сущность линии пересечения двух поверхностей. 11.1. Частные случаи пересечения поверхностей: – пересечение геометрических образов, имеющих относительно какой-либо плоскости проекций проецирующие боковые поверхности (прямая призма и прямой цилиндр); – пересечение геометрических образов, из которых один имеет боковую проецирующую поверхность; – соосные поверхности; – пересечение поверхностей вращения второго порядка, описанных или вписанных в сферу (теорема Г. Монжа). 11.2. Общие случаи пересечения двух поверхностей и способы построения линии пересечения: – способ вспомогательных секущих плоскостей; – способ концентрических сфер; – способ эксцентрических сфер	Графическая работа 9 Лист 9 Задачи 15 и 16
12. Развертки поверхностей: – развертки многогранников: развертка призмы способами нормального сечения и раскатки, развертка пирамиды по натуральным величинам боковых граней или ребер; – развертки цилиндрической и конической поверхностей	Графическая работа 10 Лист 10 Задача 17
13. Аксонометрические проекции: – общие сведения; – стандартные аксонометрические проекции ГОСТ 2.317-69; – прямоугольная изометрия; – прямоугольная диметрия; – косоугольная диметрия	Графическая работа 11 Лист 11 Задача 18 Лист 12 Задача 19
14*. Введение в компьютерное графическое моделирование: – понятие о компьютерной графике; – типы систем графики (растровая, векторная); – анимационные системы; – типы компьютерных моделей; – решение геометрических, инженерных и исследовательских задач методами компьютерного моделирования	

Примечание: теоретический материал, отмеченный знаком «*», не изложен в настоящем пособии, поэтому его следует изучить САМОСТОЯТЕЛЬНО по учебникам начертательной геометрии, а последний раздел – по учебникам компьютерной графики (см. список литературы).

К учебному пособию разрабатывается и будет издан дополнительный сборник задач (практикум), предназначенный для самостоятельного и обязательного решения студентами заочного отделения, в котором даны задачи по всем темам начертательной геометрии, в том числе и по темам, не включенным в данное пособие. Альбом практикума с решенными задачами нужно будет представить на экзамен.

1.3. Общие методические рекомендации к изучению курса начертательной геометрии

Для изучения начертательной геометрии необходимо ознакомиться с данной в учебном пособии программой курса, количеством задач в контрольной работе по темам курса, приобрести учебную литературу (см. список литературы) и инструменты для выполнения чертежей (карандаши, линейки, лекала, циркуль, ластик), продумать план самостоятельной работы над теоретическим материалом и выполнением практических индивидуальных заданий.

При изучении начертательной геометрии следует придерживаться следующих общих указаний.

1. Изучать и усваивать теоретический материал последовательно; запоминать применяемую терминологию и понятия, формулировки теорем.

2. Обязательно проработать и усвоить графическое решение всех задач, данных в качестве примеров в каждой теме начертательной геометрии. Это поможет понять теоретический материал и решить индивидуальные задания.

3. Полезно прибегать к моделированию изучаемых геометрических сочетаний и форм – сделать, например, модель системы трех взаимно перпендикулярных плоскостей проекций H , V и W ; изучить на такой модели возможные положения прямых и плоскостей относительно плоскостей проекций; выполнить модели по темам «Поверхности» (из подручных материалов), преобразование чертежа и т.д. Опора на пространственные модели поможет быстрее установить логическую связь между пространственной формой и чертежом, развить пространственное воображение и мышление.

Если в процессе изучения курса возникнут трудности, студент вправе обратиться за письменной или устной консультацией на кафедру инженерной графики университета к своему преподавателю-рецензенту.

2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ И ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НА РЕЦЕНЗИРОВАНИЕ ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

2.1. Перечень графических работ для самостоятельного изучения курса

Для усвоения курса начертательной геометрии студенты заочной формы обучения по основным темам дисциплины выполняют контрольную работу. Краткое содержание ее задач, сгруппированных по темам в графические работы, приведено в табл. 2.1. Контрольная работа – это комплект чертежей решенных индивидуальных задач, текстовые и графические условия которых представлены в вариантах по каждой теме в настоящем издании. Задачи выполняются по две или одной на отдельных листах белой бумаги в соответствии с образцами их выполнения и оформления, приведенных в пособии. Чертежи решенных задач выполняются в натуральном масштабе М1:1 (ГОСТ 2.302-68 «Масштабы») в карандаше с использованием линий, установленных ГОСТ 2.303-68 «Линии».

По курсу начертательной геометрии выполняется ОДНА контрольная работа, которая содержит 12 листов формата А3 с 19 решенными задачами. Допускается присылать контрольную работу по частям в два этапа (по 6 листов каждый).

Таблица 2.1

Содержание задач графических работ

Номер листа графической работы. Тема	Номер задачи	Содержание задач
1	2	3
Лист 1 Тема: прямая и плоскость	Задача 1	Построить по заданному условию проекции плоской фигуры: варианты 1–15 – проекции ромба; варианты 16–30 – проекции квадрата
	Задача 2	Построить по заданному условию проекции линии пересечения двух плоскостей общего положения: варианты 1–15 – пересечение двух треугольников; варианты 16–30 – пересечение треугольника и параллелограмма
Лист 2 Тема: перпендикулярность	Задача 3	Варианты 1–15 – построить по заданному основанию проекции прямой призмы. Варианты 16–30 – построить проекции сферы $R35$ мм, касательной заданной плоскости в точке D
	Задача 4	Варианты 1–15 – определить радиус шара с центром в заданной точке O , касательного к заданной плоскости. Варианты 16–30 – построить ортогональные проекции отрезка на заданную плоскость
Лист 3 Тема: преобразование чертежа	Задача 5	Варианты 1–15 – построить центр окружности, описанной вокруг заданного треугольника. Варианты 16–30 – определить центр сферы $R20$, вписанной в заданный угол ABC . Задачу решать способом замены плоскостей проекций
	Задача 6	Варианты 1–15 – определить натуральную величину заданного треугольника (координаты точек из задачи 5). Варианты 16–30 – определить натуральную величину угла ABC (координаты точек из задачи 5). Задачу решать способом вращения вокруг прямой уровня
Лист 4 Тема: гранные поверхности	Задача 7	Построить по заданному условию проекции прямой правильной призмы со срезами плоскостями частного положения
	Задача 8	Построить по заданному условию проекции правильной пирамиды со срезами плоскостями частного положения

1	2	3
Лист 5 Тема: поверхности вращения	Задача 9	Построить по заданному условию проекции прямого кругового цилиндра со срезами плоскостями частного положения
	Задача 10	Построить по заданному условию проекции прямого кругового конуса со срезами плоскостями частного положения
Лист 6 Тема: поверхности вращения	Задача 11	Построить по заданному условию проекции шара со срезами плоскостями частного положения
	Задача 12	Построить по заданному условию проекции тора со срезами плоскостями частного положения
Лист 7 Тема: поверхности	Задача 13	Построить по заданному условию проекции комбинированного тела
Лист 8 Тема: преобразование чертежа	Задача 14	Построить способом замены плоскостей проекций натуральную величину сечения заданного геометрического тела плоскостью общего положения
Лист 9 Тема: пересечение поверхностей	Задача 15	Построить способом вспомогательных секущих плоскостей проекции линии пересечения поверхностей на двух заданных проекциях
	Задача 16	Построить способом вспомогательных концентрических или эксцентрических сфер проекции линии пересечения поверхностей на двух заданных проекциях
Лист 10 Тема: развертки	Задача 17	Построить полную развертку поверхности пирамиды по условию, данному в задаче 8 (лист 4)
Листы 11 и 12 Тема: аксонометрическ ое проекции	Задача 18	Построить прямоугольную или косоугольную аксонометрическую проекцию пирамиды по условию, данному в задаче 8 (лист 4)
	Задача 19	Построить прямоугольную изометрию цилиндра по условию, данному в задаче 9 (лист 5)

2.2. Оформление и представление графических работ

Каждый лист контрольной работы с решенными в соответствии с образцами индивидуальных графических работ задачами выполнять на стандартных листах формата А3 (ГОСТ 2.301-68. Форматы) с размерами сторон внешней рамки 420×297 мм. Оформление листа формата А3 показано на рис. 2.1.

К каждой задаче листов 1, 2 и 3 контрольной работы следует приложить на листах писчей бумаги краткий план решения задач в виде текстового алгоритма, выполненного чертежным шрифтом (или компьютерную распечатку чертежным шрифтом).

Выполнить основную надпись, разработанную кафедрой для заданий по начертательной геометрии, которая располагается в правом нижнем углу формата и примыкает к линиям внутренней рамки формата. Размеры и пример заполнения основной надписи даны на рис. 2.2.

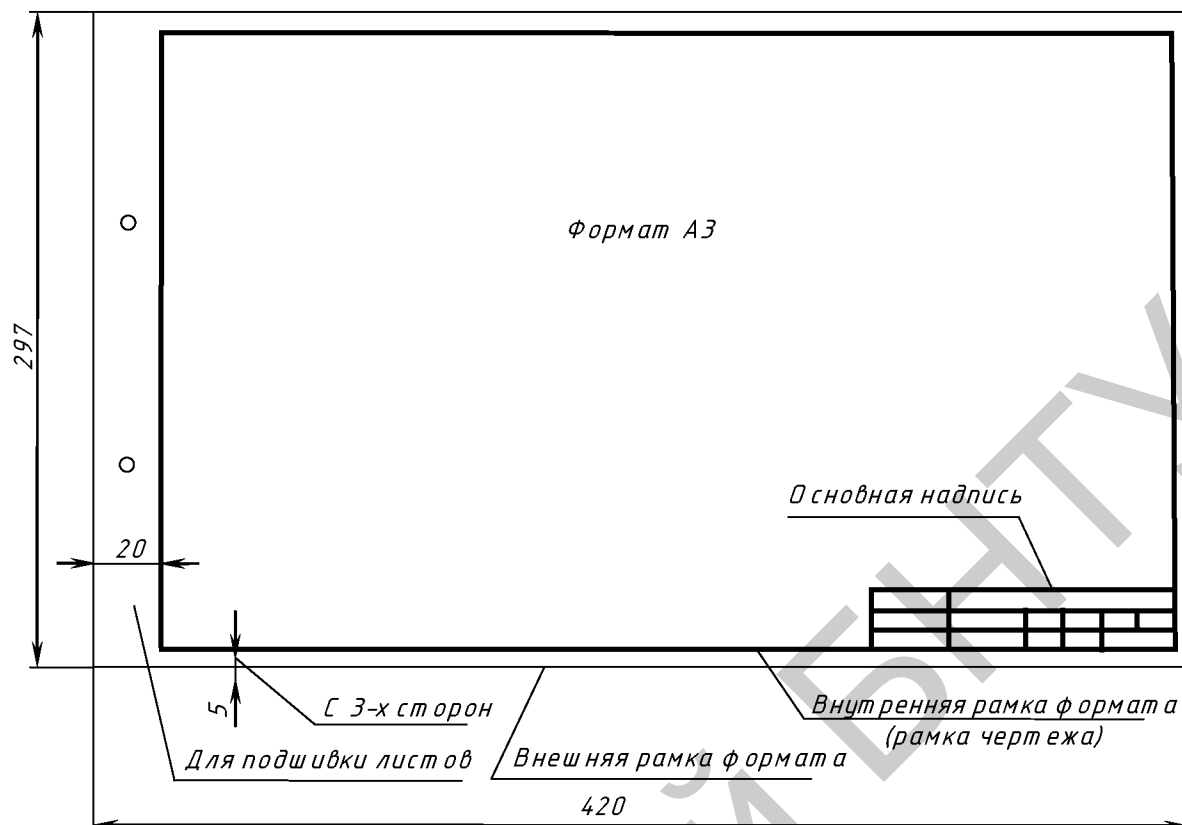


Рис. 2.1



Рис. 2.2

Для выполнения текста основной надписи следует использовать стандартный чертежный шрифт № 7 и № 5 типа Б (ГОСТ 2.304-81. Шрифты чертежные). На листе формата А4 чертежной бумаги выполнить **титульный лист** и оформить в соответствии с рис. 2.3.

Шрифт №5

Шрифт №7

Шрифт №10

Белорусский национальный технический университет

(факультет)

Кафедра

"Инженерная графика машиностроительного профиля"

Контрольная работа №1 по начертательной геометрии

Дисциплина: "Инженерная графика"

Выполнил студент: _____
(фамилия, имя, отчество студента)

Группа: _____
(№ группы, шрифт)

Адрес: _____
(домашний почтовый адрес студента)

Рецензент: _____
(фамилия, имя, отчество преподавателя)

Отметки о рецензировании:

Дата	Заключение преподавателя	Подпись преподавателя

Минск 2008

Рис. 2.3

Для выполнения надписей на титульном листе также использовать прямой или наклонный чертежный шрифт № 5, 7 и 10 типа Б (широкий).

Титульный лист можно выполнять в компьютерном варианте на листе формата А4 писчей бумаги (обязательно использовать стандартный чертежный шрифт ГОСТ 2.304-81).

Выполненные листы контрольной работы с первым титульным листом сшить в альбом папкой формата А4 с прозрачным передним листом (продаются в отделах канцелярских товаров) и отправить на рецензию назначенному преподавателю-рецензенту на кафедру «Инженерная графика машиностроительного профиля» БНТУ за месяц до начала сессии (не позднее 15 декабря текущего года) по адресу: 220013, г. Минск, ул. Я. Коласа, д. 12. Если контрольная работа высылается в два этапа по мере выполнения (по 6 листов), указанная крайняя дата должна относиться ко второму этапу.

2.3. Порядок рецензирования

Контрольная работа проверяется назначенным преподавателем-рецензентом кафедры. На изображениях чертежей контрольной работы в местах, где допущены ошибки, рецензент выполняет краткие письменные замечания с возможными комментариями по их исправлению. На свободном поле чертежа преподаватель письменно отмечает недостатки по оформлению чертежей.

Если на чертежах много ошибок и чертежи выполнены с большими несоответствиями стандартам по их оформлению, то свои суммарные замечания преподаватель должен изложить письменно на отдельном листе писчей бумаги, отметив ошибки и несоответствия вопросительными знаками на каждом чертеже контрольной работы.

Замечания и пометки преподавателя на чертежах стирать нельзя (если чертеж выполняется заново, следует прислать предыдущий чертеж с пометками преподавателя).

Если преподаватель-рецензент считает, что контрольная работа требует доработки, на титульном листе выполняется отметка «*К.р. не зачтена*» с датой рецензирования и подписью преподавателя и контрольная работа отправляется студенту на доработку.

Если контрольная работа не требует доработки или требует небольшой текущей доработки, то на титульном листе преподаватель выполняет отметку «*К.р. зачтена*» с датой рецензирования и подписью и работа отправляется студенту.

Все замечания преподавателя по чертежам незачтенной контрольной работы должны быть исправлены, и работа представлена на повторную рецензию.

Контрольную работу, не отосланную на рецензию по почте, студент представляет на рецензирование лично в указанный срок ответственному дежурному сотруднику учебно-вспомогательной лаборатории кафедры, который регистрирует ее в журнале с присвоением номера регистрации (каб. 504, корпус 8).

Контрольную работу, не прошедшую рецензию в плановом порядке, студент должен ЛИЧНО представить своему преподавателю на рецензию и согласовать с ним время получения рецензии.

Студенты, не получившие положительной рецензии на контрольную работу (то есть с отметкой «*К.р. не зачтена*») на титульном листе, на экзамен по начертательной геометрии НЕ ДОПУСКАЮТСЯ.

Зачтенные контрольные работы должны быть представлены студентами на экзамен по начертательной геометрии преподавателю-экзаменатору и далее будут храниться в архиве кафедры в установленном порядке.

3. ОБЩИЕ ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ ЧЕРТЕЖЕЙ В СООТВЕТСВИИ СО СТАНДАРТАМИ ЕСКД

Для оформления чертежей пользуются Единой системой конструкторской документации (ЕСКД), стандарты которой устанавливают единые для всех предприятий правила разработки, оформления и обращения конструкторской документации. Рассмотрим кратко некоторые стандарты (ГОСТ – государственный стандарт) этой системы, знание которых необходимо для оформления любых чертежей, в том числе чертежей графических работ по начертательной геометрии.

3.1. Форматы – ГОСТ 2.301-68

Этот стандарт устанавливает форматы листов чертежей – размеры внешней рамки чертежа в миллиметрах (мм).

Формат с размерами сторон 1189×841 мм, площадь которого равна 1 м² с соотношением сторон 5/7, принят за самый большой основной формат.

Прочие основные форматы получают последовательным делением большей стороны предыдущего формата пополам параллельно его меньшей стороне (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Основные стандартные форматы чертежей по ГОСТ 2.301-68

Обозначение	A0	A1	A2	A3	A4	A5
Размеры сторон	1189×841	594×841	594×420	297×420	297×210	148×210

Применяются для выполнения чертежей и дополнительные форматы, образование и размеры которых смотрите в указанном стандарте (здесь не приведены).

Чертежи индивидуальных заданий контрольной работы следует выполнять на форматах A3 с размерами сторон 297×420.

Титульный лист контрольной работы выполнять на формате A4 с размерами сторон 297×210.

Оформление формата A3 показано на рис. 2.1. Если размеры листа бумаги не соответствуют необходимому для выполнения чертежа формату по ГОСТ 2.301-68 (превышают его), на листе вычерчивается сплошной тонкой линией внешняя

рамка чертежа (рамка формата). По ней формат должен быть вырезан из листа, желательно, после завершения работы над чертежом. Внутренняя рамка чертежа выполняется сплошными толстыми основными линиями.

Основная надпись, размеры и заполнение которой даны на рис. 2.2, выполняется в правом нижнем углу чертежа также сплошной толстой линией.

3.2. Масштабы – ГОСТ 2.302-68

Этот стандарт устанавливает масштабы изображений и их обозначение на чертежах.

Масштабы изображений на чертежах должны выбираться из следующих рядов (табл. 3.2).

Таблица 3.2

Масштабы изображений на чертежах по ГОСТ 2.302-68

Масштаб уменьшения	1:2	1:4	1:5	1:10	...	1:1000
Натуральная величина	1:1					
Масштаб увеличения	2:1	4:1	5:1	...	...	100:1

Чертежи индивидуальных заданий выполнять в натуральную величину в М1:1.

3.3. Линии – ГОСТ 2.303-68

Этот стандарт устанавливает начертание и основные назначения линий на чертежах.

Толщина линий одного и того же типа должна быть одинакова для всех изображений на чертеже.

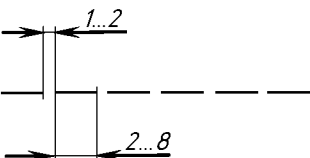
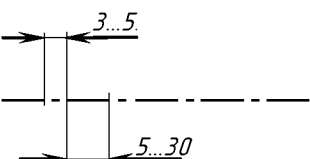
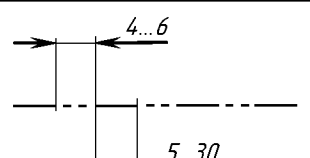
Толщина s сплошной толстой основной линии должна быть в пределах от 0,5 до 1,4 мм, а толщина всех прочих линий на чертеже берется в зависимости от выбранной для чертежа сплошной толстой основной линии.

Начертание, назначение и относительная толщина линий, применяемых при выполнении чертежей, приведены в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Наименование	Начертание	Толщина линии, мм	Основное назначение
1	2	3	4
1. Сплошная толстая основная		$s = 0,5 \dots 1,4$	Линии видимого контура
2. Сплошная тонкая		От $s/3$ до $s/2$	Линии выносные и размерные
3. Сплошная волнистая		От $s/3$ до $s/2$	Линия обрыва изображения

Окончание табл. 3.3

1	2	3	4
4. Штриховая		От $s/3$ до $s/2$	Линии невидимого контура
5. Штрихпунктирная тонкая		От $s/3$ до $s/2$	Линии осевые и линии симметрии
6. Штрихпунктирная с двумя точками		От $s/3$ до $s/2$	Линии сгиба на развертках

Рекомендуемая толщина линий различного назначения и их начертание для выполнения графических работ по начертательной геометрии на формате А3:

а) сплошная толстая основная – $s = 0,7 - 0,9$ мм;

б) все тонкие линии – $s/3$;

в) начертание штриховой линии:

– длина штрихов – 4 мм;

– разрывы между штрихами – 1 мм.

При этом на чертеже:

– штрихи этой линии должны касаться линий видимого контура;

– на изгибах линии ее штрихи должны касаться друг друга;

г) начертание штрихпунктирной линии:

– длинные штрихи – 12 мм;

– между длинными штрихами под короткий пунктир расстояние 3 мм;

– длина пунктира – 1 мм.

При этом на чертеже:

– штрихпунктирные линии должны пересекаться длинными штрихами;

– за видимый контур изображения длинные штрихи этой линии выступают на 2 мм.

3.4. Шрифты чертежные – ГОСТ 2.3304-81

Этот стандарт устанавливает чертежные шрифты, т.е. размеры и начертание цифр и букв различных алфавитов (рис. 3.1–3.3).

Некоторые определения:

1. Размер шрифта h – высота прописных (больших) букв и цифр в миллиметрах.

Стандартом установлены следующие размеры шрифта: 1,8; 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 40. На рис. 3.1, 3.2 и 3.3 приведены примеры стандартных шрифтов.

Шрифт N10 (типБ–широкий)

АБ ВГД Е ЖЗИЙКЛМНОПРСТУ

ФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ

абвгдежзийклмнопрстуфхцч

шщъыьэюя 1234567890 3

Контрольная работа N1

Шрифт N 7 (типБ–широкий)

АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУ

ФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ

абвгдежзийклмнопрстуфхцчшщъыьэюя

1234567890 3

Разработал Рецензент вариант лист

Применяемые знаки

R20 ϕ 15 □34 ▷1:7▷1:3 45°

R – радиус дуги

ϕ – диаметр окружности

□ – знак призматической поверхности (сторона квадрата)

▷ – знак конусности
(для конических поверхностей)

▷ – знак уклона
(для наклонных плоскостей)

Рис. 3.1



Шрифт N10 (типБ широкий)

АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРС

ТУФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ

абвгдежзийклмнопрстуфх

цчшщъыьэюя 1234567890 3

Контрольная работа N1 лист

Разработал Рецензент вариант

Шрифт N7 (типБ широкий)

АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРС

ТУФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ

абвгдежзийклмнопрстуфхцчшщъыьэюя

1234567890 3

Применяемые знаки

R20 Ø15 □ 34 ▷ 1:7 ≻ 1:3 45°

Рис. 3.2

Греческиѡ алфавит

Α Β Γ Δ Ε Ζ Η Θ Ι Κ Λ Μ Ν

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

Ξ Ο Π Ρ Σ Τ Υ Φ Χ Ψ Ω

14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24

α β γ δ ε ζ η θ ι κ λ μ ν

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

ξ ο π ρ σ τ υ φ χ ψ ω

14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24

- 1 - альфа
- 2 - бета
- 3 - гамма
- 4 - дельта
- 5 - эpsilon
- 6 - дзета
- 7 - эта
- 8 - тэта
- 9 - йота
- 10 - каппа
- 11 - ламда
- 12 - мю

- 13 - ню
- 14 - кси
- 15 - омикрон
- 16 - пи
- 17 - ро
- 18 - сигма
- 19 - тау
- 20 - upsilon
- 21 - фи
- 22 - хи
- 23 - пси
- 24 - омега

Латинскиѡ алфавит

A B C D E F G H I J K L M N

O P Q R S T U V W X Y Z

a b c d e f g h i j k l m n o p q

r s t u v w x y z

Рис. 3.3

2. Высота строчных (маленьких) букв *c* (без отростков *k*) определяется по отношению $c = 7/10h$, то есть в каждом размере шрифта высота строчных букв на размер меньше прописных.

3. Толщина линий шрифта *d* равна:

- для шрифта типа А (узкого) $d = 1/14h$;
- для шрифта типа Б (широкого) $d = 1/10h$.

Буквы шрифта любого типа можно выполнять с наклоном в 75° к одной из сторон рамки чертежа или без наклона.

4. Ширина и начертание каждой буквы (прописной и строчной) для шрифта типа Б русского (кириллицы), латинского и греческого алфавитов, а также начертание и ширина арабских цифр даны на рис. 3.1 – 3.3, где все буквы и цифры выполнены шрифтом типа Б на вспомогательных сетках с шагом между линиями, равным $d = 1/10h$, которому равна толщина линий шрифта.

3.5. Нанесение размеров – ГОСТ 2.307-68

В некоторых таблицах с вариантами графических работ на заданных условиях НАНЕСЕНИЯ РАЗМЕРЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ, по которым на чертежах индивидуальных заданий нужно построить проекции изображений. Размеры нанесены в соответствии с рассматриваемым стандартом. Некоторые правила нанесения размеров и используемые при этом знаки, которые встречаются на заданных графических условиях задач, рассмотрены ниже.

Основанием для определения величины изображенного предмета служат размерные числа, нанесенные на чертеже. Для формата А3 размерные числа следует выполнять чертежным шрифтом № 5.

Линейные размеры (длина, высота и ширина) геометрических элементов, размеры диаметров и радиусов указывают на чертежах в миллиметрах БЕЗ ОБОЗНАЧЕНИЯ ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ.

Виды стрелок

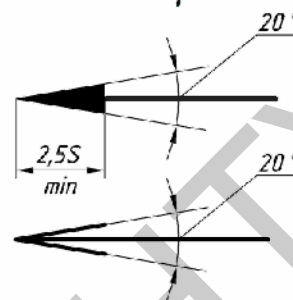


Рис. 3.4

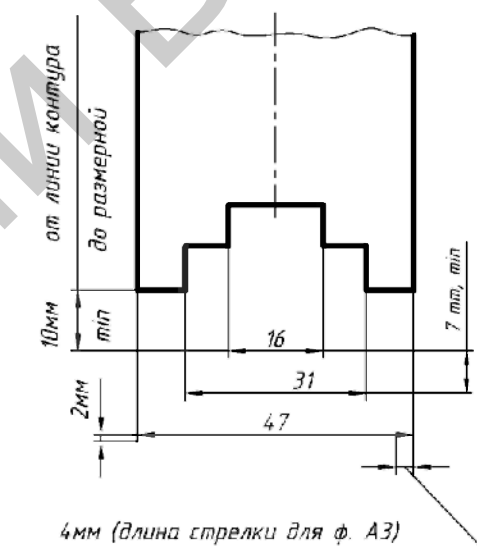


Рис. 3.5

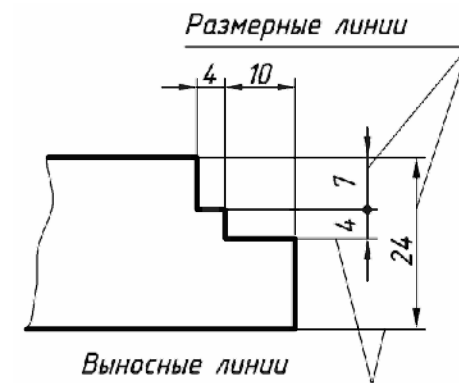


Рис. 3.6

1. Линейные размеры на чертежах указывают размерными числами и размерными линиями со стрелками на концах, ограниченными перпендикулярными к ним выносными линиями, выступающими на 1...5 мм за концы стрелок (желательно принимать 2 мм, см. образцы на рис. 3.4–3.6).

Величины элементов стрелок размерных линий выбирают в зависимости от толщины линий видимого контура и вычерчивают их приблизительно одинаковыми на всем чертеже (см. рис. 3.4).

Размерное число наносить с небольшим зазором (примерно 0,5...1 мм) к размерной линии.

Минимальное расстояние между параллельными размерными линиями – 7 мм, а между размерной и линией контура – 10 мм (см. рис. 3.5).

Необходимо избегать пересечения размерных и выносных линий.

При нанесении нескольких параллельных размерных линий размерные числа над ними рекомендуется располагать в шахматном порядке (рис. 3.5).

При недостатке места для стрелок на размерных линиях, расположенных цепочкой, стрелки допускается заменять засечками, наносимыми под углом 45° к размерным линиям, или четко наносимыми точками (см. рис. 3.6).

2. Размеры окружностей поверхностей вращения (цилиндрических, конических, сферических, то-ровых) к их проекциям в виде окружностей или в виде очерковых образующих указывают размерной линией с двумя стрелками и размерным числом со знаком $\varnothing$, который заменяет слово «диаметр»

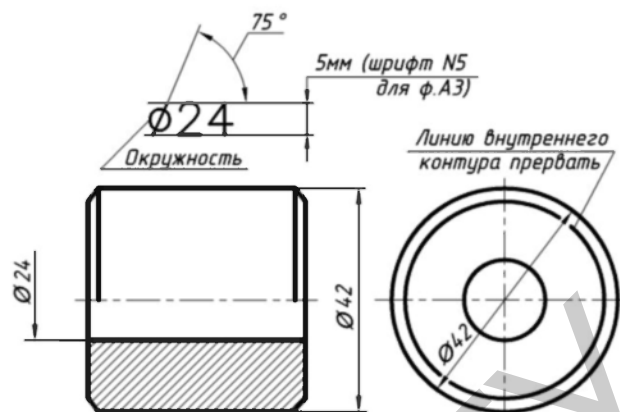


Рис. 3.7

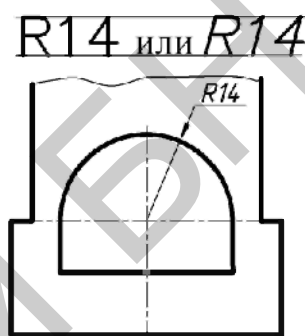


Рис. 3.8

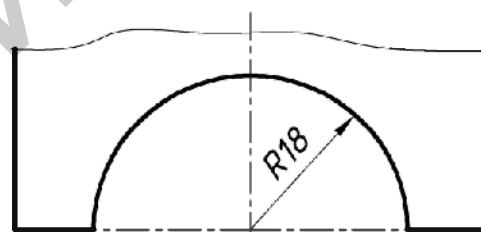


Рис. 3.9

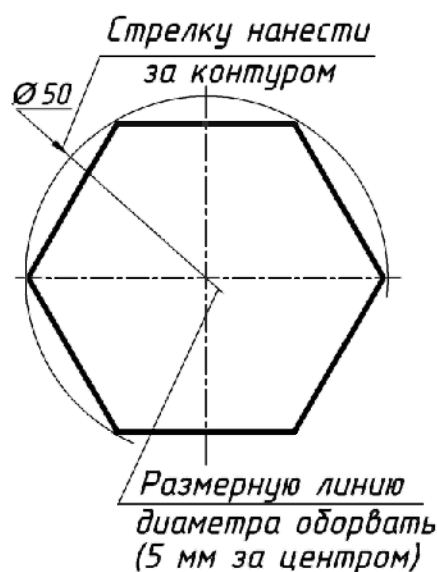


Рис. 3.10

и наносится перед размерным числом (см. рис. 3.7, справа) или размерная линия со стрелками ограничивается двумя выносными линиями (см. рис. 3.7, слева). Относительные размеры знака « $\varnothing$ » представлены на этом же рисунке.

3. Размеры дуг окружностей, равных 180° или менее 180° , указывают на чертеже размерной линией с одной стрелкой и прописной буквой R перед размерным числом, которая заменяет слово «радиус» (рис. 3.8 и 3.9).

Перед размерным числом диаметра или радиуса сферы наносят те же знаки $\varnothing$ или R . Если на чертеже сферическая форма не читается, то перед указанными знаками допускается наносить слово или знак в форме окружности O , например, «Сфера $\varnothing 18$ », « $OR12$ ». Диаметр знака сферы равен высоте размерных чисел на чертеже.

При недостатке места для стрелок следует прервать линию внутри контура (см. рис. 3.7, справа), или нанести стрелку за контуром (рис. 3.10).

Размерные линии допускается проводить с обрывом при указании размера диаметра окружности, как это показано на рис. 3.10, причем независимо от того, изображена окружность полностью или частично. Обрыв размерной линии делают за центром окружности на расстоянии не менее 5 мм.

4. Угловые размеры наносят на дуговых размерных линиях, ограниченных выносными линиями, выходящими из вершины угла, и размерное число сопровождается знаком « $^\circ$ », заменяющим слово «градус» (рис. 3.11).

5. Размеры призматических поверхностей с равными сторонами (квадрат), параллельными оси предмета, наносятся как линейные размеры, но предваряются знаком « $\square$ », заменяющим на чертеже слово «квадрат» (рис. 3.12 и 3.13).

Размерные числа не допускается разделять или пересекать какими бы то ни было линиями чертежа. Не допускается разрывать линию очеркового контура для нанесения размерного числа и наносить размерные числа в местах пересечения размерных, осевых или центровых линий. В месте нанесения размерного числа линии штриховки, осевые, центровые и другие линии прерывают (см. рис. 3.11 и 3.13).

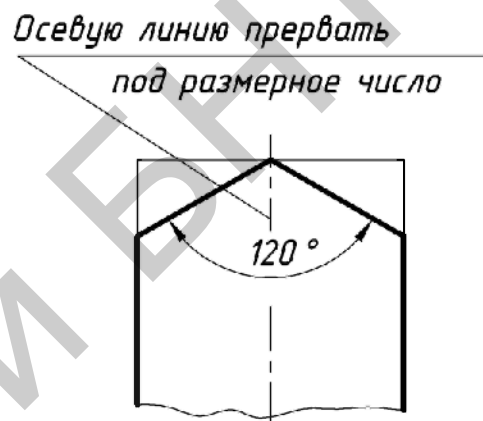


Рис. 3.11

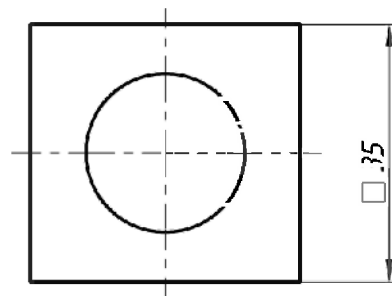


Рис. 3.12

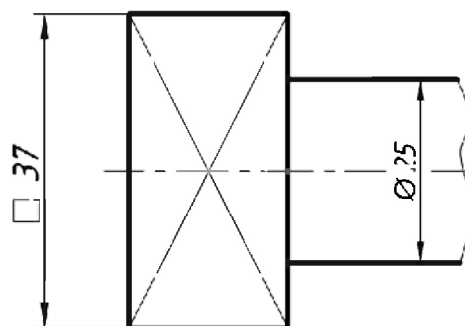


Рис. 3.13

Размеры, относящиеся к одному и тому же элементу (пазу, выступу, отверстию и т.п.), рекомендуется группировать в одном месте, на котором геометрическая форма данного элемента показана наиболее полно.

3.6. Чертежные материалы, принадлежности и инструменты

Чертежные материалы, принадлежности и инструменты для графического выполнения индивидуальных графических заданий существенно влияют на качество и трудоемкость выполнения чертежей.

Для облегчения выполнения и качественного графического оформления чертежей необходимо приобрести:

1. Чертежную белую бумагу – ватман формата А3 – хорошего качества без типографской рамки чертежа и основной надписи.

2. Чертежные линейки и угольники – желательно деревянные или из качественной прозрачной пластмассы (с выступающими опорными элементами во избежание размазывания вычерченных линий):

- линейка должна быть длиной не менее 400 мм (для вычерчивания рамки чертежа и нанесения горизонтальных линий связи);

- можно использовать роликовые линейки-рейшины хорошего качества (длина – 220...300 мм) для вычерчивания параллельных линий;

- прямоугольные треугольники (деревянные или пластмассовые с выступающими опорными элементами) должны иметь острые углы в 45° или 30° и 60° и прямолинейные гладкие кромки. При покупке желательно проверять качество изготовления треугольника, в частности, выдержан ли прямой угол.

3. Учебный набор чертежных инструментов (готовальня) с циркулем и измерителем. Можно приобрести циркуль отдельно – хорошего качества, удобный в пользовании, с возможностью легкой замены грифеля. В головку циркуля нужно вставить хороший грифель и заточить его.

4. Карандаши:

- рекомендуем карандаши чешской фирмы «KOH-I-NOOR» HARDVUTH твердости грифеля «НВ» (твёрдо-мягкий), «ВН» (мягко-твёрдый), «В» (мягкий) и «F» (более мягкий); грифель из карандаша твердостью «В» или «F» нужно вставлять в головку циркуля; при использовании обычных карандашей должна быть приобретена точилка с контейнером для сбора срезанной при заточке части карандаша;

- рекомендуем автоматические цанговые карандаши с грифелями 0,9; 0,7 и 0,5 мм для выполнения толстых и тонких линий на чертежах (карандаши и грифели к ним приобретать качественные).

5. Немаловажное значение для качества выполнения графических работ имеет и ластик: он должен вытирать линию, а не размазывать ее, и не должен протирать бумагу (без абразивных включений – белого цвета, как правило).

Качественными являются чертежные принадлежности (карандаши, ластики, циркули, линейки и др.) также других известных фирм: Rotring, MAPED, Staedtler, Pelikan и др.

4. ГРАФИЧЕСКИЕ РАБОТЫ: СОДЕРЖАНИЕ ИЗУЧАЕМЫХ ТЕМ, ТАБЛИЧНЫЕ И ГРАФИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ПО ВАРИАНТАМ, МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ, ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

4.1. Графическая работа №1 (лист 1, задачи 1 и 2):

образование проекций; проекции точки и прямой; взаимное положение прямых; плоскость; пересечение прямой и плоскости; пересечение плоскостей; теорема о проекции прямого угла

Задача 1.

Для решения задачи 1 следует проработать и усвоить материал начертательной геометрии по следующим темам:

Тема 1. Образование проекций (метод проекций). Точка. Прямая. Плоскость. Взаимное положение прямой и плоскости:

- проекции центральные и параллельные;
- свойства параллельных проекций;
- прямоугольные (ортогональные) проекции;
- метод Гаспара Монжа;
- точка в системе H, V, W ;
- ортогональные (прямоугольные) проекции точки в системе прямоугольных координат x, y, z ;
- прямые линии общего положения относительно плоскостей проекций H, V, W и их изображение на чертежах;
- особые (частные) положения прямой линии относительно плоскостей проекций и их изображение на чертеже – прямые проецирующие и прямые уровня;
- точка на прямой (теорема о принадлежности точки прямой);
- деление отрезка в заданном отношении;
- определение на чертеже натуральной величины отрезка прямой общего положения и углов ее наклона к плоскостям проекций H и V (способ прямоугольного треугольника);
- понятие о следах прямой;
- взаимное положение двух прямых и их изображение на чертеже (прямые параллельны, пересекаются или скрещиваются);
- о проекциях плоских углов; теорема о проекции прямого угла (взаимно перпендикулярные прямые – частный случай пересекающихся прямых).

Задача 1. Построить проекции плоского контура по заданному условию. Задача имеет два варианта графических условий.

В а р и а н т ы 1–15: построить фронтальную и горизонтальную проекции ромба $ABCD$ с диагоналями AC и BD по заданному условию:

- вершина ромба, точка A , дана, а его диагональ AC лежит на заданной прямой уровня AL ;
- вторая диагональ ромба BD равна 130 мм и проходит через заданную точку K .

Величина диагонали AC определяется при построении проекций ромба.

Определить углы наклона диагонали ромба BD или ее половины BO к плоскостям проекций H и V .

В а р и а н т ы 16–30: построить проекции квадрата $ABCD$ с диагоналями AC и BD по заданному условию:

- вершина квадрата, точка A , дана, а его диагональ AC лежит на заданной прямой AL ;
- вторая диагональ квадрата BD проходит через заданную точку K .

Диагонали квадрата равны и их величина определяется при построении его проекций.

Определить углы наклона диагонали квадрата BD к плоскостям проекций H и V .

Д а н н ы е всех вариантов представлены координатами x , y и z точек A , L и K в табл. 4.1. По заданным в таблице координатам (даны в миллиметрах) следует построить на чертеже графическое условие задачи 1 – фронтальную и горизонтальную проекции прямой уровня $AL(A''L'', A'L')$ и проекции точки $K(K'', K')$.

Таблица 4.1

Графическая работа № 1

Лист 1. Задача 1.

Тема: точка; прямая; теорема о проекции прямого угла

№ варианта	Координата	A	L	K	№ варианта	A	L	K	№ варианта	A	L	K
1		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	X	35	120	70	11	25	120	30	21	120	15	100
	Y	50	50	80		50	50	70		45	45	10
	Z	60	20	70		80	0	30		20	80	85
2	X	10	120	45	12	35	120	80	22	120	0	90
	Y	75	10	30		20	65	20		75	0	30
	Z	65	65	30		35	35	60		55	55	70
3	X	30	120	50	13	30	120	65	23	120	5	95
	Y	50	50	70		45	45	65		50	50	80
	Z	70	30	40		60	25	70		80	20	10

Окончание табл. 4.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	X	15	120	65	14	120	0	80	24	25	120	40
	Y	10	70	20		70	0	25		70	20	5
	Z	55	55	80		55	55	25		40	40	70
5	X	120	0	75	15	120	10	90	25	10	120	40
	Y	55	55	75		50	50	70		50	50	70
	Z	30	80	70		80	0	30		15	70	60
6	X	120	10	80	16	20	120	55	26	30	120	50
	Y	70	10	20		70	20	20		75	0	25
	Z	65	65	40		40	40	60		45	45	30
7	X	120	5	75	17	15	120	40	27	20	120	35
	Y	50	50	75		45	45	65		40	40	70
	Z	75	35	45		5	75	50		75	25	10
8	X	30	120	40	18	10	120	40	28	35	120	100
	Y	70	10	25		80	30	30		15	80	5
	Z	45	45	65		60	60	45		35	35	70
9	X	25	120	55	19	20	120	45	29	120	5	85
	Y	60	60	80		40	40	70		50	50	80
	Z	0	70	45		60	30	10		0	80	50
10	X	20	120	40	20	25	120	80	30	120	0	105
	Y	75	30	30		10	75	5		80	0	0
	Z	65	65	40		40	40	80		55	55	15

Краткое изложение материала начертательной геометрии к задаче 1

Метод проекций. Проекции центральные и параллельные. Параллельное прямоугольное (ортогональное) проецирование. Свойства параллельного проецирования. Метод Г. Монжа.

Метод проекций предполагает наличие плоскости проекций, объекта проецирования и проецирующих лучей. Проекции могут быть центральными и параллельными.

Если все проецирующие лучи проходят через одну точку S , называемую центром проекций, то проекции называются *центральными*.

Если проецирующие лучи параллельны между собой, то проекции называются *параллельными*.

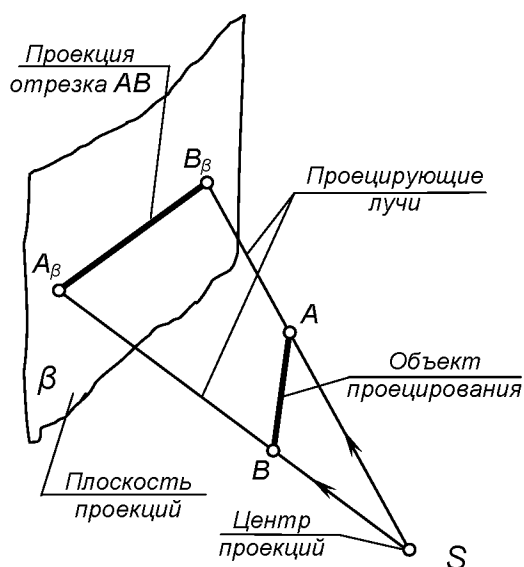
На рис. 4.1, а показано построение центральных проекций точек A и B (объекты проецирования) на некоторую плоскость проекций β . Проецирующие лучи, проведенные через центр проекций, точку S , и заданные точки A и B , пересекаются с плоскостью проекций β и определяют центральные проекции A_β и B_β точек A и B .

На рис. 4.1, б показано построение параллельных проекций точек A и B (объекты проецирования) по заданному направлению проецирующих лучей S на некоторую плоскость проекций α . В результате проецирования на плоскости проекций α построены параллельные проекции A_α и B_α взятых в пространстве

точек A и B .

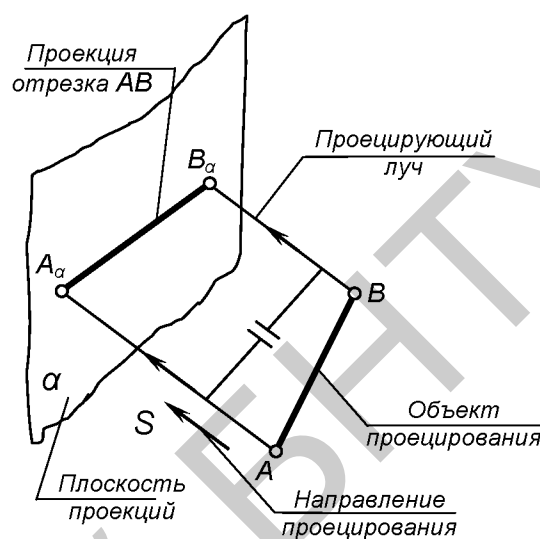
Запомните! *Проекцией точки* называется точка пересечения проецирующего луча с плоскостью проекций.

Центральное проецирование



a

Параллельное проецирование



б

Рис. 4.1

Соединив прямой линией взятые точки A и B получим *отрезок AB* , а соединив прямой линией построенные проекции точек получим центральную (рис. 4.1, *a*) и параллельную (рис. 4.1, *б*) *проекцию отрезка AB* на плоскости проекций β и α .

Параллельные проекции могут быть прямоугольными (ортогональными) или косоугольными:

- если проецирующие лучи перпендикулярны плоскости проекций, то проекции (или проецирование) называются *прямоугольными (ортогональными)*.
- если проецирующие лучи *не* перпендикулярны плоскости проекций (угол проецирования не равен 90°), то проекции называются *косоугольными*.

Отметим некоторые свойства параллельного проецирования:

- проекцией точки является точка;
- проекцией прямой линии в общем случае является прямая;
- если отрезок прямой делится точкой в определенном отношении, то проекции прямой делятся проекцией точки в том же отношении;
- если прямые в пространстве параллельны, то их одноименные проекции на чертеже также параллельны.

Точка в системе плоскостей проекций H , V и W . Проекция точки в системе прямоугольных координат x , y , z .

Для получения изображений предметов на чертежах французский геометр Гаспар Монж (основоположник начертательной геометрии как науки и автор

первой, изданной в Париже, книги по начертательной геометрии «Geometrie descriptive», 1795 г.) предложил следующий метод – метод параллельного прямоугольного проецирования на взаимно перпендикулярные плоскости проекций.

На рис. 4.2, а показано наглядное изображение трех взаимно перпендикулярных плоскостей проекций:

- фронтальная плоскость проекций V ;
- горизонтальная плоскость проекций H ;
- профильная плоскость проекций W .

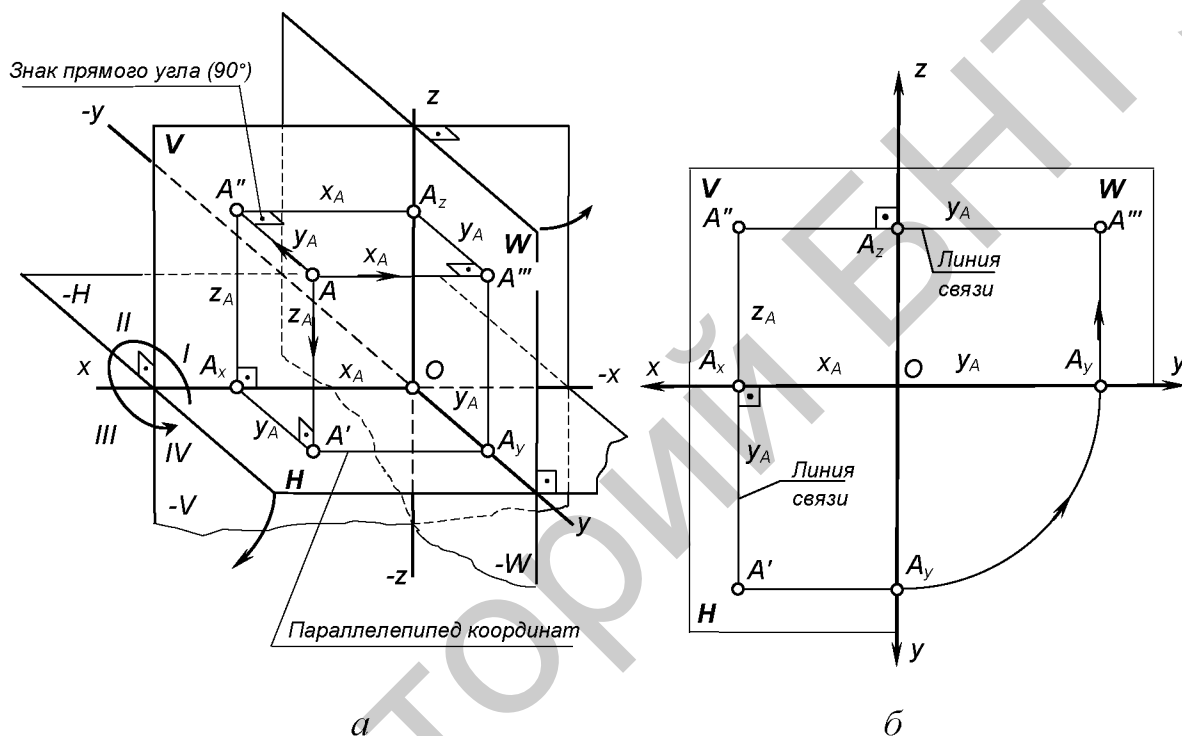


Рис. 4.2

Плоскости проекций, пересекаясь в пространстве, делят пространство на восемь частей, которые называют октантами. Слева от плоскости проекций W располагаются 1, 2, 3 и 4 октанта, пронумерованные против часовой стрелки. Для получения изображений предмет располагают в 1-м октанте (европейская система) между наблюдателем и плоскостью проекций и проецируют его на каждую из взаимно перпендикулярных плоскостей проекций H , V и W , построив соответственно горизонтальную, фронтальную и профильную проекции предмета.

В качестве предмета проецирования на рис. 4.2, а взята точка A и построены ее прямоугольные проекции на каждую плоскость проекций:

- A' – горизонтальная проекция точки;
- A'' – фронтальная проекция точки;
- A''' – профильная проекция точки.

Плоскости проекций пересекаются между собой по линиям, которые называют осями проекций: ось x , ось y и ось z .

Оси проекций принимают за оси координат, определяющих положение

точки в пространстве, и называют системой прямоугольных координат x , y и z .

Оси проекций пересекаются в точке O – это точка начала координат.

Расстояния точки A от каждой плоскости проекций определяют ее положение в пространстве и называются ее прямоугольными координатами:

- координата $x_A(OA_x)$ – расстояние от плоскости проекций W (абсцисса);
- координата $y_A(A_x A')$ – расстояние от плоскости проекций V (ордината);
- координата $z_A(A_x A'')$ – расстояние от плоскости проекций H (аппликата).

Чтобы перейти от наглядного изображения системы трех плоскостей проекций H , V и W и получить чертеж (эпюр), плоскости проекций первого октанта поворачивают относительно координатных осей и совмещают с фронтальной плоскостью проекций V следующим образом:

- фронтальная плоскость проекций V сохраняет свое положение;
- горизонтальную плоскость проекций H поворачивают относительно оси проекций x вниз;
- профильную плоскость проекций W поворачивают относительно оси проекций z вправо.

На чертеже (см. рис. 4.2, б) координатные оси проекций располагают следующим образом:

- ось x – горизонтально;
- ось z – вертикально;
- ось y – раздваивается и проводится как продолжение осей z и y от точки O – начала координат.

Чертеж предмета содержит изображения проекций этого предмета.

Проекции предмета строятся как проекции совокупного множества точек, определяющих и задающих поверхность этого предмета. Точки объединяются в более общие известные из геометрии элементы: прямые, плоскости и различные поверхности (гранные, цилиндрические, конические и т.д.).

Чертеж точки содержит ее проекции, которые строятся по координатам этой точки.

На рис. 4.2, б показано построение чертежа произвольной точки A , заданной на рис. 4.2, а, положение которой в пространстве определяют координаты x_A , y_A и z_A . Для построения чертежа этой точки выполнены следующие графические действия:

- влево от точки O по оси x отложен отрезок OA_x – координата x_A ;
- вниз от точки A_x отложен отрезок $A_x A'$ (отрезок $A_x A'$ на чертеже в 2 раза больше, чем на наглядной картине) – координата y_A – и построена горизонтальная проекция A' точки A ;
- вверх от точки A_x отложен отрезок $A_x A''$ – координата z_A – и построена фронтальная проекция A'' точки A .

!!! Запомните! Горизонтальная A' и фронтальная A'' проекции точки лежат на одной вертикальной линии, перпендикулярной оси x , которая называется **ЛИНИЕЙ СВЯЗИ**.

Чтобы построить профильную A''' проекцию точки, следует провести горизонтальную **ЛИНИЮ СВЯЗИ**, перпендикулярную оси проекций z , и отложить от полученной точки A_z отрезок A_zA''' , равный координате y_A (или отложить от точки O вправо по оси y отрезок $OA_y = y_A$ и провести вертикальную линию до пересечения с линией связи от фронтальной проекции точки $A(A'')$).

!!! Запомните! Фронтальная A'' и профильная A''' проекции точки лежат на одной горизонтальной линии связи, перпендикулярной оси проекций z .

На рис. 4.3 показано построение чертежа точки $B(20, 10, 25)$ по заданным (в скобках) координатам x , y и z в миллиметрах. Выполнены следующие графические построения:

- проведены оси координат x , y и z на поле чертежа;

- от точки O влево отложен отрезок OB_x – координата $x = 20$ мм – и через точку B_x проведена вертикальная линия связи;

- вниз от точки B_x по линии связи отложен отрезок B_xB' – координата $y = 10$ мм – и построена горизонтальная проекция B' точки B ;

- вверх от точки B_x по линии связи отложен отрезок B_xB'' – координата $z = 25$ мм – и построена фронтальная проекция B'' точки B ;

- проведена горизонтальная линия связи от фронтальной проекции B'' ;

- от точки B_z отложен вправо отрезок $B_zB''' = 10$ мм, т.е. равный координате y_B , и построена профильная проекция B''' точки B .

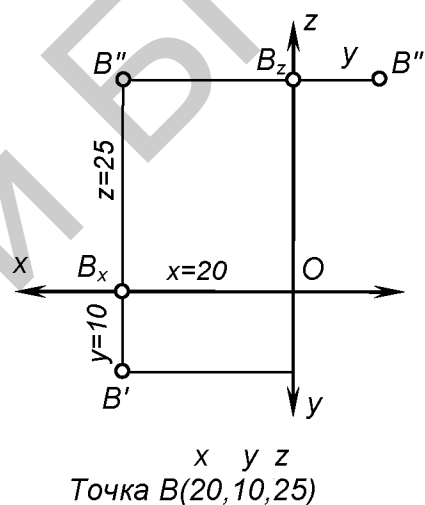


Рис. 4.3

Прямая. Прямые общего и частных положений относительно плоскостей проекций. Определение натуральной величины отрезка общего положения. Понятие о следах прямой.

Относительно плоскостей проекций H , V и W прямые линии могут занимать различные положения и имеют соответствующие наименования, а на чертежах проекции этих прямых занимают относительно осей проекций x , y и z характерные положения. Следовательно, по чертежу прямой линии можно мысленно представить ее пространственное положение относительно плоскостей проекций, т.е. научиться «читать» чертеж прямой.

Прямые общего положения не параллельны (и соответственно не перпендикулярны) плоскостям проекций H , V и W . Следовательно, на чертеже проекции прямых общего положения не параллельны (и не перпендикулярны) осям проекций x , y и z . А значит, проекции прямых общего положения искажают их натуральную величину.

На рис. 4.4 изображены проекции прямой общего положения AB , фронтальная $A''B''$ и горизонтальная $A'B'$ проекции которой расположены произвольно относительно оси проекций x , но не параллельны и не перпендикулярны оси x – это характерный признак прямой общего положения на чертеже! Профильная проекция $A'''B'''$ прямой общего положения так-же должна быть не параллельна и не перпендикулярна осям проекций z и y , что и показывает построение.

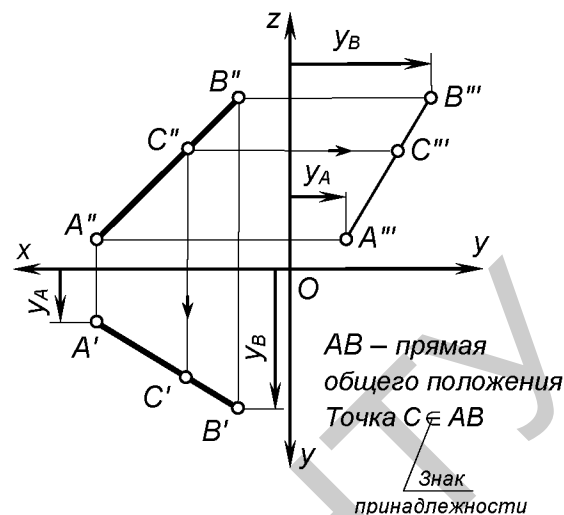


Рис. 4.4

Точка на прямой. Теорема о принадлежности точки прямой: если точка принадлежит прямой, то на чертеже одноименные проекции точки лежат на одноименных проекциях прямой. На рис. 4.4 показано построение проекций точки C , принадлежащей прямой AB .

Прямые особого (частного) положения

Прямые уровня – прямые, параллельные одной плоскости проекций:

- фронтальные прямые – параллельные плоскости проекций V ;
- горизонтальные прямые – параллельные плоскости проекций H ;
- профильные прямые – параллельные плоскости проекций W .

На рис. 4.5 изображены проекции фронтальной прямой AB и принадлежащей ей точки C . Запомните характерные признаки расположения проекций фронтальной прямой на чертеже:

- горизонтальная проекция $A'B'$ параллельна оси проекций x ;
- фронтальная проекция $A''B''$ расположена к оси проекций x под углом φ_H , который определяет ее наклон к плоскости проекций H ; фронтальная проекция $A''B''$ определяет натуральную величину этой прямой;
- профильная проекция $A'''B'''$ по построению располагается параллельно оси проекций z .

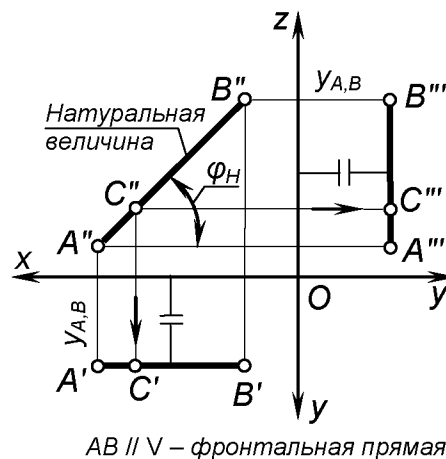


Рис. 4.5

На рис. 4.6 изображены проекции горизонтальной прямой CD и принадлежащей ей точки E . Запомните характерные признаки расположения проекций горизонтальной прямой на чертеже:

– фронтальная проекция $C''D''$ параллельна оси проекций X ;

– горизонтальная проекция $C'D'$ расположена к оси проекций X под углом φ_V , который определяет ее наклон к плоскости проекций V ; горизонтальная проекция $C'D'$ определяет натуральную величину этой прямой;

– профильная проекция $C'''D'''$ по построению располагается горизонтально ($//y$).

На рис. 4.7 изображены проекции *профильной прямой* EF и принадлежащей ей точки N . Запомните характерные признаки расположения проекций профильной прямой на чертеже:

– фронтальная проекция $E''F''$ перпендикулярна оси проекций X (параллельна оси проекций Z);

– горизонтальная проекция $E'F'$ перпендикулярна оси проекций X ;

– профильная проекция $E'''F'''$ по построению расположена под углом φ_V к плоскости проекций V и под углом φ_H к плоскости проекций H и определяет натуральную величину этой прямой.

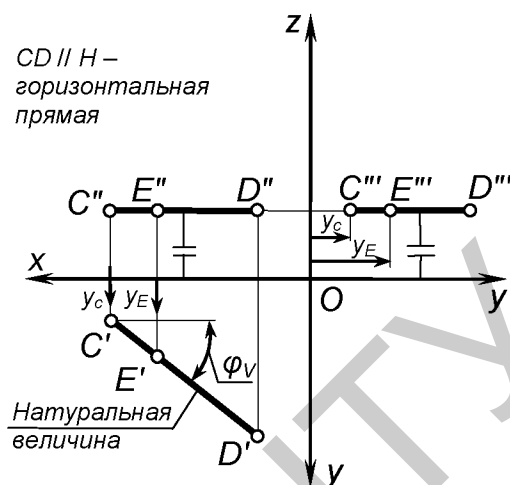


Рис. 4.6

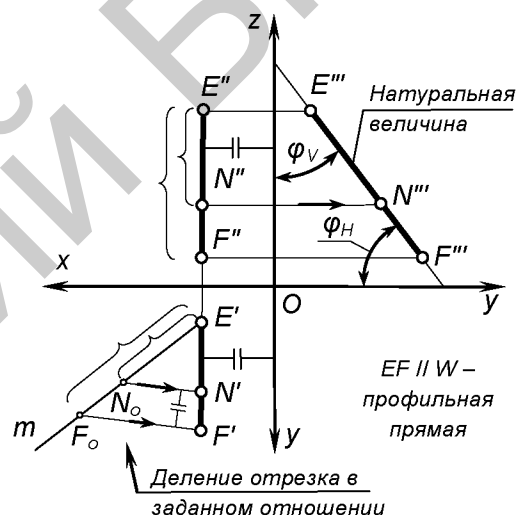


Рис. 4.7

Деление отрезка в заданном отношении на чертеже

На рис. 4.7 показано построение горизонтальной проекции N' точки N , принадлежащей профильной прямой EF . Построение основано на одном из свойств параллельного проецирования: отношение отрезков прямой линии равно отношению их проекций.

Пусть точка N делит отрезок EF в каком-то отношении. Следовательно, проекции отрезка делятся в том же отношении. Если, например, дана фронтальная проекция N'' точки N , принадлежащей отрезку EF , то для построения горизонтальной проекции N' на горизонтальной проекции $E'F'$ отрезка нужно выполнить следующие графические действия:

– провести произвольную прямую m из любой вершины горизонтальной проекции $E'F'$;

– отложить на этой прямой два отрезка: отрезок $E'F_o$, равный по величине фронтальной проекции $E''F''$, и отрезок $E'N_o$, равный по величине $E''N''$;

- соединить прямой точки F_o и F' на горизонтальной проекции;
- из построенной точки N_o провести прямую, параллельную прямой F_oF' , – точка N' и будет искомой.

Прямые проецирующие – перпендикулярные одной плоскости проекций (параллельные двум плоскостям проекций):

- *фронтально-проецирующие прямые* – перпендикулярные плоскости проекций V (параллельные плоскостям проекций H и W);
- *горизонтально-проецирующие* – перпендикулярные плоскости проекций H (параллельные плоскостям проекций V и W);
- *профильно-проецирующие* – перпендикулярные плоскости проекций W (параллельные плоскостям проекций H и V).

!!! Поскольку положение проецирующих прямых совпадает по направлению с проецирующим лучом к одной из плоскостей проекций, то одна из проекций прямых проецируется (вырождается) в точку. Говорят, что проецирующие прямые обладают «собирательным» свойством, так как их вырожденные проекции-точки «собирают», т.е. представляют собой проекции всех точек, лежащих на этих прямых.

На рис. 4.8 изображены проекции фронтально-проецирующей прямой CD и принадлежащей ей точки N . Запомните характерные признаки расположения проекций фронтально-проецирующей прямой на чертеже:

- фронтальная проекция $CD(C''D'')$ представляет собой точку, т.е. фронтальные проекции точек C , D и N совпадают как лежащие на одном проецирующем луче к плоскости проекций V ;

- горизонтальная проекция $C'D'$ расположена перпендикулярно оси проекций X и определяет натуральную величину прямой;

- профильная проекция $C'''D'''$ по построению располагается перпендикулярно оси проекций Z и также определяет натуральную величину прямой.

!!! КОНКУРИРУЮЩИЕ ТОЧКИ – точки, лежащие на одном проецирующем луче.

На рис. 4.8 точки C , D и N на прямой CD являются конкурирующими и по их расположению на прямой относительно плоскости V (по координатам y) можно определить на горизонтальной проекции порядок их «видимости»: ближе к наблюдателю и дальше от плоскости V (с наибольшей координатой y) находится точка D , затем точка N и точка C .

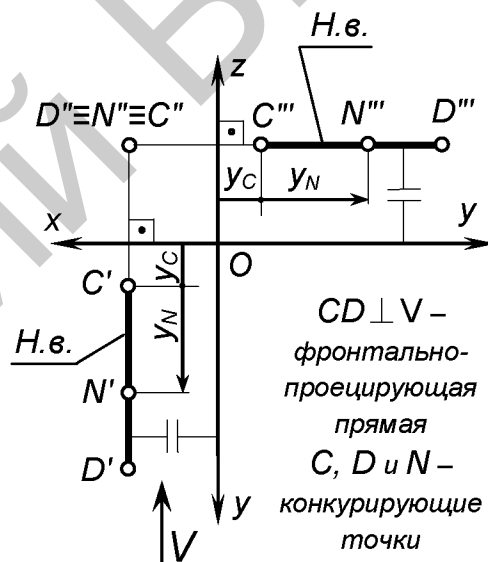


Рис. 4.8

На рис. 4.9 изображены проекции горизонтально-проецирующей прямой AB и принадлежащей ей точки C . Запомните характерные признаки расположения проекций горизонтально-проецирующей прямой на чертеже:

- горизонтальная проекция $AB(A'B')$ представляет собой точку, т.е. горизонтальные проекции точек A , B и C совпадают как лежащие на одном проецирующем луче к плоскости проекций H ;

- фронтальная проекция $A''B''$ расположена перпендикулярно оси X и определяет натуральную величину прямой;

- профильная проекция $A'''B'''$ по построению располагается параллельно оси Z и также определяет натуральную величину прямой.

На рис. 4.10 изображены проекции профильно-проецирующей прямой EF и принадлежащей ей точки M . Запомните характерные признаки расположения проекций профильно-проецирующей прямой на чертеже:

- профильная проекция $EF(E''F'')$ представляет собой точку, т.е. профильные проекции точек E , F и M совпадают как лежащие на одном проецирующем луче к плоскости проекций W ;

- фронтальная проекция $E''F''$ расположена параллельно оси X и определяет натуральную величину прямой;

- горизонтальная проекция $E'F'$ по построению также располагается параллельно оси X и определяет натуральную величину прямой.

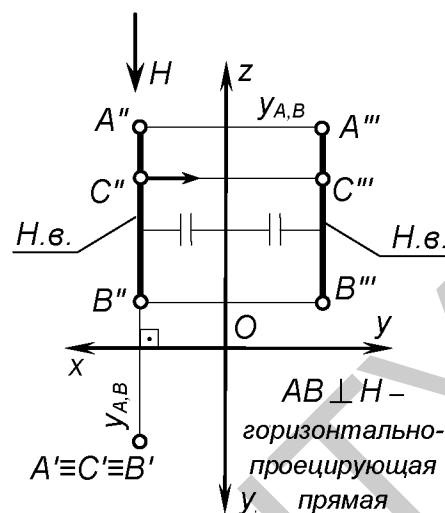


Рис. 4.9

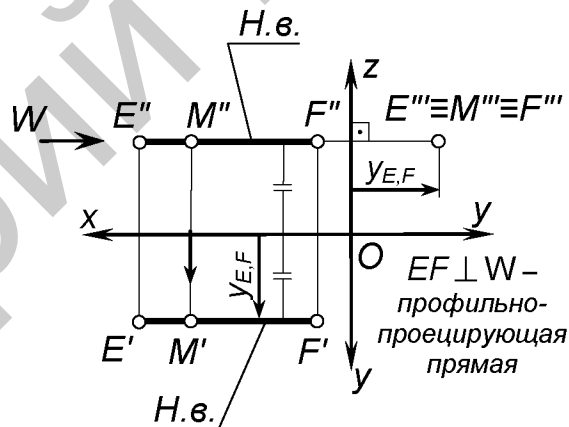


Рис. 4.10

Построение на чертеже натуральной величины отрезка прямой общего положения *способом прямоугольного треугольника* и углов ее наклона к плоскостям проекций H и V .

Натуральной величиной заданного на чертеже отрезка прямой общего положения является гипотенуза построенного прямоугольного треугольника, одним катетом которого может быть горизонтальная (или фронтальная) проекция отрезка, а вторым – разница координат ΔZ (или Δy) конечных точек этого отрезка относительно оси проекций X .

На рис. 4.11 показано построение натуральной величины заданного отрезка AB способом прямоугольного треугольника относительно фронтальной и

горизонтальной его проекций, для чего выполнен следующий графический алгоритм (графические действия):

1-е действие. Провести перпендикулярную линию m к фронтальной проекции $AB(A''B'')$ отрезка.

2-е действие. На этой прямой отложить отрезок $A''A_0$, равный разнице координат Δy конечных точек $A(A')$ и $B(B')$ отрезка относительно оси проекций x ;

3-е действие. Достроить гипотенузу A_0B'' треугольника, которая определяет искомую натуральную величину отрезка AB .

Аналогичные построения выполнены относительно горизонтальной проекции отрезка $A'B'$ – гипотенуза $A'B_0$ также определяет натуральную величину заданного отрезка.

В построенных прямоугольных треугольниках углы между проекциями отрезка и гипотенузой определяют углы наклона прямой к плоскостям проекций H и V :

– угол φ_V между фронтальной проекцией $A''B''$ отрезка и гипотенузой A_0B'' определяет наклон отрезка к плоскости проекций V ;

– угол φ_H между горизонтальной проекцией $A'B'$ отрезка и гипотенузой $A'B_0$ определяет наклон отрезка к плоскости проекций H .

!!! В задачах по начертательной геометрии часто требуется построить на прямой общего положения, не имеющей второй конечной точки, проекции отрезка какой-либо заданной величины.

На рис. 4.12 показано построение на прямой n с одной конечной точкой A проекций отрезка AB заданной величины 25 мм, для чего выполнен следующий графический алгоритм (графические действия):

1-е действие. Ограничить прямую n произвольным отрезком $AK(A'K', A''K'')$;

2-е действие. Построить натуральную величину произвольного

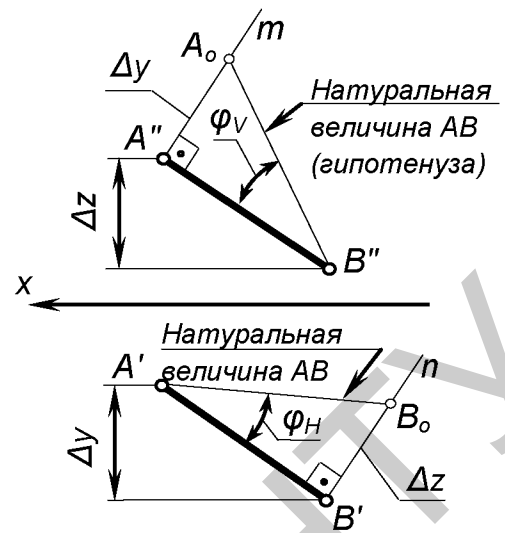


Рис. 4.11

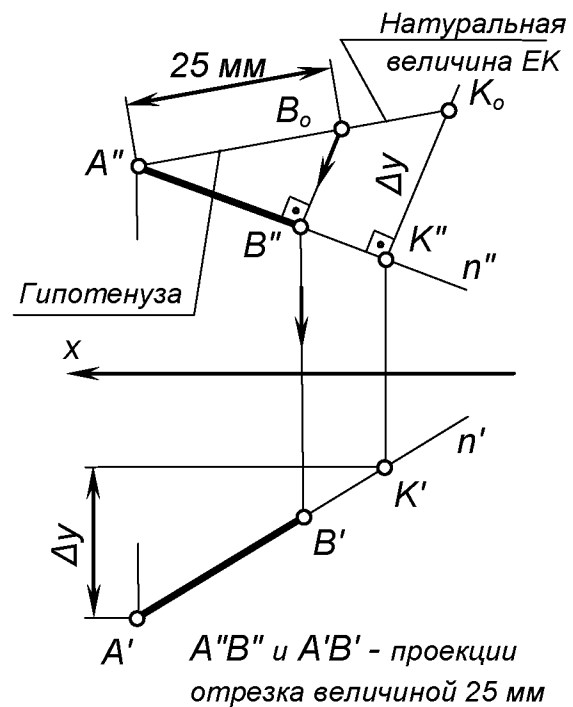


Рис. 4.12

от-резка AK способом прямоугольного треугольника относительно, например, фронтальной проекции $A''K''$ – это гипотенуза – $A''K_0$ (см. рис. 4.11).

3-е действие. На построенной натуральной величине $A''K_0$ (гипотенузе) от точки A'' отложить отрезок, равный 25 мм, и построить точку B_0 .

4-е действие. Из построенной точки B_0 провести перпендикуляр на проекцию n'' заданной прямой n и получить точку B'' , т.е. построить фронтальную проекцию $A''B''$ отрезка AB заданной величины 25 мм; по линии связи определить горизонтальную проекцию B' точки B , т.е. построить горизонтальную проекцию $A'B'$ отрезка AB заданной величины 25 мм.

Понятие о следах прямой

Следами прямой называются точки ее пересечения с плоскостями проекций. На рис. 4.13 показано построение на чертеже фронтального и горизонтального следов прямой AB и определено прохождение прямой по октантам пространства: из IV через I во II.

Взаимное положение двух прямых. Теорема о проекции прямого угла. Перпендикулярные прямые.

Две прямые в пространстве могут быть параллельными, пересекаться или скрещиваться. Запомните характерные признаки расположения на чертеже проекций двух различно расположенных прямых.

Параллельные прямые. Если прямые в пространстве параллельны, то их одноименные проекции на чертеже также параллельны. На рис. 4.14 изображены параллельные прямые AB и CD . На чертеже фронтальные и горизонтальные проекции прямых параллельны: $A''B''//C''D''$ и $A'B'//C'D'$.

Пересекающиеся прямые. Если прямые в пространстве пересекаются, то на чертеже проекции точки пересечения прямых лежат на одной линии связи. На рис. 4.15 изображены проекции пересекающихся прямых EF и KN . Проекции точки их пересечения $M(M'',M')$ лежат на пересечении одноименных проекций прямых и на одной линии связи.

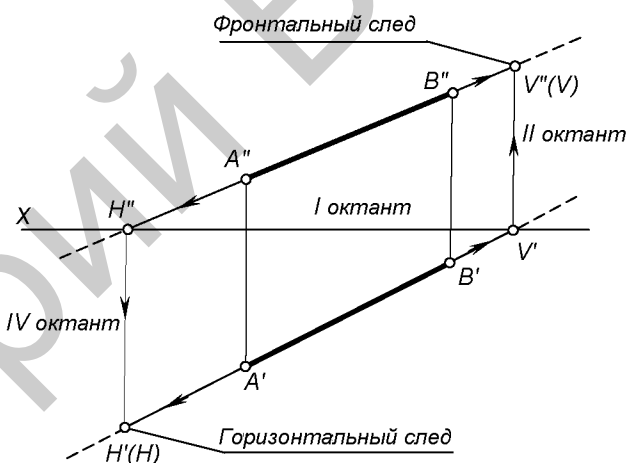


Рис. 4.13

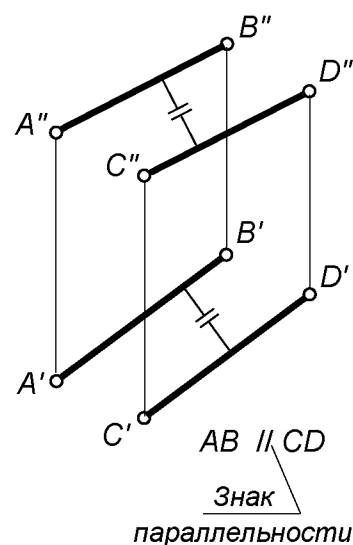


Рис. 4.14

Скрещивающиеся прямые. Если две прямые не параллельны и не пересекаются, то они в пространстве скрещиваются. На чертеже их проекции могут накладываться, образуя конкурирующие точки, лежащие на одном проецирующем луче. На рис. 4.16 изображены проекции двух скрещивающихся прямых AB и CD . Их одноименные проекции накладываются и образуют четыре конкурирующие точки (2 пары):

- конкурирующие точки 1 и 2 лежат на одном проецирующем луче, перпендикулярном плоскости проекций H , но принадлежат разным прямым: точка 1 принадлежит прямой AB , а точка 2 – прямой CD ; горизонтальные проекции точек 1 и 2 совпадают;

- конкурирующие точки 3 и 4 лежат на проецирующем луче, перпендикулярном плоскости проекций V , но принадлежат разным прямым: точка 3 принадлежит прямой CD , а точка 4 – прямой AB ; фронтальные проекции точек 3 и 4 совпадают.

!!! Конкурирующие точки, как было сказано выше, позволяют наблюдателю определить по чертежу относительное расположение прямых по их удаленности от плоскостей проекций H и V :

- по конкурирующим точкам 1 и 2 при взгляде на них сверху вниз на плоскость H (по стрелке) видно, что точка 1 расположена выше точки 2 (координата z_1 больше координаты z_2), т.е. на горизонтальной проекции прямая AB расположена над прямой CD ;

- по конкурирующим точкам 3 и 4 при взгляде на них снизу вверх на плоскость V (по стрелке) видно, что точка 3 расположена ближе к наблюдателю (координата y_3 больше координаты y_4), т.е. на фронтальной проекции прямая CD расположена перед прямой AB .

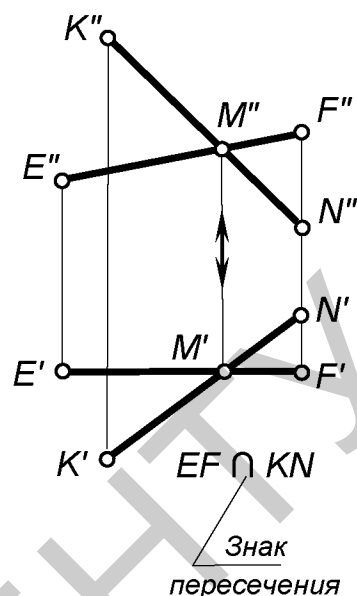


Рис. 4.15

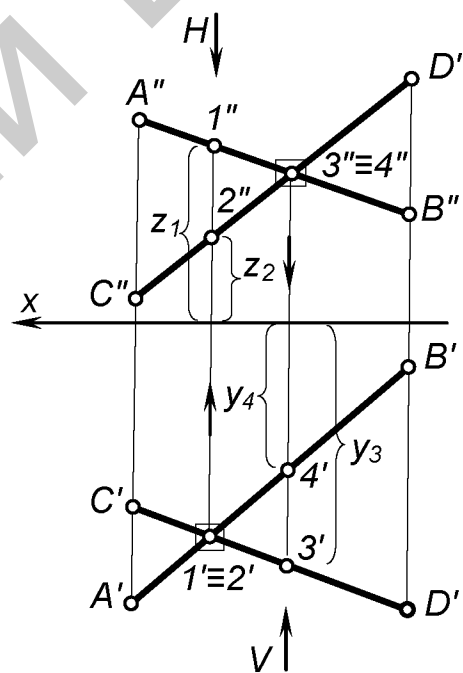


Рис. 4.16

Теорема о проекции прямого угла.

Частное расположение прямых – перпендикулярные прямые

Пересекающиеся прямые в пространстве могут быть расположены под прямым углом, т.е. взаимно перпендикулярно. Прямой угол между перпендикулярными прямыми может проецироваться на чертеж в натуральную величину при определенном условии.

Теорема о проекции прямого угла:

– если одна сторона прямого угла параллельна какой-либо плоскости проекций, а вторая сторона ей не перпендикулярна, то на эту плоскость проекций угол проецируется в натуральную величину, т.е. прямым (90°).

На рис. 4.17 дано изображение, поясняющее теорему о проекции прямого угла. Две перпендикулярные прямые AB и AC , образующие плоскость β , проецируются на некоторую плоскость проекций H . Прямая AC по условию параллельна этой плоскости проекций. Доказательство теоремы основано на известной из геометрии теореме о трех перпендикулярах (обратная теорема): прямая n , проведенная в плоскости H перпендикулярно наклонной прямой AB ($n \perp AB$; $n \parallel A_n C_n$), перпендикулярна и ее проекции; следовательно, угол $B_n A_n C_n$ – прямой.

!!! Для решения многих задач начертательной геометрии требуется по условию строить проекции прямого угла.

На рис. 4.18, а, б показано построение на чертеже недостающей фронтальной проекции прямого угла KMN .

На рис. 4.18, а изображено графическое условие задачи: дана горизонтальная проекция $K'M'N'$ прямого угла и фронтальная проекция $M''N''$ одной стороны этого угла.

На рис. 4.18, б показано решение задачи: так как одна сторона MN прямого угла по условию является фронтальной прямой, т.е. параллельна фронтальной плоскости проекций V , то по теореме о проекции прямого угла на плоскость V заданный прямой угол KMN должен проецироваться прямым; следовательно, фронтальную проекцию $K''M''$ стороны KM прямого угла проводим перпендикулярно заданной фронтальной проекции стороны $MN(M''N'')$.

На рис. 4.19, а, б показано построение на чертеже недостающей горизонтальной проекции прямого угла ECD .

Если $\angle BAC = 90^\circ$, а $BC \parallel H$,
то $\angle B_n A_n C_n = 90^\circ$

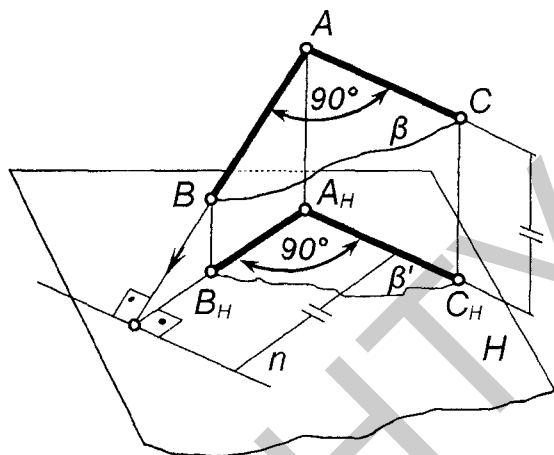


Рис. 4.17

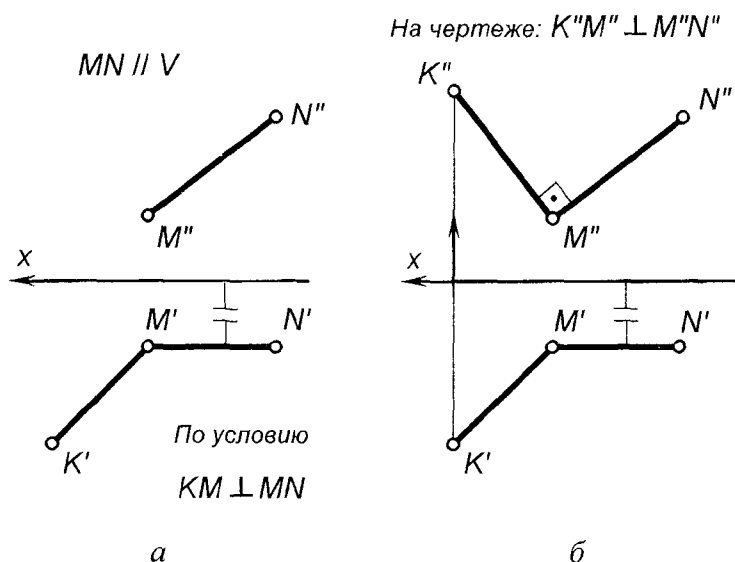


Рис. 4.18

На рис. 4.19, а изображено графическое условие задачи: дана фронтальная проекция $E''C''D''$ прямого угла и горизонтальная проекция $C'D'$ одной стороны этого угла.

На рис. 4.19, б показано решение задачи: так как одна сторона CD прямого угла по условию является горизонтальной прямой, т.е. параллельна горизонтальной плоскости проекций H , то по теореме о проекции прямого угла на плоскость H заданный прямой угол ECD должен проецироваться прямым; следовательно, горизонтальную проекцию $E'C'$ стороны угла EC проводим перпендикулярно заданной горизонтальной проекции стороны $CD(C'D')$.

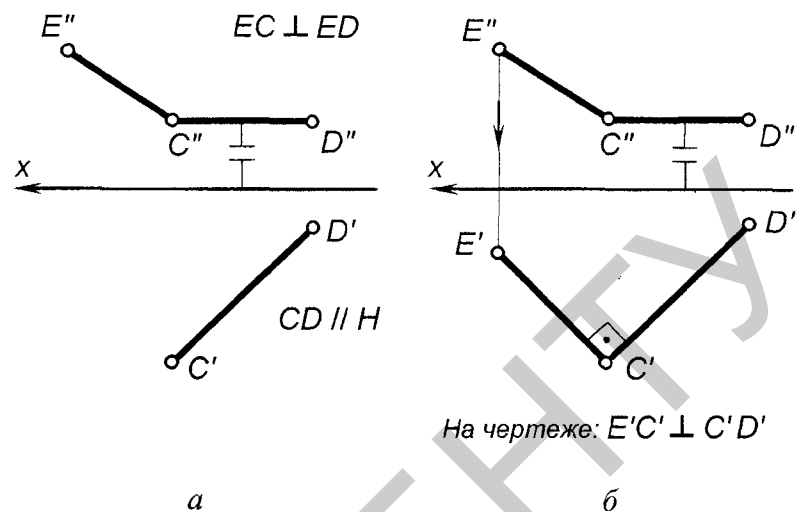


Рис. 4.19

Пример решения задачи 1 показан на образце выполнения листа 1 на рис. 4.20, а. Задачу выполнить на формате А3 чертежной бумаги на левой половине поля чертежа.

Задача 1. Построить проекции плоского контура по заданному условию. Задача имеет два варианта условий.

В а р и а н т ы 1–15: построить фронтальную и горизонтальную проекции ромба $ABCD$ с диагоналями AC и BD по заданному условию: вершина ромба, точка A , дана, а диагональ AC лежит на заданной прямой уровня AL ; вторая диагональ ромба BD равна 130 мм и проходит через заданную точку K . Диагональ ромба AC определяется построениями. Определить углы наклона диагонали ромба BD к плоскостям проекций H и V .

В а р и а н т ы 16–30: построить проекции квадрата $ABCD$ с диагоналями AC и BD по заданному условию: вершина квадрата, точка A , дана, а диагональ AC лежит на заданной прямой AL ; вторая диагональ квадрата проходит через заданную точку K . Диагонали квадрата определяются построениями. Определить углы наклона диагонали квадрата BD к плоскостям проекций H и V .

Данные всех вариантов представлены координатами x , y и z точек A , L и K в табл. 4.1.

На образце показан пример решения задачи 1 по условию вариантов 1–15, т.е. построены проекции ромба $ABCD$.

Для решения задачи рассмотрим ромб как геометрическую фигуру: диагонали ромба перпендикулярны и точкой пересечения (точка O) делятся пополам.

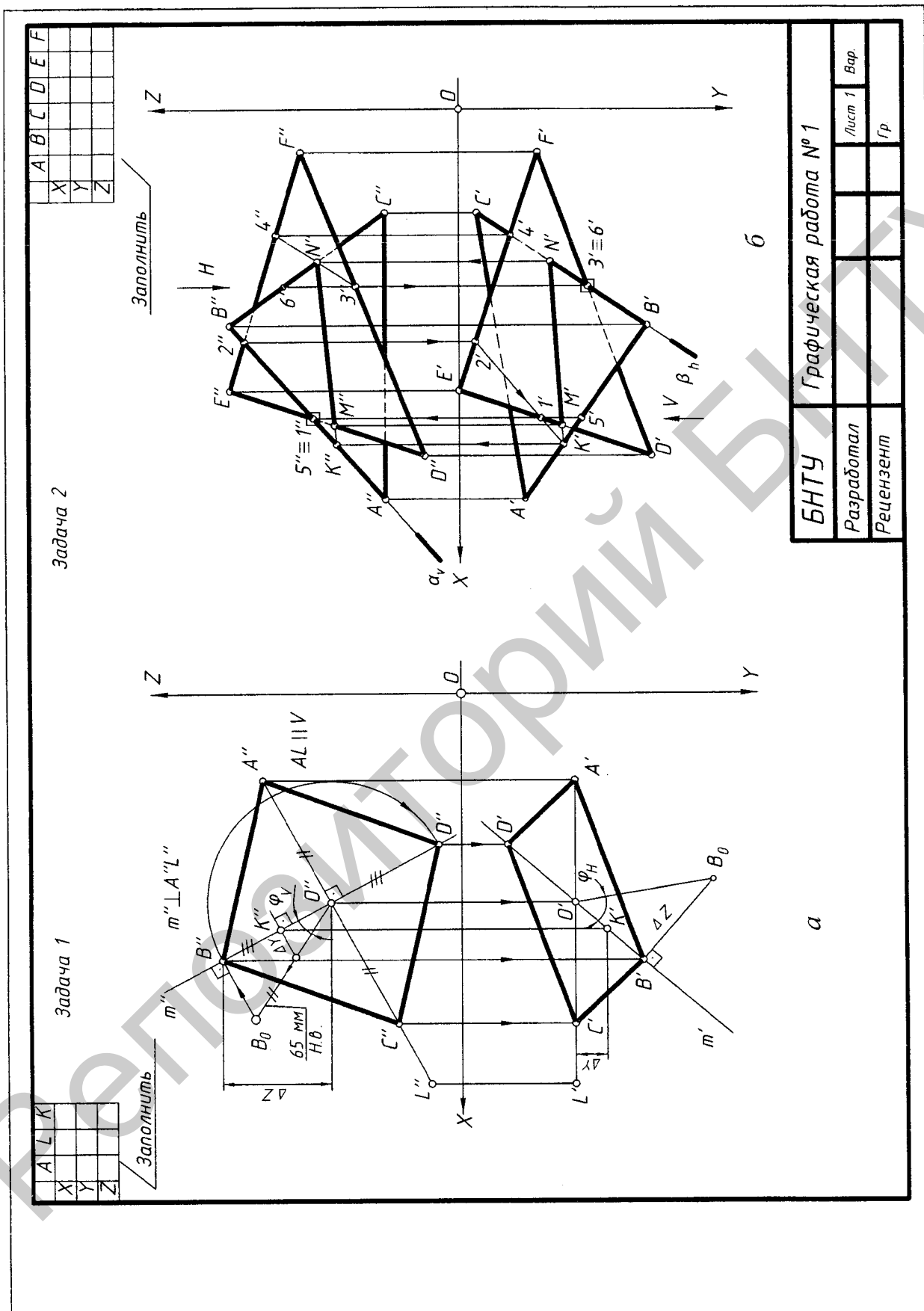


Рис. 4.20

По заданным в табл. 4.1 координатам точек построить на левой половине листа 1 графическое условие задачи: проекции фронтальной прямой уровня $AL(A''L'', A'L')$ и проекции точки $K(K'', K')$. В левом верхнем углу выполнить таблицу с координатами точек своего варианта.

П л а н г р а ф и ч е с к и х д е й с т в и й для решения задачи 1:

1-е действие. Построить фронтальную и горизонтальную проекции прямой общего положения $m(m'', m')$, проходящей через точку $K(K'', K')$, на которой будет лежать диагональ ромба BD :

- фронтальная проекция $m(m'')$ этой прямой перпендикулярна фронтальной проекции $A''L''$ прямой уровня AL (в соответствии с теоремой о проекции прямого угла) и проходит через фронтальную проекцию K'' точки K ;

- фронтальная проекция $O(O'')$ точки пересечения диагоналей ромба определяется на пересечении фронтальных проекций заданной прямой уровня $AL(A''L'')$ и построенной прямой $m(m'')$, а ее горизонтальная $O(O')$ проекция построена по линии связи на проекции $A'L'$ прямой AL ;

- горизонтальная проекция прямой $m(m')$ проходит через горизонтальные проекции точек $O(O')$ и $K(K')$.

2-е действие. Построить на прямой общего положения $m(m', m'')$ проекции отрезка $OB = 65$ мм (половина второй диагонали ромба BD , построение см. на рис. 4.11 и 4.12), т.е. построить проекции вершины $B(B', B'')$ ромба.

3-е действие. Построить проекции вершин ромба $C(C', C'')$ и $D(D', D'')$, отложив на диагоналях от точки $O(O'', O')$ отрезки, равные построенным проекциям половин диагоналей OA и OB .

4-е действие. Достроить проекции ромба $ABCD$, соединив прямыми линиями построенные проекции его вершин.

5-е действие. Определить углы наклона половины диагонали ромба – отрезка OB к плоскостям проекций H и V : построить натуральную величину отрезка OB способом прямоугольного треугольника относительно горизонтальной $O'B'$ проекции этого отрезка и определить искомые углы:

- угол φ_V наклона отрезка OB к плоскости проекций V определяется между проекцией $O''B''$ половины диагонали и гипотенузой $O''B_0$ построенного прямоугольного треугольника $O''B''B_0$;

- угол φ_H наклона отрезка OB к плоскости проекций H определяется между проекцией $O'B'$ половины диагонали и гипотенузой $O'B_0$ построенного относительно горизонтальной проекции $O'B'$ прямоугольного треугольника $O'B'B_0$.

Задача 2. Для решения задачи 2 следует проработать и усвоить материал начертательной геометрии из темы 1.

Плоскость:

- различные способы задания плоскости на чертеже;
- точка и прямая в плоскости (теоремы о принадлежности точки и прямой плоскости);

- прямые особого положения – горизонталь и фронталь плоскости;
- понятие о следах плоскости;
- положение плоскости относительно плоскостей проекций (плоскости общего положения, плоскости частного положения – плоскости проецирующие и плоскости уровня);
- проведение проецирующей плоскости через прямую общего положения (заключение прямой в плоскость);
- взаимное положение двух плоскостей (пересекаются или параллельны);
- взаимное положение прямой линии и плоскости (пересекаются или параллельны);
- частные случаи пересечения двух плоскостей, прямой и плоскости:
 - 1-й случай* – два пересекающихся геометрических образа (плоскость и прямая) занимают частные положения относительно плоскостей проекций;
 - 2-й случай* – один из пересекающихся геометрических образов (или плоскость, или прямая) занимает частное положение относительно плоскостей проекций;
 - 3-й случай* – пересечение геометрических образов общего положения:
 - пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения (построение точки их пересечения);
 - пересечение плоскостей общего положения (построение линии пересечения двух плоскостей по точкам пересечения прямых с плоскостью).

Условие задачи 2. Построить фронтальную и горизонтальную проекции линии пересечения двух плоскостей общего положения. Задача имеет два варианта графических условий.

В а р и а н т ы 1–15: построить проекции линии пересечения двух плоскостей общего положения ABC и DEF , заданных треугольными отсеками.

В а р и а н т ы 16–30: построить проекции линии пересечения треугольника ABC и параллелограмма $DEFG$, проекции вершины $G(G', G'')$ которого требуется предварительно достроить.

Данные всех вариантов представлены координатами x , y и z точек A , B , C , D , E и F в табл. 4.2.

По заданным в таблице координатам точек построить графическое условие задачи 2:

для вариантов 1–15: фронтальную и горизонтальную проекции треугольных плоскостей общего положения ABC и DEF ;

для вариантов 16–30: фронтальную и горизонтальную проекции треугольной плоскости общего положения ABC и проекции трех вершин D , E и F параллелограмма; вершину $G(G', G'')$ достроить.

Графическая работа № 1

Лист 1. Задача 2.

Тема: плоскость; пересечение прямой и плоскости общего положения, пересечение плоскостей

№ варианта	Координата	A	B	C	D	E	F	№ варианта	A	B	C	D	E	F	№ варианта	A	B	C	D	E	F
1	X	130	100	30	130	100	10	11	120	10	30	75	120	50	21	130	15	80	130	90	45
	Y	75	10	45	20	80	20		10	80	10	80	40	0		65	80	20	20	80	65
	Z	70	10	50	40	80	10		40	75	0	0	20	80		60	40	0	75	20	25
2	X	130	30	80	130	15	100	12	130	20	50	35	120	85	22	130	15	65	110	25	55
	Y	50	75	20	70	30	10		70	70	10	80	50	10		0	65	0	20	20	60
	Z	65	65	0	40	60	0		20	70	0	5	40	70		60	45	0	70	40	15
3	X	130	70	20	130	20	70	13	130	90	10	120	70	10	23	15	130	45	110	25	10
	Y	80	10	20	55	45	0		80	10	10	40	10	50		60	50	10	75	75	30
	Z	0	80	25	55	75	0		0	70	20	30	0	60		70	55	10	20	20	55
4	X	130	75	20	120	90	20	14	130	20	90	105	130	35	24	30	110	85	65	130	110
	Y	0	70	30	70	0	15		65	35	10	10	45	80		70	40	0	0	30	60
	Z	40	70	10	0	80	70		80	10	0	55	20	0		50	80	0	85	55	15
5	X	130	20	85	120	60	20	15	0	130	35	0	35	115	25	130	20	45	115	85	20
	Y	60	50	10	40	0	70		60	40	5	40	0	25		60	60	15	35	65	0
	Z	35	90	10	50	80	10		60	35	10	30	0	50		25	75	10	40	10	60
6	X	120	20	65	130	20	85	16	120	15	100	40	130	85	26	20	130	85	10	35	110
	Y	0	55	80	30	0	80		30	30	70	30	10	70		15	0	65	55	20	20
	Z	75	15	0	0	35	80		70	80	15	20	40	70		40	70	0	70	20	20
7	X	20	130	65	10	75	130	17	130	20	90	0	60	130	27	105	10	55	120	80	40
	Y	10	5	70	40	20	80		60	50	10	20	20	60		55	35	10	25	60	25
	Z	0	20	60	30	75	20		70	40	10	40	10	40		70	50	10	25	0	90
8	X	115	85	10	125	45	10	18	130	10	100	0	50	120	28	20	70	130	35	110	95
	Y	80	20	40	10	70	0		20	20	70	40	5	60		20	60	10	10	0	60
	Z	0	65	50	10	70	10		60	60	10	5	60	70		0	60	0	55	35	0
9	X	130	10	55	120	70	10	19	130	80	20	115	20	0	29	110	20	130	20	55	130
	Y	65	40	0	40	0	65		10	80	40	0	10	60		60	25	0	25	0	50
	Z	70	50	0	0	80	50		10	75	50	65	65	20		5	45	60	30	0	40
10	X	120	10	70	130	90	30	20	10	70	130	50	5	80	30	130	50	20	10	110	85
	Y	0	30	70	20	80	0		20	70	0	20	40	80		30	60	0	10	10	60
	Z	70	30	0	0	80	20		60	0	60	10	40	70		10	70	30	60	50	0

Краткое изложение материала начертательной геометрии к задаче 2

Плоскость. Различные способы задания плоскости на чертеже.

Из геометрии известно, что плоскость в пространстве определяется тремя точками, не лежащими на одной прямой. В соответствии с этим на чертеже плоскость может быть задана:

- проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой (рис. 4.21, а);
- проекциями прямой и точки, взятой вне прямой (рис. 4.21, б);
- проекциями двух параллельных прямых (рис. 4.21, в);
- проекциями двух пересекающихся прямых (рис. 4.21, г);
- проекциями замкнутого отска любой формы – треугольника, четырехугольника и т.д. (см. рис. 4.22).

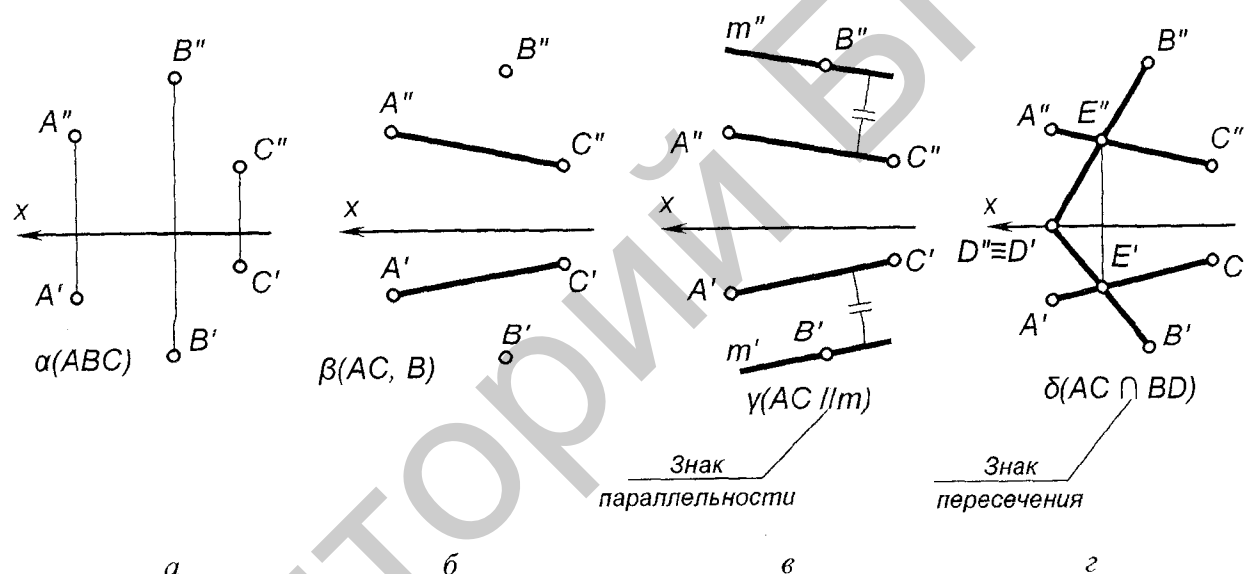


Рис. 4.21

Точка и прямая в плоскости

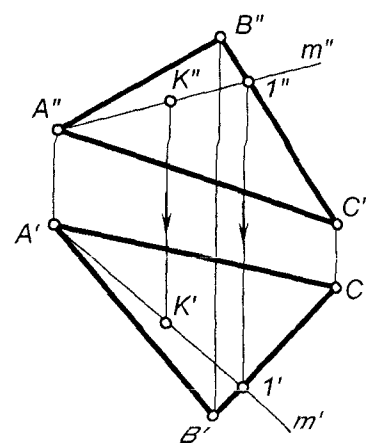
Из геометрии известны теоремы о принадлежности точки и прямой линии плоскости:

1-я теорема: точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой линии, лежащей в этой плоскости.

2-я теорема: прямая линия принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, лежащие в этой плоскости.

На рис. 4.22 показано применение этих теорем для построения горизонтальной проекции точки $K(K'', K'-?)$, лежащей в плоскости, заданной треугольником ABC . Для решения этой задачи, требуется выполнить следующий графический алгоритм (графический действия):

$\alpha(\triangle ABC)$; точка $K(K'', K'-?) \in \alpha$



точка $K \in m \subset \alpha$

Рис. 4.22

1-е действие. Провести в заданной плоскости фронтальную проекцию вспомогательной прямой $m(m'')$ через две точки этой плоскости – например, через точку $A(A'')$ и заданную фронтальную проекцию точки $K(K'')$; эта прямая пересекает сторону BC треугольника в точке $1(1'', 1')$.

2-е действие. Провести горизонтальную проекцию вспомогательной прямой $m(m')$ через горизонтальные проекции точек $A(A')$ и $1(1')$;

3-е действие. Построить по линии связи искомую горизонтальную проекцию точки $K(K')$ на горизонтальной проекции вспомогательной прямой $m(m')$.

На рис. 4.23, а, б показано решение задачи, где требуется достроить горизонтальную проекцию четырехугольника $ABCD(A'', B'', C'', D''; A', B', C', D'-?, C'-?)$. Для решения задачи выполнены следующие графические построения:

- проведены проекции диагонали $AC(A''C'', A'C')$;
- проведена фронтальная проекция диагонали $BD(B''D'')$;
- определены проекции вспомогательной точки $1(1'', 1')$, принадлежащей диагоналям AC и BD ;
- проведена через точки B' и $1'$ горизонтальная проекция диагонали $d(d')$, на которой должна лежать проекция вершины $D(D')$;
- построена по линии связи горизонтальная проекция D' вершины D по ее принадлежности прямой $d(d')$;
- достроена горизонтальная проекция $A'B'C'D'$ четырехугольника $ABCD$.

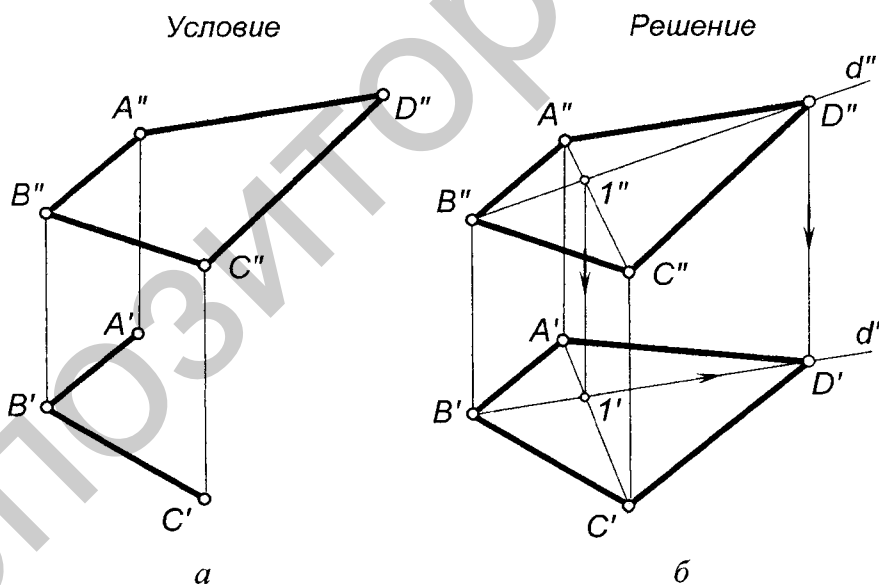


Рис. 4.23

Прямые особого положения в плоскости. Горизонталь h и фронталь f плоскости

Прямые линии, лежащие в плоскости и параллельные фронтальной плоскости проекций V , называются ФРОНТАЛЯМИ – $f(f'', f')$.

Прямые линии, лежащие в плоскости и параллельные горизонтальной плоскости проекций H , называются ГОРИЗОНТАЛЯМИ – $h(h'', h')$.

На рис. 4.24 показано построение в плоскости треугольника DEF проекций фронтали и горизонтали.

Поскольку фронталь плоскости f параллельна фронтальной плоскости проекций V , построение ее проекций следует начинать с ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПРОЕКЦИИ фронтали f' , которая должна быть на чертеже параллельна оси x . Фронтальная проекция фронтали f'' строится по ее принадлежности заданной плоскости с помощью вспомогательной точки $1(1', 1'')$.

Поскольку горизонталь плоскости h параллельна горизонтальной плоскости проекций H , построение ее проекций следует начинать с ФРОНТАЛЬНОЙ ПРОЕКЦИИ горизонтали h'' , которая должна быть на чертеже параллельна оси x . Горизонтальная проекция горизонтали h' строится по ее принадлежности заданной плоскости с помощью вспомогательной точки $2(2', 2'')$.

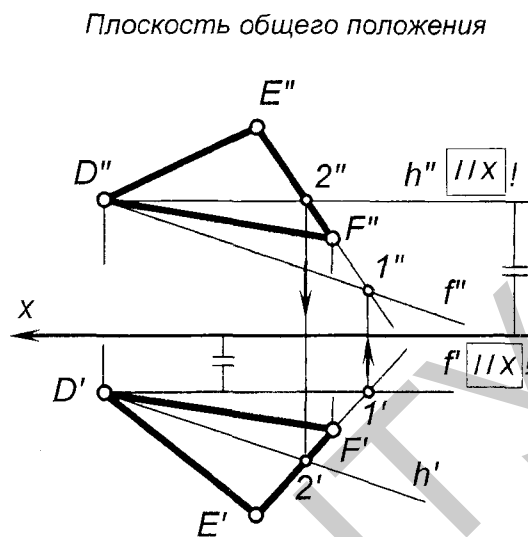


Рис. 4.24

Понятие о следах плоскости

Следами плоскости называются линии, по которым плоскость пересекается с плоскостями проекций:

- горизонтальный след – линия пересечения плоскости с плоскостью проекций H ;
- фронтальный след – линия пересечения плоскости с плоскостью проекций V ;
- профильный след – линия пересечения плоскости с плоскостью проекций W .

!!! На чертежах вырожденные в прямые линии проекции плоскостей частного положения совпадают с соответствующими следами этих плоскостей и их можно обозначать как следы (рис. 4.25–4.30) этих плоскостей.

Положение плоскости относительно плоскостей проекций.

Плоскости общего положения и плоскости частного положения

Относительно плоскостей проекций V , H и W плоскости в пространстве могут занимать семь различных положений – общее и шесть частных – и имеют соответствующие названия и характерные признаки проекций на чертежах. Следовательно, по заданным проекциям плоскости можно представить ее положение в пространстве, т.е. «прочитать» чертеж плоскости.

1. Плоскость, не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций (см. рис. 4.21–4.24), называется ПЛОСКОСТЬЮ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ.

!!!**Запомните** характерные признаки плоскости общего положения на чертеже – ни одна ее проекция не вырождается в линию и каждая проекция искажает величину той формы, плоскость которой задана на чертеже.

Плоскости частного положения, перпендикулярные одной плоскости проекций, называются **ПРОЕЦИРУЮЩИМИ ПЛОСКОСТЯМИ**.

2. ФРОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩАЯ ПЛОСКОСТЬ перпендикулярна фронтальной плоскости проекций V . На рис. 4.25 плоскость задана двумя пересекающимися прямыми DE и EF ; горизонталь плоскости h преобразуется здесь во фронтально-проецирующую прямую ($h \perp V$).

!!!**Запомните** характерные признаки фронтально-проецирующей плоскости на чертеже – ее фронтальная проекция представляет собой прямую (вырожденная проекция β_V), наклоненную к оси проекций X , и определяет угол наклона плоскости к плоскости проекций H . Горизонтальная и профильная проекции плоскости представляют собой искаженную по величине форму, которой эта плоскость задана на чертеже.

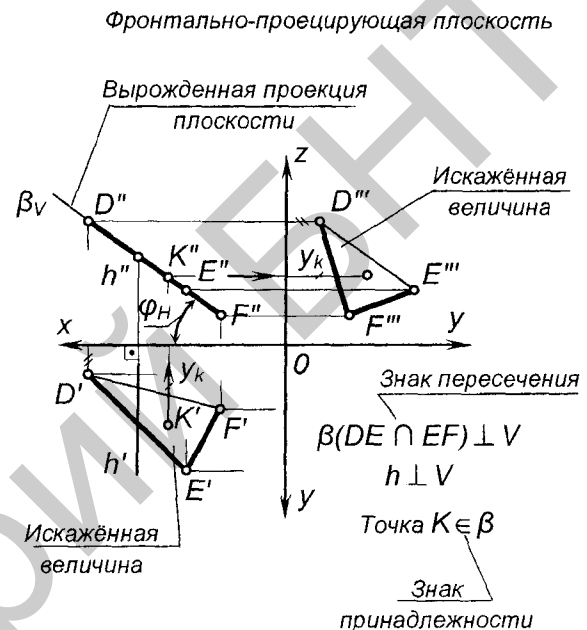


Рис. 4.25

3. ГОРИЗОНТАЛЬНО-ПРОЕЦИРУЮЩАЯ ПЛОСКОСТЬ перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций H . На рис. 4.26 плоскость задана треугольником ABC ; фронталь плоскости f преобразуется в горизонтально-проецирующую прямую ($f \perp V$).

!!! **Запомните** характерные признаки горизонтально-проецирующей плоскости на чертеже – ее горизонтальная проекция представляет собой прямую (вырожденная проекция α_V), наклоненную к оси проекций X , и определяет угол наклона плоскости к плоскости проекций V . Фронтальная и профильная (не показана) проекции плоскости представляют собой искаженную по величине форму, которой эта плоскость задана на чертеже.

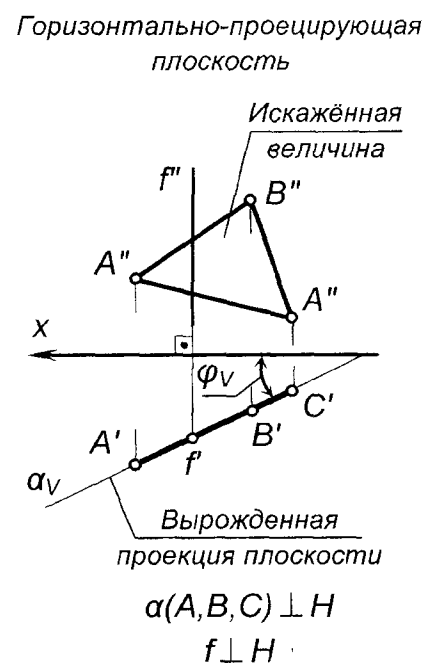


Рис. 4.26

4. ПРОФИЛЬНО-ПРОЕКЦИРУЮЩАЯ ПЛОСКОСТЬ перпендикулярна профильной плоскости проекций W . На рис. 4.27 плоскость задана двумя параллельными прямыми KL и MN ; фронталь и горизонталь плоскости преобразуются в профильно-проецирующие прямые.

!!! **Запомните** характерные признаки профильно-проецирующей плоскости на чертеже – ее профильная проекция представляет собой прямую (вырожденная проекция δ_W), наклоненную к осям проекций X и Y , и определяет углы наклона плоскости к плоскостям проекций V и H . Фронтальная и горизонтальная проекции этой плоскости представляют собой искаженную по величине форму, которой эта плоскость задана на чертеже.

Плоскости частного положения, перпендикулярные двум плоскостям проекций и параллельные третьей плоскости проекций, называются ПЛОСКОСТЯМИ УРОВНЯ.

5. ФРОНТАЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ УРОВНЯ параллельна фронтальной плоскости проекций V и перпендикулярна плоскостям проекций H и W . На рис. 4.28 фронтальная плоскость уровня задана параллелограммом $DEFG$; фронтальная проекция этой плоскости является ее натуральной величиной.

!!! **Запомните** характерные признаки фронтальной плоскости на чертеже – ее горизонтальная и профильная проекции проецируются в прямые (вырожденные проекции β_H и β_W), параллельные соответственно осям проекций X и Z .

6. ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ УРОВНЯ параллельна горизонтальной плоскости проекций H и перпендикулярна плоскостям проекций V и W .

На рис. 4.29 горизонтальная плоскость уровня задана треугольником ABC ; горизонтальная проекция этой плоскости является ее натуральной величиной.

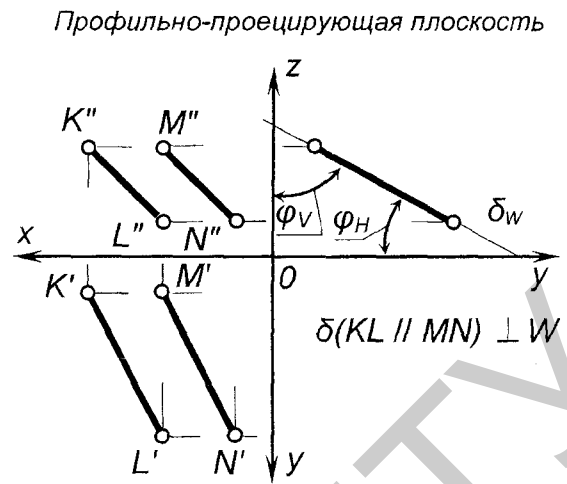


Рис. 4.27

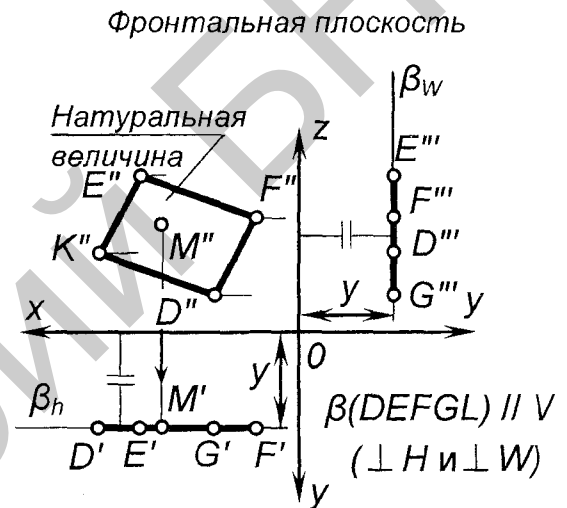


Рис. 4.28

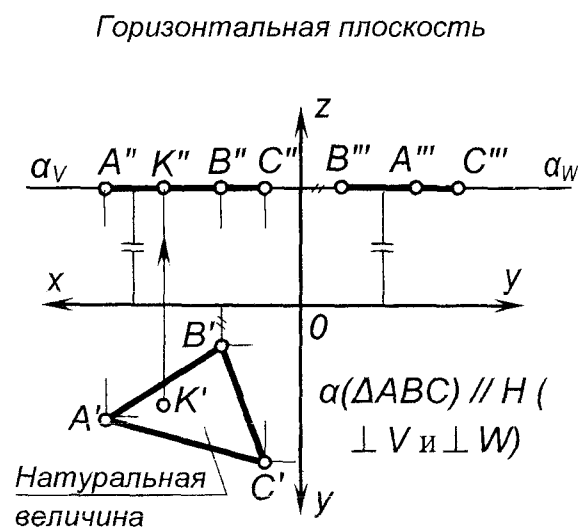


Рис. 4.29

!!! **Запомните** характерные признаки горизонтальной плоскости на чертеже – ее фронтальная и профильная проекции проецируются в прямые (вырожденные проекции α_V и α_W), параллельные соответственно осям проекций X и Y .

7. ПРОФИЛЬНАЯ ПЛОСКОСТЬ УРОВНЯ параллельна плоскости проекций W и перпендикулярна плоскостям проекций V и H . На рис. 4.30 плоскость задана кругом с центром в точке O и ее профильная проекция имеет натуральную величину этого круга.

!!! **Запомните** характерные признаки профильной плоскости на чертеже – ее фронтальная и горизонтальная проекции представляют собой прямые (вырожденные проекции δ_V и δ_H), перпендикулярные оси проекций X и параллельные осям Z и Y .

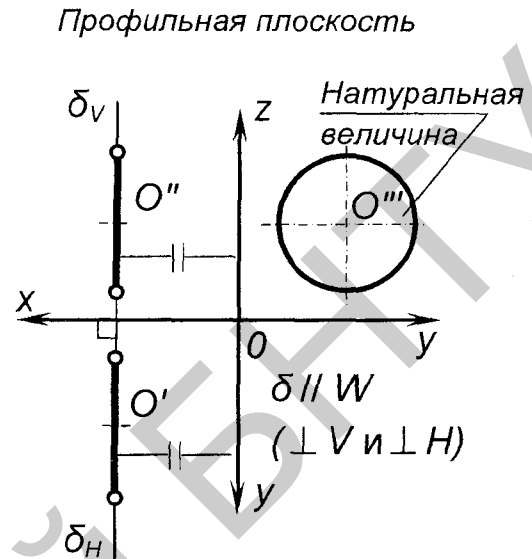


Рис. 4.30

Проведение плоскости частного положения через прямую общего положения (заключение прямой линии в плоскость частного положения)

Очень часто для решения различных задач требуется провести через прямую общего положения плоскость частного положения. Это графическое действие называется «заклЮчить» прямую в плоскость частного положения (проецирующую или уровня). На рис. 4.31, *а*, *б* показано графическое оформление этого действия.

На рис. 4.31, *а* прямая общего положения $AB(A''B'', A'B')$ заключена во фронтально-проецирующую плоскость β . Это означает, что прямая теперь лежит в этой плоскости и, следовательно, фронтальный след плоскости $\beta(\beta_V)$ совпадает с фронтальной проекцией $AB(A''B'')$ прямой; графически это действие оформляется продолжением фронтальной проекции прямой с обозначением следа надписью β_V .

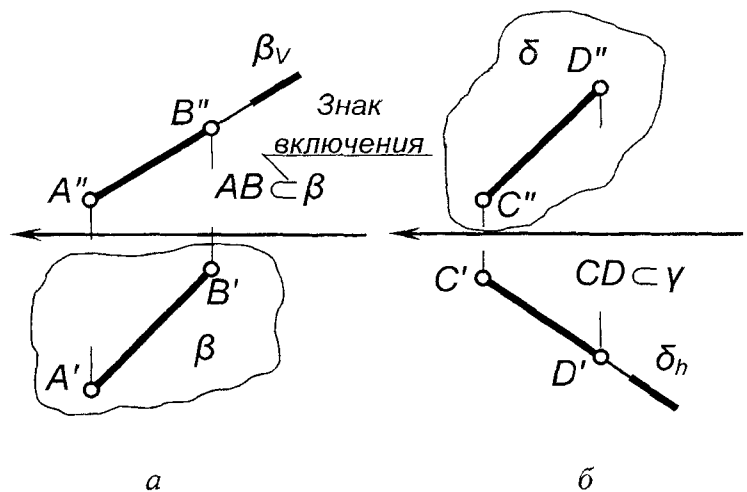


Рис. 4.31

!!! Горизонтальная проекция плоскости β не оформляется на чертеже, но подразумевается (показана ограниченным тонкой волнистой линией отсеком произвольной формы, так как плоскость в пространстве не имеет границ).

На рис. 4.31, *б* прямая общего положения $CD(C''D'', C'D')$ заключена в горизонтально-проецирующую плоскость δ и это действие оформлено обозначе-

нием следа надписью δ_h на продолжении горизонтальной проекции заданной прямой (рассуждения аналогичны).

Взаимное положение двух плоскостей, прямой линии и плоскости

Плоскости в пространстве могут быть параллельными или пересекаться.

Плоскости параллельные

Из геометрии известно: если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то эти плоскости ПАРАЛЛЕЛЬНЫ. Следовательно, на чертеже у параллельных плоскостей должны быть соответственно параллельны одноименные проекции двух пересекающихся прямых, лежащих в каждой из плоскостей. Этот признак параллельных плоскостей используется для определения на чертеже параллельности двух заданных плоскостей и построения параллельных плоскостей.

На рис. 4.32 показано построение плоскости β , проведенной через заданную точку $A(A''A')$, параллельно заданной плоскости $\alpha(m//n)$.

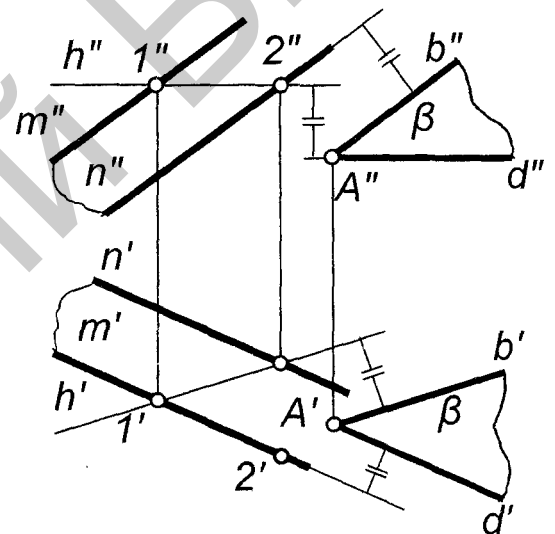
Для решения задачи следует выполнить следующие графические действия:

1-е действие. В заданной плоскости α построить вспомогательную прямую, например, горизонталь $h(h''h')$, то есть создать в плоскости пересекающиеся прямые.

2-е действие. Через заданную точку $A(A''A')$ провести две пересекающиеся прямые b и d , параллельные двум пересекающимся прямым m и h заданной плоскости α :

- прямую $b(b'',b')$ параллельно прямой $m(m'',m')$ (или $n(n'',n')$);
- прямую $d(d'',d')$ параллельно вспомогательной прямой $h(h'',h')$.

Построенная плоскость $\beta(b \cap d)$ будет параллельна заданной плоскости $\alpha(m//n)$, так как две пересекающиеся прямые m и h плоскости α соответственно параллельны двум пересекающимся прямым b и d построенной плоскости β .



$\alpha(m//n); \beta(a \cap b) // \alpha$

Рис. 4.32

Параллельность прямой и плоскости

Из геометрии известно: прямая параллельна плоскости, если она параллельна любой прямой, лежащей в этой плоскости. Следовательно, на чертеже (см. рис. 4.32) прямая, например, b , параллельна плоскости $\alpha(m//n)$, так как проекции прямой b проведены параллельно одноименным проекциям прямой $m(m'',m')$, лежащей в этой плоскости.

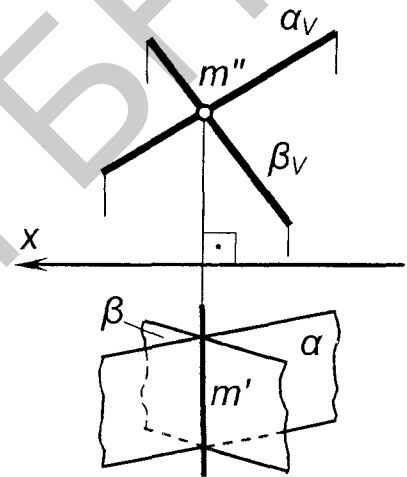
Плоскости пересекающиеся

Общим элементом пересечения двух плоскостей является прямая линия, принадлежащая обеим плоскостям.

Плоскости, как известно, могут занимать частные и общее положения относительно плоскостей проекций, поэтому при пересечении двух плоскостей возможны три случая:

1-й случай — обе плоскости занимают частное положение относительно плоскостей проекций. В этом случае искомой линией пересечения является проецирующая прямая, проекция которой, вырожденная в точку, лежит на пересечении вырожденных в прямые проекциях плоскостей.

На рис. 4.33 изображены две пересекающиеся фронтально-проецирующие плоскости α и β , элементом пересечения которых является фронтально-проецирующая прямая m (соответственно горизонтально-проецирующие плоскости пересекаются по горизонтально-проецирующей прямой). Фронтальная $m(m'')$ и вырожденная в точку проекция линии пересечения лежит на пересечении фронтальных, вырожденных в прямые, проекциях (следах) плоскостей, а горизонтальная $m(m')$ проекция линии пересечения — прямая, перпендикулярная оси X .



$$\alpha \perp V; \beta \perp V$$

$$\alpha(\alpha_v) \cap \beta(\beta_v) \rightarrow m \perp V$$

Рис. 4.33

2-й случай — только одна из плоскостей занимает частное положение относительно плоскостей проекций. В этом случае одна из проекций искомой линии пересечения совпадает с вырожденной проекцией плоскости частного положения, а другую проекцию линии пересечения требуется построить.

На рис. 4.34 изображены две пересекающиеся плоскости, из которых плоскость α , заданная своим горизонтальным следом α_h , является горизонтально-проецирующей, а другая плоскость, заданная треугольником ABC , — плоскость общего положения. Горизонтальная проекция $MN(M'N')$ искомой линии пересечения плоскостей в этом случае совпадает со следом α_h плоскости α , а фронтальная проекция $M''N''$ линии пересечения построена по принадлежности точек M и N сторонам треугольника ABC .

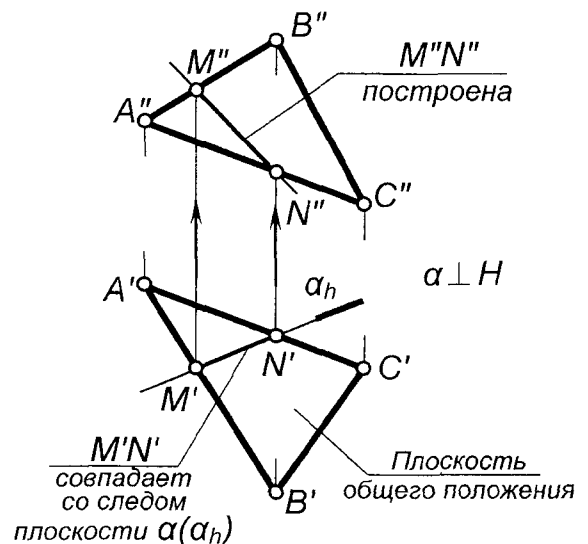


Рис. 4.34

3-й случай – пересечение двух плоскостей общего положения, проекции которых в пределах чертежа накладываются, рассмотрим ниже.

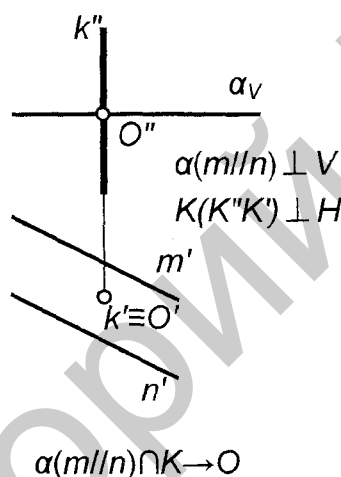
!!! Если пересекаются *три* плоскости, то общим элементом их пересечения является *точка*!

Пересечение прямой с плоскостью

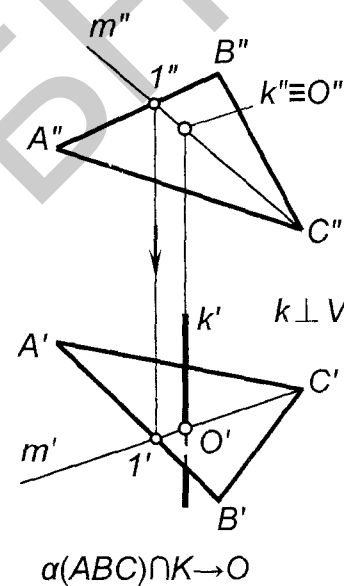
Общим элементом пересечения прямой с плоскостью является точка, принадлежащая и прямой, и плоскости. Поскольку и прямая, и плоскость могут занимать различные положения относительно плоскостей проекций, то при их пересечении также возможны три случая:

1-й случай – и прямая и плоскость занимают частное положение относительно плоскостей проекций. В этом случае проекции искомой точки пересечения определяются на характерных (вырожденных) проекциях прямой и плоскости.

На рис. 4.35, а изображена горизонтальная плоскость уровня $\alpha(m//n)$, пересекающаяся с горизонтально-проецирующей прямой $k(k''k')$. Фронтальная проекция $O(O'')$ точки их пересечения совпадает с фронтальным следом плоскости α_V , а горизонтальная проекция $O(O')$ точки их пересечения совпадает с вырожденной в точку горизонтальной $k(k')$ проекцией прямой.



а



б

Рис. 4.35

2-й случай – только один элемент (или прямая или плоскость) занимает частное положение относительно плоскостей проекций. В этом случае одна из проекций точки пересечения совпадает с характерной (вырожденной) проекцией элемента частного положения, а другую проекцию точки пересечения требуется построить.

На рис. 4.35, б изображены пересекающиеся фронтально-проецирующая прямая $k(k'',k')$ и плоскость общего положения, заданная треугольником ABC . В этом случае фронтальная проекция точки пересечения $O(O'')$ совпадает с вырожденной в точку проекцией прямой, а горизонтальная проекция $O(O')$ точки пересечения построена по принадлежности точки O плоскости ABC с помощью вспомогательной прямой m .

3-й случай – оба пересекающихся элемента занимают общее положение относительно плоскостей проекций, то есть пересекается плоскость общего положения с прямой общего положения. В этом самом сложном для решения случае для построения точки пересечения элементов следует применить вспомогательные построения, чтобы привести условие задачи к более легкому для реше-

ния 2-му случаю (см. рис. 4.34), то есть прямую общего положения заменить элементом частного положения, «заклучив» ее в плоскость частного положения (см. рис. 4.31 *а, б*). На рис. 4.36 показана наглядная картина этого действия. Прямая общего положения k пересекается с плоскостью общего положения $\alpha(ABC)$. Для решения задачи через прямую проведена некоторая вспомогательная плоскость β , то есть прямая «заклучена» в плоскость β .

Определяется вспомогательная линия 1-2 пересечения двух плоскостей – заданной и вспомогательной. Искомая точка O лежит на пересечении заданной прямой k и вспомогательной линии пересечения 1-2.

На рис. 4.37 показано построение на чертеже точки пересечения $O(O'', O')$ плоскости общего положения, заданной треугольником CDE , с прямой общего положения $k(k'', k')$. Для решения задачи в этом случае выполняется следующий графический алгоритм (графические действия):

1-е действие. Заклучить прямую k во вспомогательную, например, горизонтально-проецирующую плоскость α , задав ее горизонтальным следом α_H .

2-е действие. Построить проекции вспомогательной линии пересечения 1-2 ($1''-2''$, $1'-2'$) заданной плоскости CDE со вспомогательной плоскостью α (см. рис. 4.34).

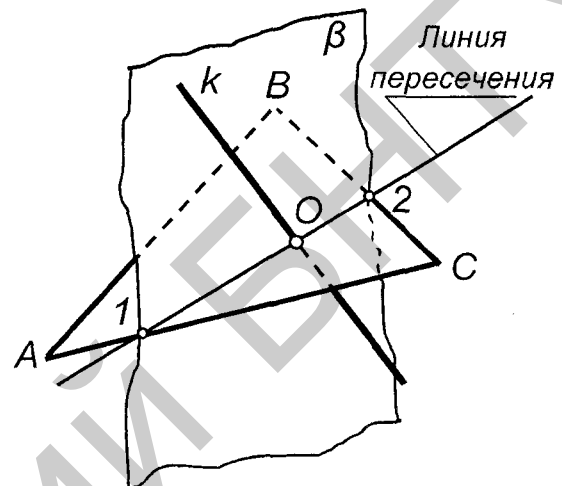
3-е действие. Определить проекции искомой точки пересечения $O(O'', O')$ заданных элементов:

– фронтальная проекция O'' определяется на пересечении фронтальной проекции заданной прямой $k(k'')$ и построенной фронтальной проекции $1''-2''$ вспомогательной линии пересечения;

– горизонтальная проекция O' определяется на горизонтальной проекции $k(k')$ заданной прямой по линии связи.

4-е действие. Определить на проекциях относительную видимость прямой и плоскости по конкурирующим точкам.

На рис. 4.37 показано определение относительной видимости заданной прямой k и плоскости CDE с помощью конкурирующих точек, лежащих на скрещивающихся прямых. На горизонтальную проекцию наблюдатель смотрит сверху вниз по стрелке H . Чтобы определить, какой из элементов – прямая или плоскость – находится ближе к наблюдателю, рассмотрим проекции конкурирующих точек 1 и 3, лежащих на одном проецирующем луче, но на скрещивающихся прямых, – точка 1 лежит на прямой CE , а точка 3 – на прямой k . Видно, что ближе к наблюдателю находится точка 1 на прямой CE , а точка 3 на



1. $k \subset \beta$
2. $\alpha(\triangle ABC) \cap \beta \rightarrow 1-2$
3. $k \cap (1-2) \rightarrow O$

Рис. 4.36

прямой k расположена ниже. Это значит, что на горизонтальной проекции прямая $k(k')$ вниз от точки пересечения (O') «уходит» под плоскость CDE .

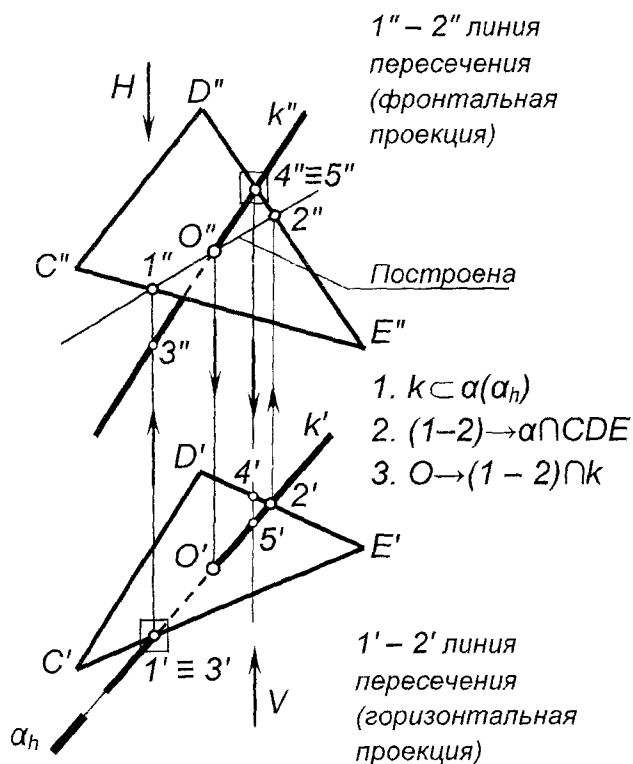


Рис. 4.37

в пособии не рассматривается (см. учебник по начертательной геометрии).

Рассмотрим наиболее часто встречающийся в различных задачах вариант б – проекции плоскостей накладываются. Построение проекций линии пересечения сводится здесь к построению точек пересечения двух любых прямых одной плоскости с другой плоскостью, то есть к выполнению *дважды* графического алгоритма построения точки пересечения прямой общего положения с плоскостью общего положения, изложенного выше (см. рис. 4.37).

На рис. 4.38 показан пример построения линии пересечения плоскостей общего положения – $\alpha(ABC)$ и $\beta(m//n)$, проекции которых на чертеже накладываются.

Линия пересечения построена по точкам K и M пересечения прямых m и n , которыми задана плоскость $\beta(m//n)$, с плоскостью $\alpha(ABC)$, то есть дважды выполнен вышеприведенный графический алгоритм.

1. Построить точку $K(K'', K')$ пересечения прямой m с плоскостью $\alpha(ABC)$:

1-е действие. «ЗаклЮчить» прямую m во вспомогательную фронтально-проецирующую плоскость γ и обозначить ее фронтальный след γ_V .

2-е действие. Построить проекции 1-2(1''-2'', 1'-2') вспомогательной линии пересечения плоскостей – заданной $\alpha(ABC)$ со вспомогательной γ .

3-е действие. Определить проекции точки $K(K'', K')$ пересечения прямой m с плоскостью α .

Аналогичными рассуждениями, рассмотрев конкурирующие точки 4 и 5 по стрелке V , определяем относительную видимость прямой и плоскости на фронтальной проекции чертежа – прямая $k(k'')$ находится над плоскостью CDE вверх от точки $O(O'')$.

Пересечение двух плоскостей общего положения (3-й случай)

При задании пересекающихся плоскостей на чертеже возможны два варианта:

- а) проекции плоскостей в пределах чертежа не накладываются;
- б) проекции плоскостей накладываются.

Для каждого варианта есть разные рациональные способы построения линии пересечения. Вариант а

II. Построить проекции точки $M(M'', M')$ пересечения прямой n с плоскостью α , повторив графические действия 1, 2 и 3, и соединить прямой построенные точки K и M .

4-е действие. Определить видимость плоскостей относительно построенной линии пересечения $K-M$, рассмотрев пары конкурирующих точек:

- точки 1 и 5 – для определения относительной видимости на фронтальной проекции;
- точки 6 и 7 – для определения относительной видимости на горизонтальной проекции.

Пример решения задачи 2 показан на образце выполнения листа 1 на рис. 4.20, б. Задачу выполнить на правой половине поля чертежа.

Задача 2. Построить фронтальную и горизонтальную проекции линии пересечения двух плоскостей общего положения. Задача имеет два варианта графических условий.

В а р и а н т ы 1–15: построить проекции линии пересечения двух плоскостей общего положения ABC и DEF , заданных треугольными отсеками.

В а р и а н т ы 16–30: построить проекции линии пересечения треугольника ABC и параллелограмма $DEFG$, предварительно построив проекции вершины $G(G'', G')$ параллелограмма.

Данные всех вариантов представлены координатами x, y, z , точек A, B, C, D, E и F в табл. 4.2.

На образце дан пример решения задачи 2 по графическому условию вариантов 1–15.

Поскольку проекции заданных плоскостей общего положения ABC и DEF на чертеже накладываются, то для построения линии их пересечения используем графический алгоритм построения точки пересечения прямой общего положения с плоскостью общего положения, изложенный выше (см. описания к рис. 4.37 и 4.38). Графические действия алгоритма следует выполнить дважды, так как прямая пересечения плоскостей проходит через две общие точки.

План графических действий для решения задачи 2:
I. Построить точку $K(K', K'')$ пересечения прямой AB с плоскостью DEF :

1-е действие. ЗаклЮчить прямую AB (сторону треугольника ABC) во вспомогательную фронтально-проецирующую плоскость α и обозначить ее фронтальный след α_V .

2-е действие. Построить проекции линии пересечения 1-2(1'-2', 1''-2'') вспомогательной плоскости α с другим треугольником DEF .

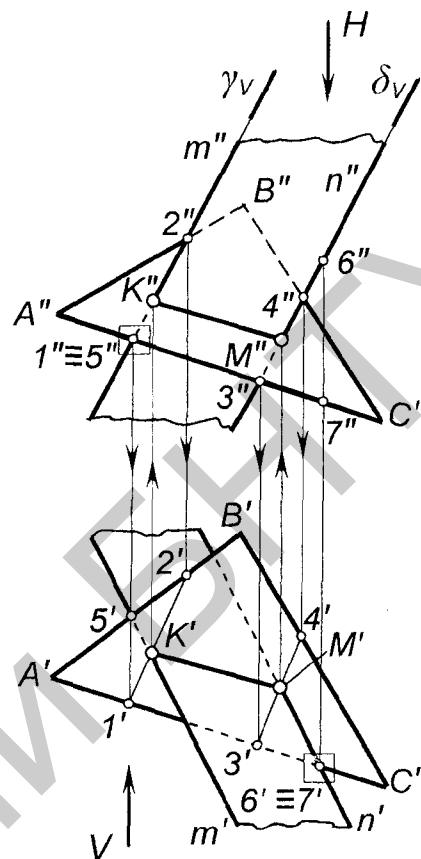


Рис. 4.38

3-е действие. Определить проекции точки пересечения $K(K'', K')$ стороны AB с плоскостью DEF , продлив горизонтальную проекцию построенной вспомогательной линии $1'-2'$ до пересечения с горизонтальной $A'B'$ проекцией стороны AB .

II. Повторить графические действия алгоритма и построить проекции второй точки $N(N'', N')$ пересечения прямой BC с плоскостью DEF , заключив ее во вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость β , и обозначить ее горизонтальный след β_H ; соединить прямыми одноименные проекции построенных точек (в пределах треугольников можно рассматривать линию MN).

4-е действие. Определить относительную видимость плоскостей ABC и DEF , рассмотрев две пары конкурирующих точек: точки 1-5 для определения видимости на фронтальной проекции и точки 3-6 для определения видимости на горизонтальной проекции.

!!! Внимание! К листу 1 выполнить приложение, изложив на листах писчей бумаги планы решения задач 1 и 2.

4.2. Графическая работа № 2 (лист 2, задачи 3 и 4): перпендикулярность прямой и плоскости

Для решения задач 3 и 4 следует усвоить материал начертательной геометрии по теме.

Тема 2:

- перпендикулярность прямой и плоскости;
- теорема о проекции прямого угла (см. рис. 4.17, 4.18, 4.19 – повторить);
- перпендикулярность плоскостей.

Задача 3. Задача имеет два варианта графических условий.

В а р и а н т ы 1–15: построить проекции прямой треугольной призмы высотой 65 мм с заданным основанием ABC .

В а р и а н т ы 16–30: построить проекции шара радиусом 35 мм, касательного к заданной плоскости ABC в точке D ; точка касания D задана одной своей проекцией (фронтальной или горизонтальной) и ее недостающую проекцию предварительно нужно достроить.

Данные для своего варианта взять из табл. 4.3. Условия всех вариантов представлены координатами x , y и z точек A , B , C и D .

По заданным координатам точек построить графическое условие задачи:

- для вариантов 1–15: фронтальную и горизонтальную проекции треугольного основания призмы ABC ;
- для вариантов 16–30: фронтальную и горизонтальную проекции треугольной плоскости ABC и заданную проекцию точки касания D (недостающую проекцию – достроить).

Задача 4. Задача имеет два варианта графических условий:

В а р и а н т ы 1–15: определить натуральную величину радиуса шара с центром в точке $O(O'', O')$, касательного к заданной плоскости ABC , и построить проекции шара.

В а р и а н т ы 16–30: построить прямоугольные (ортогональные) проекции отрезка общего положения $EF(E'F', E''F'')$ на заданную плоскость ABC .

Данные для своего варианта взять из табл. 4.3. Условия вариантов представлены координатами x, y, z точек A, B, C, O, E и F .

По заданным координатам точек построить графическое условие задачи 4:

- для вариантов 1–15: фронтальные и горизонтальные проекции заданной плоскости ABC и центра шара точки O ;
- для вариантов 16–30: фронтальные и горизонтальные проекции заданной плоскости ABC и отрезка общего положения EF .

Краткое изложение темы к задачам 3 и 4

Решение задач на тему перпендикулярности прямой и плоскости основано на двух теоремах геометрии:

1-я теорема: если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

2-я теорема: о проекции прямого угла (изложена выше – см. рис. 4.17, 4.18 и 4.19 к листу 1) – если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а вторая ей не перпендикулярна, то на эту плоскость проекций угол проецируется прямым.

Из этих двух теорем следует, что на чертеже проекции перпендикуляра к плоскости можно провести только к проекциям фронтали и горизонтали, то есть к двум пересекающимся прямым уровня, которые можно провести в плоскости.

Таблица 4.3

Графическая работа № 2

Лист 1. Задача 3 и 4.

Тема: перпендикулярность прямой и плоскости

№ варианта	Координаты	К задаче 3				№ варианта	К задаче 3						
		A	B	C	O		A	B	C	D	E	F	
		К задаче 4						К задаче 4					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
1	X	100	45	10	65	16	80	30	0	25	70	50	
	Y	40	10	65	60		90	25	80	70	35	10	
	Z	10	60	30	70		65	100	35	?	40	40	
2	X	90	40	10	75	17	65	30	120	70	30	55	
	Y	70	45	80	40		95	60	40	?	20	25	
	Z	100	100	55	60		75	10	50	60	80	70	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
3	X	80	0	50	50	18	35	105	75	65	20	50
	Y	40	30	10	50		80	30	90	65	40	40
	Z	90	50	50	35		95	55	15	?	50	35
4	X	100	25	55	35	19	55	25	105	70	95	70
	Y	90	80	45	35		20	45	85	?	45	15
	Z	50	20	0	50		30	90	40	50	60	90
5	X	15	90	40	75	20	20	100	45	55	95	75
	Y	55	0	0	45		30	10	60	40	50	75
	Z	5	20	70	55		45	90	90	?	45	30
6	X	60	90	10	75	21	100	40	20	55	70	95
	Y	15	45	45	65		90	35	90	?	20	40
	Z	50	95	65	40		80	100	40	70	20	30
7	X	75	95	15	40	22	30	65	100	60	55	30
	Y	5	60	50	20		35	85	70	65	100	90
	Z	60	100	50	90		70	20	85	?	85	85
8	X	90	110	30	70	23	40	110	90	85	55	30
	Y	50	80	90	40		80	35	95	?	25	35
	Z	0	40	20	40		0	25	70	35	70	55
9	X	0	35	80	60	24	20	90	40	55	115	90
	Y	70	5	35	55		90	20	20	35	80	95
	Z	30	60	0	75		80	95	40	?	40	25
10	X	75	20	105	60	25	25	110	50	65	70	90
	Y	60	20	10	60		85	20	30	?	75	70
	Z	15	30	60	80		15	25	80	45	80	65
11	X	0	25	80	55	26	105	55	35	65	95	70
	Y	30	65	0	55		35	90	35	50	65	85
	Z	50	100	100	70		60	80	10	?	30	20
12	X	35	80	120	70	27	40	75	90	70	90	110
	Y	75	100	40	50		65	25	100	?	40	55
	Z	10	50	30	40		80	10	50	40	85	70
13	X	115	35	80	60	28	60	100	25	60	90	70
	Y	25	10	60	55		35	100	65	55	40	25
	Z	65	25	10	60		100	60	50	?	30	30
14	X	85	20	70	65	29	30	100	60	55	95	70
	Y	50	70	100	50		65	25	90	?	80	80
	Z	100	55	55	35		5	40	80	50	25	15
15	X	100	45	20	30	30	70	95	25	75	40	20
	Y	10	50	100	55		90	30	90	75	40	50
	Z	55	100	80	50		35	75	100	?	45	65

!!! Запомните:

- фронтальная проекция m'' перпендикулярной прямой к плоскости перпендикулярна к фронтальной проекции f'' фронтали этой плоскости – $m'' \perp f''$;
- горизонтальная проекция m' перпендикулярной прямой к плоскости перпендикулярна к горизонтальной проекции h' горизонтали этой плоскости – $m' \perp h'$.

Задачи на тему перпендикулярности прямой и плоскости можно разделить на три группы:

1-я группа. Провести от точки, лежащей в плоскости, перпендикуляр в пространство.

2-я группа. Провести из точки, не лежащей в плоскости, перпендикуляр к этой плоскости.

3-я группа. Построить плоскость, перпендикулярную к прямой общего положения (построить геометрическое место точек – ГМТ).

Первая группа задач требует по условию проведения перпендикуляра от плоскости (восстановить перпендикуляр) в пространство (рис. 4.39).

В этой группе задач требуется, как правило, построить на проведенном перпендикуляре проекции отрезка заданной величины. Графические действия по построению проекций отрезка заданной величины на проекциях прямой общего положения изложены ранее (см. рис. 4.12 к листу 1).

На рис. 4.39 показано решение примерной задачи первой группы: построить плоскость β , параллельную заданной плоскости $\alpha(ABC)$, на расстоянии 15 мм.

Эта задача относится к первой группе, поскольку для построения параллельной плоскости β нужно предварительно построить произвольную точку на расстоянии 15 мм от заданной плоскости α , то есть из произвольной точки плоскости провести перпендикуляр в пространство.

Для решения задачи требуется выполнить следующий графический алгоритм:

1-е действие. Провести в заданной плоскости общего положения ABC проекции фронтали $f(f'', f')$ и горизонтали $h(h', h'')$:

- $f' // x$, а f'' – построить по вспомогательной точке 1;
- $h'' // x$, а h' – построить по вспомогательной точке 2.

2-е действие. Провести от точки плоскости, например, от вершины A в пространство проекции перпендикуляра $m(m'', m')$:

- фронтальную проекцию m'' перпендикулярно f'' : $m'' \perp f''$;
- горизонтальную проекцию m' перпендикулярно h' : $m' \perp h'$.

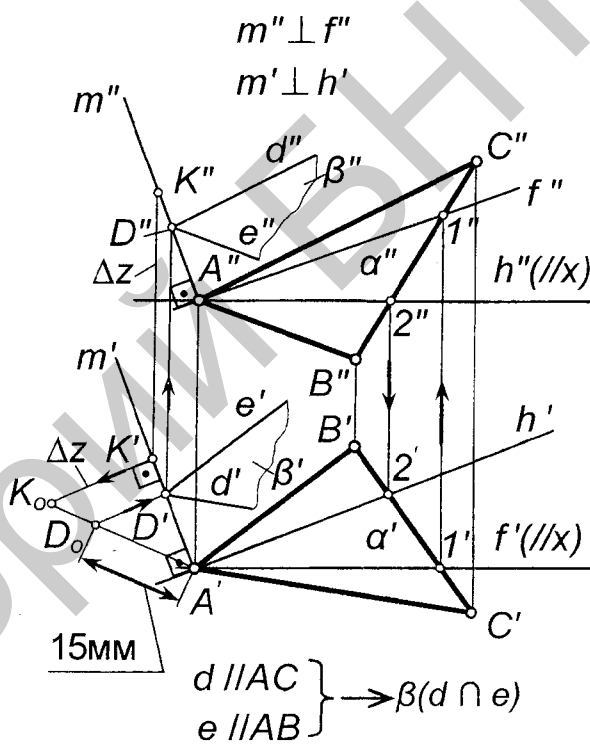


Рис. 4.39

3-е действие. На проекциях перпендикуляра m построить проекции отрезка заданной величины 15 мм, для чего выполнить следующие графические действия:

1. Ограничить построенную прямую $m(m'', m')$ произвольным отрезком $AK(AK'', AK')$.

2. Построить натуральную величину этого отрезка (см. рис. 4.11) способом прямоугольного треугольника – это гипотенуза $A'K_0$.

3. На построенной гипотенузе отложить заданную величину $A'D_0 = 15$ мм и построить проекции отрезка $AD(A''D'', A'D')$ заданной величины (см. построения), т.е. проекции точки $D(D'', D')$, находящейся на расстоянии 15 мм от плоскости $\alpha(ABC)$.

4-е действие. Построить плоскость β , параллельную заданной плоскости ABC , проведя через проекции точки D две пересекающиеся прямые d и n , соответственно параллельные двум пересекающимся прямым AC и AB плоскости ABC :

– $d'' \parallel A''C''$; $e'' \parallel A''B''$;

– $d' \parallel A'C'$; $e' \parallel A'B'$, то есть $\beta(d \cap e) \parallel \alpha(ABC)$.

К первой группе относится задача 3 графической работы № 2.

Вторая группа задач требует по условию проведения перпендикуляра из точки в пространстве к плоскости (опустить перпендикуляр). В этой группе задач, как правило, требуется построить точку пересечения построенного перпендикуляра с заданной плоскостью.

Построение точки пересечения прямой общего положения с плоскостью общего положения было рассмотрено выше (см. рис. 4.37).

На рис. 4.40 показано решение примерной задачи второй группы: определить расстояние от точки K до заданной плоскости $\alpha(ABC)$.

Эта задача относится ко второй группе, так как расстояние от точки K до заданной плоскости $\alpha(ABC)$ определяется величиной перпендикуляра, проведенного из точки к плоскости.

Для решения задачи требуется выполнить следующий графический алгоритм:

1-е действие. Провести в плоскости фронталь $f''(f'', f')$ и горизонталь $h''(h'', h')$.

2-е действие. Провести через заданную точку $K(K'', K')$ проекции перпендикуляра $m(m'', m')$ к плоскости ABC :

– m'' перпендикулярно f'' : $m'' \perp f''$;

– m' перпендикулярно h' : $m' \perp h'$.

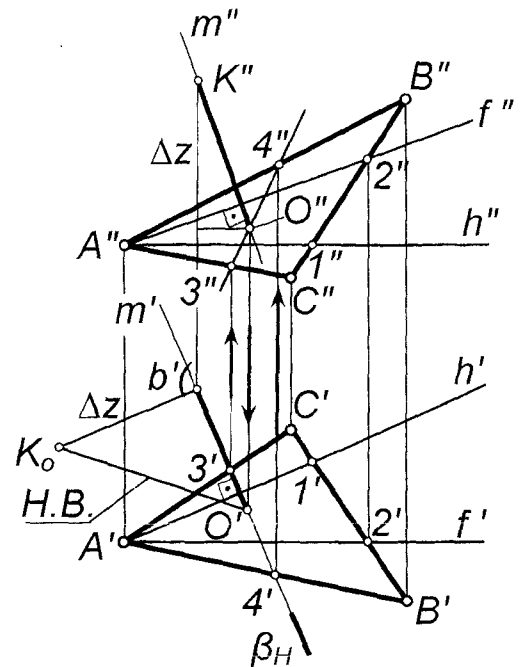


Рис. 4.40

3-е действие. Построить точку пересечения $O(O'', O')$ перпендикуляра m с заданной плоскостью общего положения ABC , выполнив промежуточный графический алгоритм:

1. Заключить прямую m во вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость $\beta(\beta_H)$.

2. Построить вспомогательную линию пересечения 3-4 заданной плоскости $\alpha(ABC)$ со вспомогательной плоскостью β :

– $3'-4'$ – определяется на следе β_H ;

– $3''-4''$ – строится по принадлежности точек 3 и 4 сторонам AC и AB треугольника ABC .

3. Определить проекции искомой точки пересечения $O(O'', O')$ на пересечении проекций построенной вспомогательной линии пересечения 3-4 с проекциями перпендикуляра m .

4-е действие. Построить натуральную величину отрезка KO способом прямоугольного треугольника, то есть определить расстояние от точки K до плоскости ABC .

Ко второй группе относится задача 4 графической работы № 2.

Третья группа задач требует по условию построения некоторой вспомогательной плоскости (геометрического места точек), перпендикулярной к прямой общего положения. Эту перпендикулярную плоскость можно задать двумя пересекающимися прямыми, каждая из которых должна быть перпендикулярна прямой общего положения (теорема о перпендикулярности прямой и плоскости, т.е. признак перпендикулярности прямой и плоскости). На чертеже плоскость, перпендикулярную к прямой общего положения, можно задать только проекциями пересекающихся прямых уровня – фронтальной (параллельной плоскости проекций V) и горизонтальной (параллельной плоскости H), что соответствует теореме о проекции прямого угла. В задачах этой группы, как правило, требуется по условию определить точку пересечения заданной прямой со вспомогательной перпендикулярной плоскостью.

На рис. 4.41 показано решение примерной задачи третьей группы: определить расстояние от точки K до прямой общего положения m .

Эта задача относится к третьей группе, поскольку на чертеже провести перпендикуляр к прямой общего положения, по которому определяется расстояние от точки K до заданной прямой m , нельзя (прямой угол в этом случае не проецируется

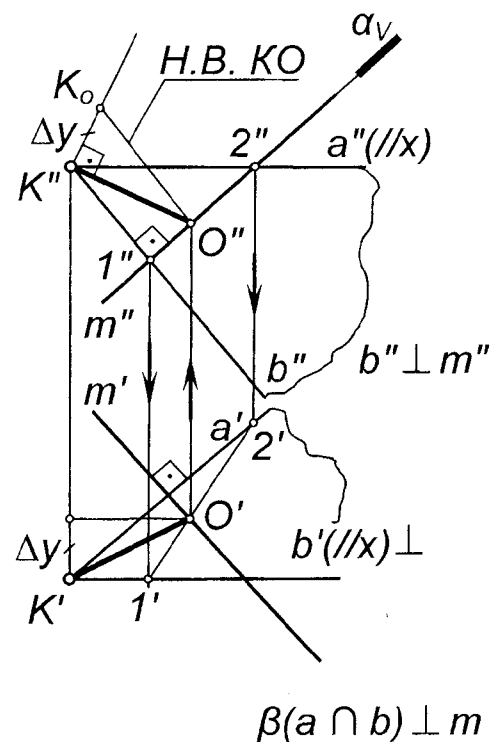


Рис. 4.41

прямым). Следовательно, для решения нужно построить вспомогательную плоскость β , перпендикулярную к заданной прямой, которая будет геометрическим местом всех перпендикуляров к этой прямой.

Для решения задачи требуется выполнить следующий графический алгоритм:

1-е действие. Построить вспомогательную плоскость β , перпендикулярную заданной прямой m , задав ее двумя пересекающимися прямыми уровня a и b :

- горизонтальной прямой a : $a'' // x$; $a' \perp m'$;
- фронтальной прямой b : $b' // x$; $b'' \perp m''$.

2-е действие. Построить точку $O(O', O'')$ пересечения заданной прямой m со вспомогательной плоскостью β ($a \cap b$) по алгоритму построения точки пересечения прямой общего положения с плоскостью общего положения (см. рис. 4.40).

3-е действие. Соединить одноименные проекции точек K и O : полученный отрезок общего положения $KO(K''O'', K'O')$ и есть расстояние от точки до прямой, искаженное на проекциях по величине.

4-е действие. Построить натуральную величину построенного отрезка KO способом прямоугольного треугольника (см. рис. 4.40).

Образец выполнения листа 2 с задачами 3 и 4 показан на рис. 4.42, а и б. Задачи выполнить на формате А3 чертежной бумаги.

Задача 3 выполняется на левой половине поля чертежа.

По заданному условию своего варианта построить графическое условие задачи: фронтальную и горизонтальную проекции плоскости общего положения ABC – основания прямой призмы (рассматривается решение задачи по условию вариантов 1–15).

Рассмотрим прямую правильную призму. Из геометрии известно: ребра и основания у любой призмы равны и параллельны, а у прямой призмы – ребра перпендикулярны основанию.

План графических действий решения задачи:

1-е действие. Провести в плоскости ABC проекции фронтали $f(f'', f')$ и горизонтали $h(h'', h')$.

2-е действие. Провести проекции перпендикуляра $m(m'', m')$ из вершины A плоскости основания в пространство, т.е. построить направление ребер призмы.

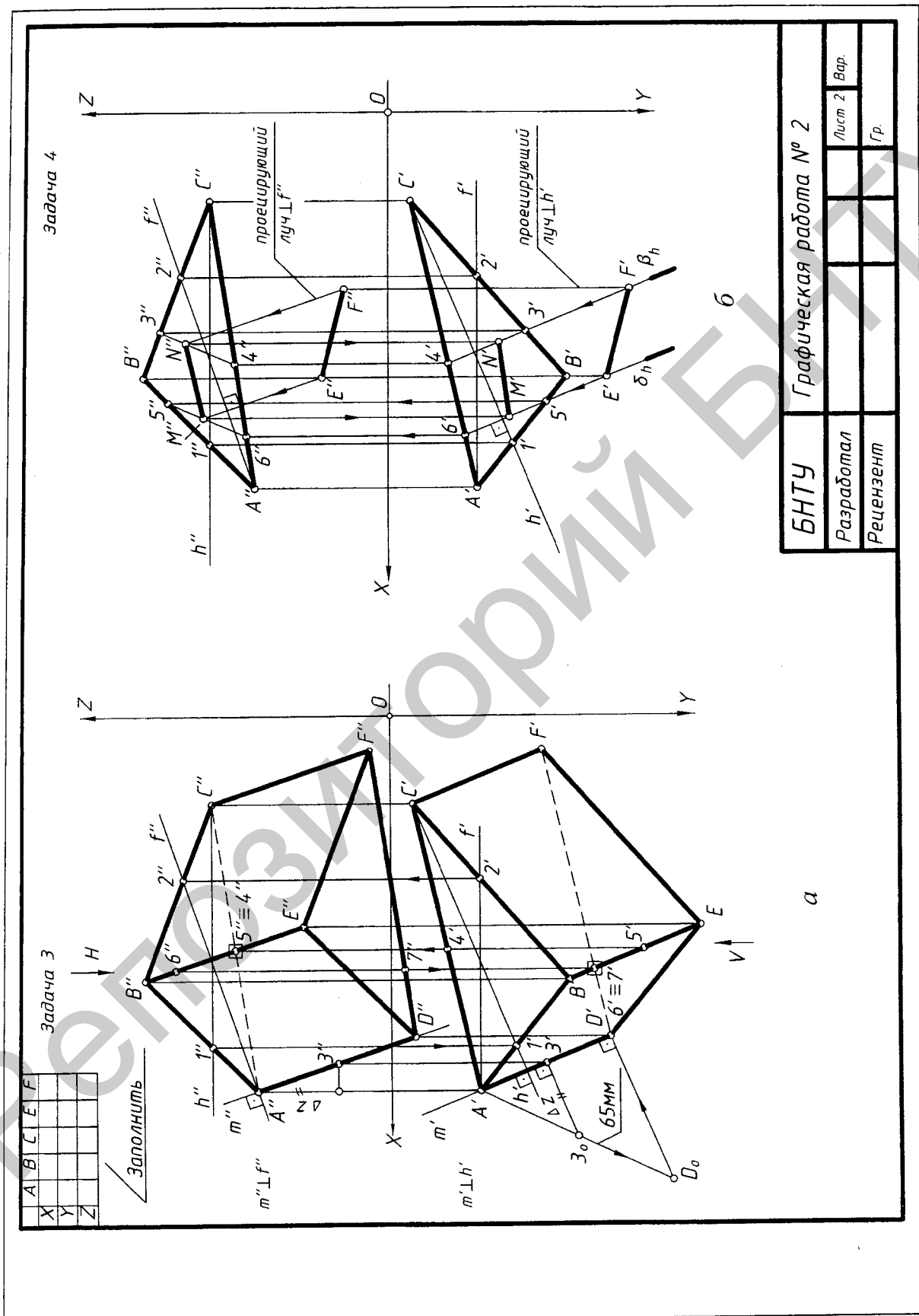
3-е действие. Построить на перпендикуляре m проекции отрезка AD заданной величины 65 мм, т.е. проекции ребра призмы.

4-е действие. Провести из вершин основания B и C прямые, параллельные и равные построенному отрезку $AD(A'D', A''D'')$, и достроить второе основание призмы.

5-е действие. Определить относительную видимость граней призмы на ее проекциях по конкурирующим точкам.

Задача 4 выполняется на правой половине поля чертежа.

По заданному условию своего варианта построить графическое условие задачи: фронтальные и горизонтальные проекции плоскости общего положения ABC и отрезка общего положения EF (рассматривается решение задачи по условию вариантов 16–30).



БНТУ	Графическая работа № 2			
Разработал			Лист 2	Вар.
Рецензент				Гр.

Рис. 4.42

Заданная плоскость общего положения ABC по условию задачи является плоскостью проекций, и проецирующие лучи из концов отрезка EF должны быть перпендикулярны этой плоскости.

П л а н г р а ф и ч е с к и х д е й с т в и й для решения задачи:

1-е действие. Провести в заданной плоскости ABC фронталь $f(f'', f')$ и горизонталь $h(h'', h')$.

2-е действие. Провести проекции перпендикуляров (проецирующих лучей) из конечных точек E и F отрезка к плоскости ABC .

3-е действие. Построить точки M и N пересечения перпендикуляров-лучей с плоскостью проекций ABC ; полученные проекции отрезка $MN(M'N', M''N'')$, лежащего в плоскости проекций ABC , и есть прямоугольная проекция отрезка EF на эту его плоскость.

!!! Внимание. К листу 2 выполнить приложение, изложив на листах писчей бумаги планы решения задач 3 и 4.

4.3. Графическая работа № 3 (лист 3, задачи 5 и 6):

преобразование чертежа способами замены (перемены) плоскостей проекций, вращением вокруг проецирующей оси и линии уровня, плоскопараллельным перемещением (переносом)

Для решения задач 5 и 6 следует проработать и усвоить материал начертательной геометрии по теме.

Тема 3. Преобразование чертежа.

I. Преобразование чертежа способом замены (перемены) плоскостей проекций. Сущность способа.

Основные графические задачи преобразования чертежа способом замены плоскостей проекций:

- задача 1 – преобразование прямой общего положения в прямую уровня;
- задача 2 – преобразование прямой уровня в прямую проецирующую;
- задача 3 – преобразование плоскости общего положения в плоскость проецирующую;
- задача 4 – преобразование плоскости проецирующей в плоскость уровня.

II. Способ вращения вокруг проецирующей оси, перпендикулярной плоскостям проекций V или H . Сущность способа.

Основные графические задачи преобразования чертежа этим способом:

- задача 1 – построение натуральной величины отрезка общего положения;
- задача 2 – построение натуральной величины проецирующей плоскости.

Частный случай данного способа: плоскопараллельное перемещение, т.е. вращение геометрического элемента вокруг проецирующей оси с одновременным перемещением этого элемента на свободное поле чертежа.

III. Способ вращения вокруг прямой уровня – горизонтальной ($///H$) или фронтальной ($///V$). Сущность способа.

Основная графическая задача преобразования чертежа этим способом – построение натуральной величины плоскости общего положения.

Задача 5. Задача имеет два варианта графических условий.

В а р и а н т ы 1–15. Построить проекции центра окружности, описанной вокруг плоскости общего положения, заданной треугольником *ABC*, способом замены плоскостей проекций.

В а р и а н т ы 16–30. Построить проекции центра сферы, вписанной в плоский угол *ABC*, способом замены плоскостей проекций.

Задача 6. Задача имеет два варианта графических условий.

В а р и а н т ы 1–15. Построить натуральную величину заданного треугольника *ABC* (из задачи 5) способом вращения вокруг линии уровня – фронтали или горизонтали (линия уровня указана для каждого варианта в табл. 4.4).

В а р и а н т ы 16–30. Построить натуральную величину заданного угла *ABC* (из задачи 5) способом вращения вокруг линии уровня (указана для каждого варианта в табл. 4.4).

Данные всех вариантов представлены координатами *X*, *Y* и *Z* точек *A*, *B* и *C* в табл. 4.4.

Таблица 4.4

Графическая работа № 3

Лист 3. Задача 5 и 6.

Тема: преобразование чертежа

№ варианта	Координата	A	B	C	Замена	Вращение	№ варианта	Координата	A	B	C	Замена	Вращение
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	X	100	55	10	<i>h</i>	<i>f</i>	16	X	100	10	75	<i>f</i>	<i>h</i>
	Y	40	70	20				Y	20	40	60		
	Z	10	60	30				Z	30	10	75		
2	X	15	60	100	<i>f</i>	<i>h</i>	17	X	15	100	75	<i>h</i>	<i>f</i>
	Y	45	0	20				Y	70	50	20		
	Z	5	55	20				Z	70	40	20		
3	X	60	20	100	<i>h</i>	<i>f</i>	18	X	65	100	10	<i>f</i>	<i>h</i>
	Y	70	10	55				Y	20	65	45		
	Z	60	15	40				Z	15	40	60		
4	X	100	60	10	<i>f</i>	<i>h</i>	19	X	100	45	20	<i>h</i>	<i>f</i>
	Y	55	10	55				Y	10	60	30		
	Z	85	40	55				Z	60	60	15		
5	X	20	100	60	<i>h</i>	<i>f</i>	20	X	20	80	100	<i>f</i>	<i>h</i>
	Y	40	50	10				Y	10	70	35		
	Z	10	70	0				Z	15	70	25		
6	X	55	100	25	<i>f</i>	<i>h</i>	21	X	50	15	100	<i>h</i>	<i>f</i>
	Y	30	75	60				Y	10	65	30		
	Z	20	70	40				Z	25	65	50		

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
7	X	100	20	80	h	f	22	X	100	65	20	f	h
	Y	70	25	5				Y	55	80	30		
	Z	70	20	30				Z	70	20	55		
8	X	70	10	100	f	h	23	X	15	100	40	h	f
	Y	25	65	65				Y	80	60	40		
	Z	15	35	65				Z	60	40	10		
9	X	20	85	100	h	f	24	X	25	100	40	f	h
	Y	60	90	40				Y	15	15	70		
	Z	20	20	65				Z	25	65	80		
10	X	100	65	20	f	h	25	X	100	75	15	h	f
	Y	50	75	25				Y	10	70	40		
	Z	70	15	45				Z	30	65	20		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
11	X	55	100	20	h	f	26	X	30	50	100	f	h
	Y	70	35	25				Y	20	75	20		
	Z	80	20	50				Z	10	80	60		
12	X	70	100	15	f	h	27	X	60	15	100	h	f
	Y	70	20	45				Y	20	50	80		
	Z	15	70	30				Z	65	15	25		
13	X	100	60	15	h	f	28	X	100	20	60	f	h
	Y	35	0	60				Y	60	45	15		
	Z	20	60	10				Z	40	15	80		
14	X	15	55	100	f	h	29	X	45	100	20	h	f
	Y	50	10	50				Y	65	15	30		
	Z	10	60	30				Z	70	50	20		
15	X	50	20	100	h	f	30	X	20	100	80	f	h
	Y	25	65	75				Y	40	80	20		
	Z	60	10	30				Z	10	50	70		

Краткое изложение материала начертательной геометрии к задачам 5 и 6

Задание прямых линий и плоскостей в частных положениях относительно плоскостей проекций значительно упрощает построения и решение различных задач. Существует несколько способов преобразования чертежа, которые позволяют переходить от общих положений геометрических элементов в условиях задач к частным. Рассмотрим эти способы.

1. Способ замены (перемены) плоскостей проекций.

Способ замены плоскостей проекций дает возможность изменить общие положения прямых и плоскостей относительно плоскостей проекций H или V на частные положения введением дополнительных плоскостей проекций.

Сущность способа:

– положение предмета в пространстве не меняется, а изменяется положение плоскостей проекций относительно этого предмета так, чтобы в допол-

нительной системе плоскостей проекций предмет занял частное положение (проецирующее или положение уровня), удобное для решения задачи;

– проецирование предмета на дополнительные плоскости проекций выполняется по методу Г. Монжа – методу параллельного прямоугольного проецирования на взаимно перпендикулярные плоскости, то есть сохраняется взаимная перпендикулярность основных и дополнительных плоскостей проекций.

На рис. 4.43 изображена наглядная картина построения фронтальной проекции отрезка $AB(A''_1B''_1)$ на дополнительную плоскость проекций V_1 .

Образована дополнительная система перпендикулярных плоскостей проекций H/V_1 с новой осью проекций x_1 . Обратите внимание, что координаты z фронтальных проекций A''_1 и B''_1 конечных точек отрезка на дополнительной плоскости V_1 равны координатам z фронтальных проекций A'' и B'' точек в заданной системе $x-V/H$. Для получения чертежа дополнительную плоскость V_1 поворачивают вокруг новой оси проекций x_1 до совмещения с плоскостью проекций H .

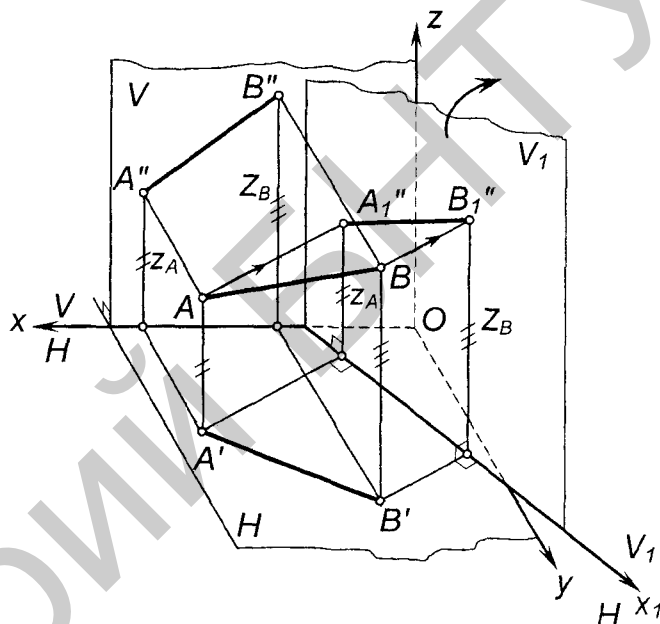


Рис. 4.43

На рис. 4.44 показан чертеж (эпюр) произвольного преобразования отрезка AB общего положения двумя последовательными заменами плоскостей проекций, для чего выполнены следующие графические действия:

И з м е н а.

1-е действие. Введена первая дополнительная система $x_1-H/V_1(V_1 \perp H)$, ось проекций x_1 которой расположена произвольно на поле чертежа.

2-е действие. Построена в дополнительной плоскости проекций V_1 фронтальная проекция $A''_1B''_1$ отрезка AB :

– проведены линии связи от горизонтальных A' и B' проекций конечных точек отрезка, перпендикулярные оси проекций x_1 ;

– от оси проекций x_1 отложены координаты z , равные координатам z фронтальных A'' и B'' проекций точек A и B в заданной системе $x-V/H$.

И з м е н а.

3-е действие. Введена вторая дополнительная система $x_2-V_1/H_1(H_1 \perp V_1)$, ось проекций x_2 которой расположена произвольно на поле чертежа.

4-е действие. В дополнительной плоскости проекций H_1 построена горизонтальная проекция $A'_1 B'_1$ отрезка AB :

– от построенных в первой дополнительной системе фронтальных проекций точек A''_1 и B''_1 проведены линии связи, перпендикулярные оси проекций x_2 ;

– от оси проекций x_2 отложены координаты y , взятые из предыдущей системы x_1-H/V_1 : от оси x_1 до горизонтальных A' и B' проекций точек A и B .

Поскольку на рис. 4.44 рассмотрен пример произвольного, без всяких условий, двойного преобразования прямой общего положения, то и в первой, и во второй дополнительных системах этот отрезок преобразовался также в прямую общего положения.

Для преобразования прямой или плоскости общего положения в прямую или плоскость частного положения рассмотрим четыре основные задачи преобразования способом замены плоскостей проекций, применяемые как отдельные графические действия для решения различных задач.

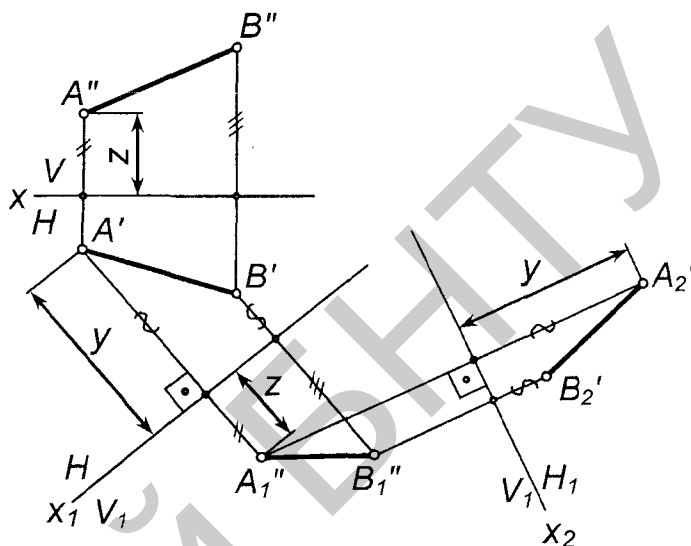


Рис. 4.44

Задача 1. Преобразовать прямую общего положения в прямую уровня.

На рис. 4.45 показано преобразование прямой общего положения AB во фронтальную прямую уровня. Для решения задачи выполнен следующий графический алгоритм:

1-е действие. Ввести дополнительную систему плоскостей проекций x_1-H/V_1 , расположив ось проекций x_1 параллельно горизонтальной проекции $A'B'$ отрезка AB .

2-е действие. Построить фронтальную проекцию $A''_1 B''_1$ отрезка в дополнительной плоскости V_1 по координатам z , взятым из предыдущей системы $x-V/H$.

В результате преобразования отрезок AB в дополнительной системе занял положение, параллельное дополнительной плоскости проекций V_1 , т.е. преобразовался во фронтальную прямую уровня. Следовательно, построены также натуральная величина отрезка и угол его наклона φ_H к плоскости проекций H .

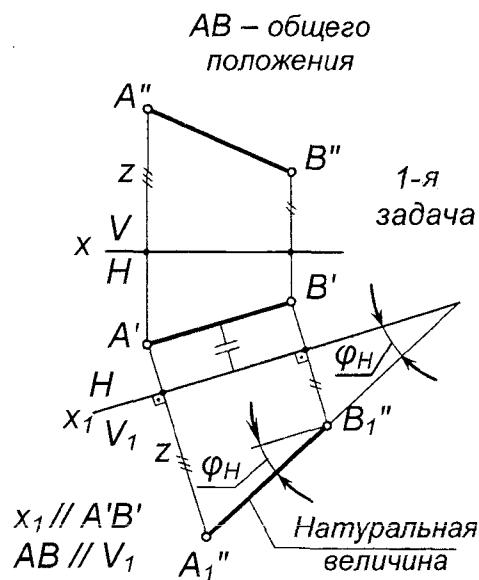


Рис. 4.45

На рис. 4.46 показано преобразование прямой общего положения AB в горизонтальную прямую уровня. Для решения задачи введена дополнительная система плоскостей проекций x_1-V/H_1 ($x_1 // A''B''$) и выполнены аналогичные графические действия.

Задача 2. Преобразовать прямую уровня в проецирующую прямую.

На рис. 4.47 показано преобразование фронтальной прямой CD в горизонтально-проецирующую прямую. Для решения задачи выполнен следующий графический алгоритм:

1-е действие. Ввести дополнительную систему плоскостей проекций x_1-V/H_1 , расположив ось проекций x_1 перпендикулярно фронтальной проекции $C''D''$ отрезка CD .

2-е действие. Построить горизонтальные совпадающие проекции C'_1 и D'_1 точек C и D отрезка в дополнительной плоскости проекций H_1 по координатам y взятым из предыдущей системы $x-V/H$.

В результате преобразования горизонтальный отрезок CD в дополнительной системе занял положение, перпендикулярное дополнительной плоскости проекций H_1 , т.е. преобразовался в горизонтально-проецирующую прямую.

На рис. 4.48 показано преобразование горизонтальной прямой уровня CD во фронтально-проецирующую прямую. Для решения задачи введена дополнительная система плоскостей проекций x_1-H/V_1 ($x_1 \perp C'D'$) и выполнены аналогичные графические действия.

Задача 3. Преобразование плоскости общего положения в проецирующую плоскость.

AB – общего положения

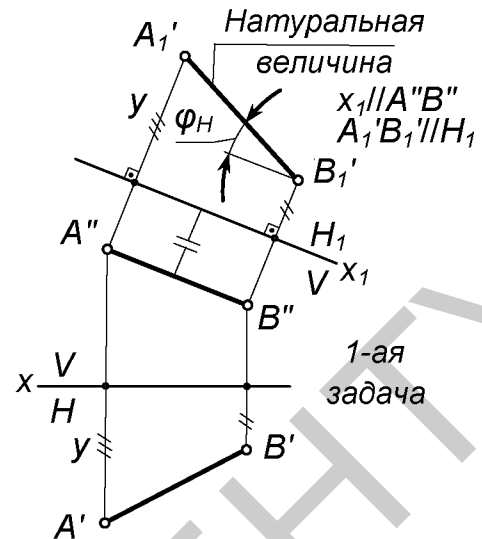


Рис. 4.46

CD – фронтальная прямая ($//V$)

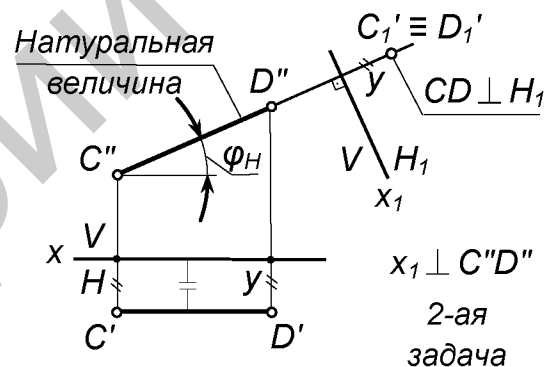


Рис. 4.47

CD – горизонтальная прямая ($//H$)

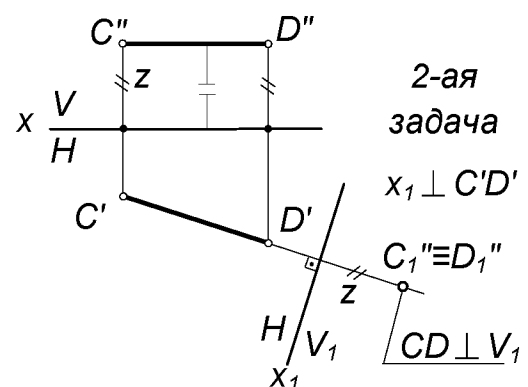


Рис. 4.48

Чтобы понять сущность графических действий этого преобразования, напомним, что у проецирующих плоскостей, перпендикулярных V или H , одна из линий уровня – или фронталь, или горизонталь – является проецирующей прямой.

На рис. 4.49 показано, что у горизонтально-проецирующей плоскости $\alpha(ABC)$, горизонтальная проекция которой вырождается в линию, фронталь плоскости $f(f'', f')$ занимает положение горизонтально-проецирующей прямой, т.е. она перпендикулярна плоскости проекций H (горизонтальная проекция f (f') вырождается в точку).

На рис. 4.50 показано, что у фронтально-проецирующей плоскости $\beta(CDE)$, фронтальная проекция которой вырождается в линию, горизонталь плоскости $h(h'', h')$ занимает положение фронтально-проецирующей прямой, т.е. она перпендикулярна фронтальной плоскости проекций V (ее фронтальная проекция $h(h'')$ вырождается в точку).

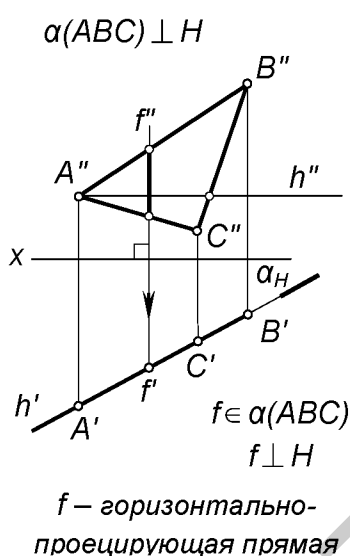


Рис. 4.49

$\alpha(ABC)$ – плоскость
общего положения

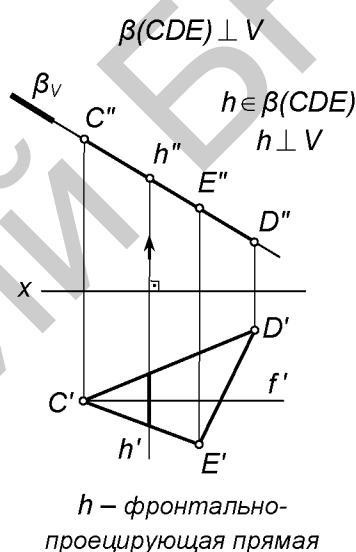


Рис. 4.50

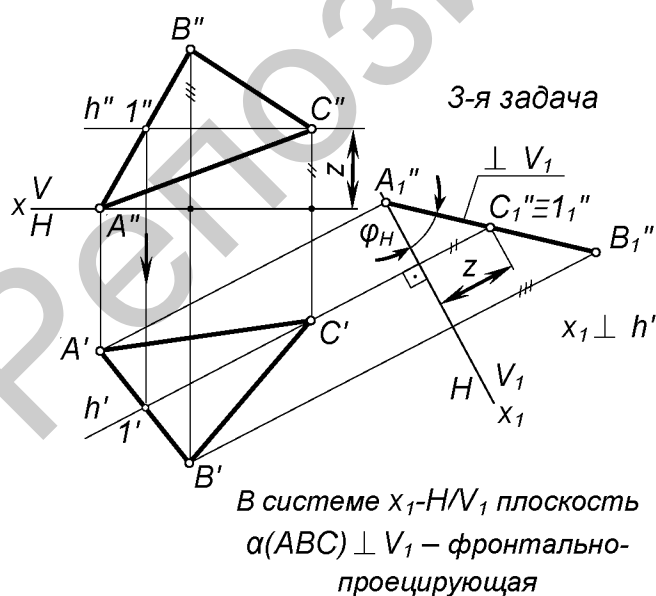


Рис. 4.51

На рис. 4.51 показано преобразование плоскости общего положения во фронтально-проецирующую плоскость. Для решения задачи выполнен следующий графический алгоритм:

1-е действие. Провести в плоскости $\alpha(ABC)$ проекции горизонтали $h(h'', h')$.

2-е действие. Ввести дополнительную систему плоскостей X_1-H/V_1 , расположив ось проекций x_1 перпендикулярно горизонтальной проекции h' горизонтали плоскости.

3-е действие. Построить в дополнительной плоскости проекций V_1 фронтальную проекцию $A_1''B_1''C_1''$

плоскости ABC по координатам z , взятым из предыдущей системы $x-V/H$, (проекция плоскости выродилась в прямую).

В результате преобразования плоскость общего положения $\alpha(ABC)$ в дополнительной системе заняла положение, перпендикулярное дополнительной плоскости проекций V_1 , т.е. преобразовалась во фронтально-проецирующую. Следовательно, построен также угол наклона φ_H плоскости ABC к плоскости проекций H .

На рис. 4.52 показано преобразование плоскости общего положения $\alpha(ABC)$ в горизонтально-проецирующую плоскость. Для решения задачи в плоскости проведены проекции фронтали $f(f'', f')$. Введена дополнительная система плоскостей x_1-V/H_1 , ось x_1 которой перпендикулярна фронтальной проекции f'' фронтали плоскости, и выполнены аналогичные графические действия.

Задача 4. Преобразовать проецирующую плоскость в плоскость уровня.

На рис. 4.53 показано преобразование фронтально-проецирующей плоскости $\beta(CDE)$ в горизонтальную плоскость уровня. Для решения задачи выполнен следующий графический алгоритм.

1-е действие. Ввести дополнительную систему плоскостей проекций x_1-V/H_1 , расположив ось проекций x_1 параллельно вырожденной фронтальной проекции $C''D''E''$ плоскости CDE .

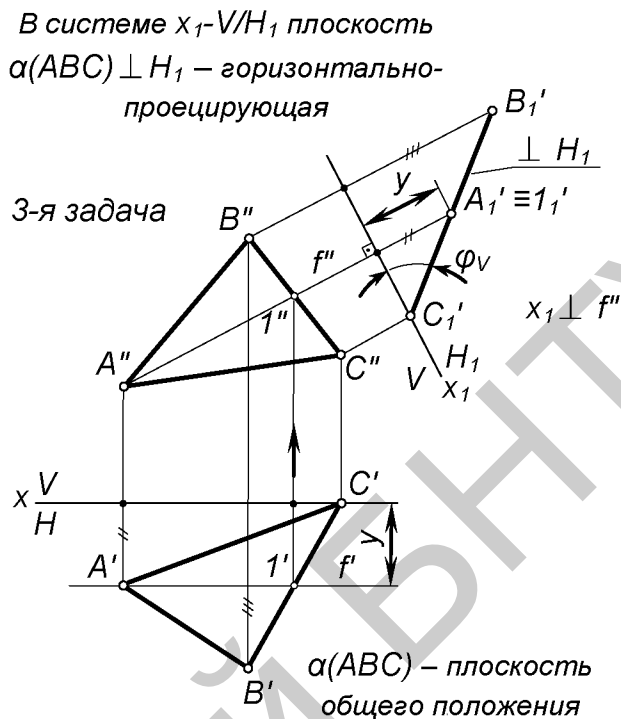


Рис. 4.52

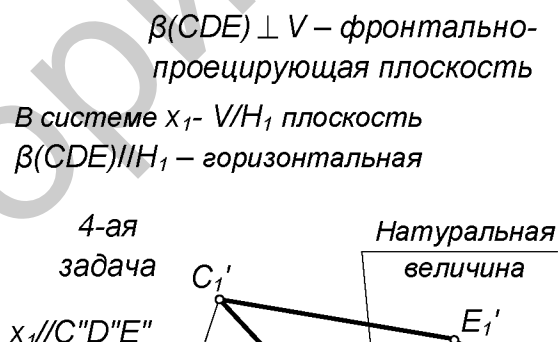


Рис. 4.53

2-е действие. Построить горизонтальную проекцию $C_1'D_1'E_1'$ в дополнительной плоскости H_1 по координатам y , взятым из предыдущей системы $x-V/H$.

В результате преобразования фронтально-проецирующая плоскость $\beta(CDE)$ в дополнительной системе заняла положение, параллельное дополнительной плоскости проекций H_1 , т.е. преобразовалась в горизонтальную плоскость уровня. Следовательно, построена натуральная величина этой плоскости.

На рис. 4.54 показано преобразование горизонтально-проецирующей плоскости $\beta(CDE)$ во фронтальную плоскость уровня. Для решения задачи введена дополнительная система x_1-H/V_1 и выполнены аналогичные графические действия.

II. Способ вращения вокруг проецирующей оси (фронтально-проецирующей или горизонтально-проецирующей прямой).

Сущность способа в том, что предмет, занимающий общее положение относительно плоскостей проекций, вращают вокруг проецирующей оси, изменяя его положение в пространстве так, чтобы предмет занял частное положение относительно тех же плоскостей проекций, т.е. стал перпендикулярным (проецирующим) либо параллельным (уровня) плоскости проекций H или V .

На рис. 4.55 показана наглядная картина способа на примере вращения точки B вокруг фронтально-проецирующей оси i .

Точка B перемещается в положение B_1 , вращаясь по окружности n вокруг фронтально-проецирующей оси i в некоторой плоскости α , перпендикулярной плоскости проекций H .

На плоскость проекций H эта окружность проецируется в прямую линию $n(n')$, перпендикулярную оси вращения $i(i')$.

На плоскость проекций V окружность n вращения точки B проецируется в окружность n'' с центром в точке $i(i'')$, которая является вырожденной проекцией фронтально-проецирующей оси вращения i .

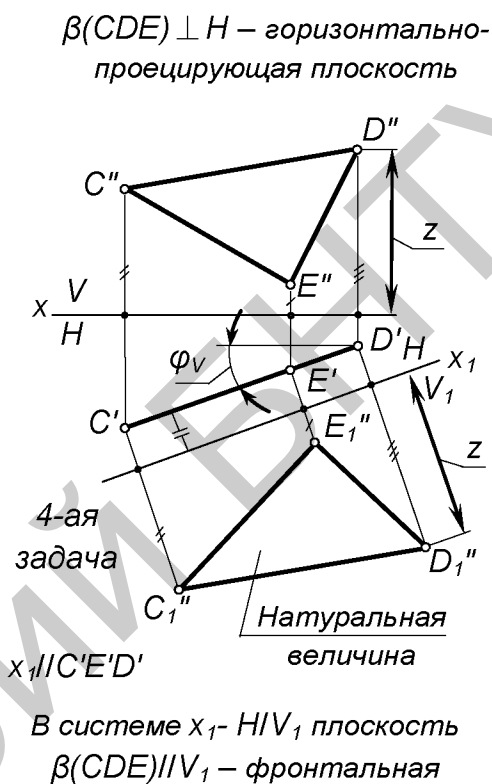


Рис. 4.54

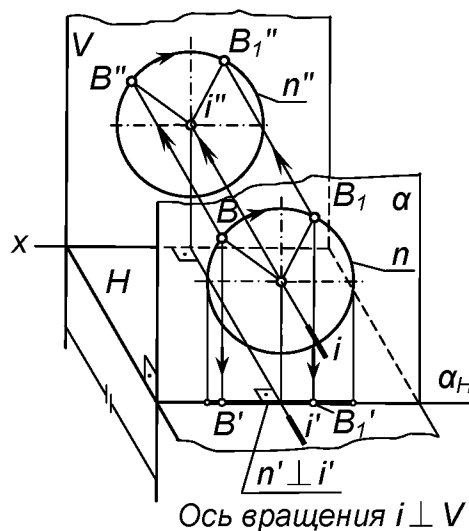


Рис. 4.55

На рис. 4.56 и 4.57 показаны примеры применения способа вращения вокруг проецирующей оси для построения натуральной величины отрезка AB общего положения.

На чертеже натуральную величину имеют прямые уровня, параллельные плоскости проекций H или V (профильную прямую не рассматриваем). Характерный признак прямых уровня на чертеже – одна из проекций параллельна оси проекций x : горизонтальная проекция для фронтальной прямой и фронтальная проекция для горизонтальной прямой.

Следовательно, для решения задачи отрезок AB общего положения нужно повернуть (вращать) вокруг проецирующей оси так, чтобы он занял положение, параллельное плоскости проекций H или V .

Для решения задачи выполнен следующий графический алгоритм:

1-е действие. Выбрать ось вращения i , проходящую через любую конечную точку отрезка (на рис. 4.56 фронтально-проецирующая ось вращения проведена через точку $A(A'', A')$), и обозначить ее проекции $i(i'', i')$ на чертеже.

2-е действие. Повернуть фронтальную проекцию точки $B(B'')$ вокруг оси $i(i'')$ по часовой стрелке (можно против) так, чтобы фронтальная проекция отрезка $AB(A''B'')$ заняла горизонтальное положение $A''B_o''$, параллельное оси проекций x .

3-е действие. Построить натуральную проекцию $A'B_o'$ отрезка AB , переместив горизонтальную проекцию точки B перпендикулярно горизонтальной проекции оси вращения $i(i')$ (параллельно оси проекций x) до пересечения с вертикальной линией связи от точки B_o'' .

В результате преобразования отрезок AB занял положение горизонтальной прямой уровня.

!!! Конечная точка отрезка A при вращении остается неподвижной, так как лежит на оси вращения i .

На рис. 4.57 показано построение натуральной величины отрезка общего положения AB вращением вокруг горизонтально-проецирующей оси аналогичными графическими действиями (отрезок AB занял положение фронтальной прямой уровня).

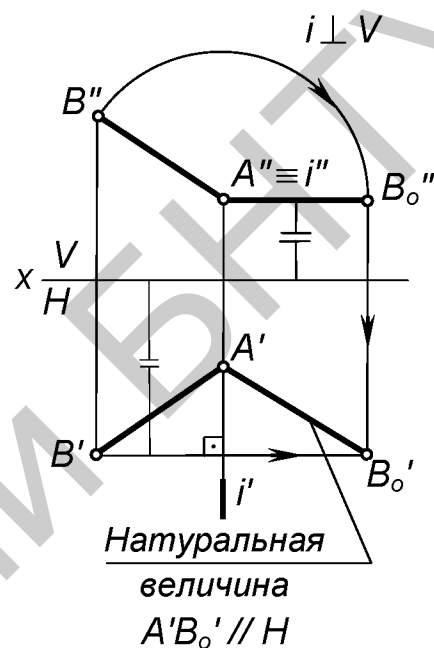


Рис. 4.56

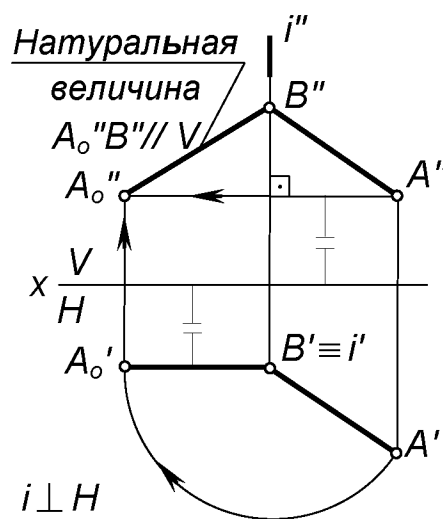


Рис. 4.57

Плоскопараллельное перемещение

Частный случай способа вращения вокруг проецирующей оси – вращение предмета без указания на чертеже осей вращения, который называют способом плоскопараллельного перемещения. Способ удобен тем, что повернутые вокруг предполагаемой проецирующей оси проекции предмета перемещают и располагают на свободном поле чертежа без взаимного их наложения.

На рис. 4.58 показано построение натуральной величины плоскости общего положения, заданной треугольником ABC , способом плоскопараллельного перемещения.

Для решения задачи плоскость ABC должна занять положение плоскости уровня – или фронтальной ($//V$), или горизонтальной ($//H$).

Следовательно, плоскость

нужно вращать и одновременно перемещать по полю чертежа, чтобы она последовательно заняла сначала проецирующее положение, а затем положение плоскости уровня.

Для двух последовательных преобразований нужно выполнить следующий графический алгоритм.

Первое перемещение. Плоскость общего положения $\alpha(ABC)$ вращением вокруг предполагаемой, например, горизонтально-проецирующей, оси преобразовать во фронтально-проецирующую плоскость, выполнив следующие графические действия:

1-е действие. Провести в плоскости горизонталь $h(h', h'')$.

2-е действие. Повернуть горизонтальную проекцию $A'B'C'$ треугольника, вращая вокруг предполагаемой горизонтально-проецирующей оси (например, проходящей через точку B') и одновременно перемещая вправо на свободное поле чертежа так, чтобы горизонталь h плоскости заняла положение фронтально-проецирующей прямой, т.е. h_1' должна расположиться перпендикулярно оси X . Повернутую проекцию треугольника $A_1'B_1'C_1'$ относительно проекции горизонтали h_1' построить с помощью дуговых засечек, на пересечении которых определяются вершины.

3-е действие. Построить фронтальную проекцию $A_1''B_1''C_1''$ треугольника, переместив заданные фронтальные $A''B''C''$ проекции вершин треугольника параллельно оси проекций X до пересечения с вертикальными линиями связи от точек

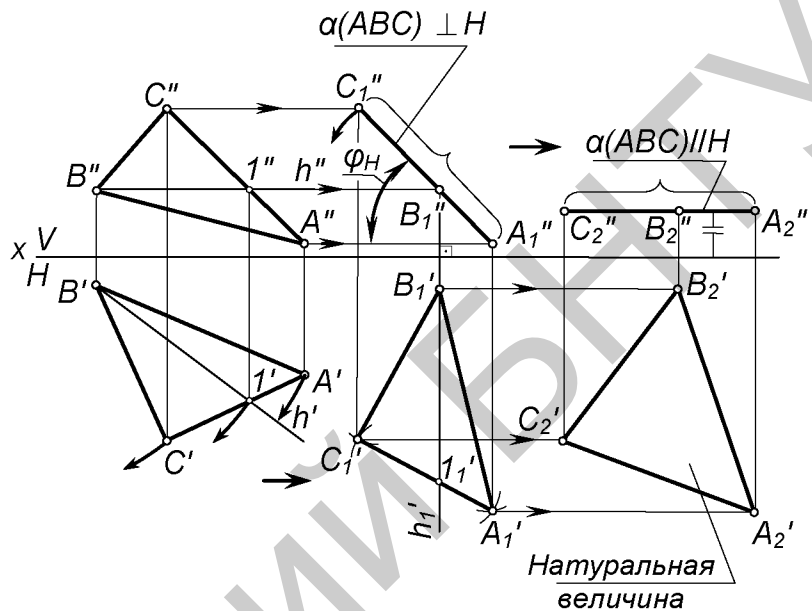


Рис. 4.58

A_1' , B_1' и C_1' повернутой проекции: фронтальная проекция выродилась в линию, т.е. треугольник преобразовался во фронтально-проецирующую плоскость.

Второе перемещение. Плоскость фронтально-проецирующую вращением вокруг предполагаемой фронтально-проецирующей оси преобразовать в горизонтальную плоскость уровня, продолжая графические действия.

4-е действие. Повернуть построенную вырожденную проекцию $A_1''B_1''C_1''$ треугольника, вращая вокруг предполагаемой фронтально-проецирующей оси, проходящей через точку A_1'' , и одновременно перемещая вправо на свободное поле чертежа так, чтобы эта проекция расположилась параллельно оси проекций x : проекция $A_2''B_2''C_2'' \parallel$ оси x .

5-е действие. Построить новую горизонтальную проекцию $A_2'B_2'C_2'$ треугольника, переместив горизонтальные проекции A_1' , B_1' и C_1' вершин треугольника параллельно оси проекций x до пересечения вертикальными линиями связи от фронтальных проекций A_2'' , B_2'' и C_2'' вершин; построенная горизонтальная проекция $A_2'B_2'C_2'$ треугольника и есть его натуральная величина, так как после второго перемещения треугольник преобразовался в горизонтальную плоскость уровня.

III. Способ вращения вокруг прямой уровня – горизонтальной или фронтальной прямой.

Сущность способа в том, что плоскость общего положения изменяет свое положение в пространстве относительно плоскостей проекций вращением вокруг линии уровня до положения, параллельного плоскости проекций V (или H).

На рис. 4.59 показана наглядная картина вращения плоскости общего положения $\alpha(ABC)$ вокруг горизонтальной прямой. Пусть сторона AB , треугольника ABC , лежит в плоскости γ , параллельной плоскости проекций H , и является горизонтальной прямой h , вокруг которой и будет повернута плоскость ABC .

Поскольку вершины A и B треугольника лежат на оси вращения h и, следовательно, неподвижны, то требуется повернуть вокруг прямой уровня h только вершину C так, чтобы она совместилась с плоскостью γ . Вершина C вращается вокруг горизонтальной прямой h (стороны AB) в плоскости β , перпендикулярной оси вращения h .

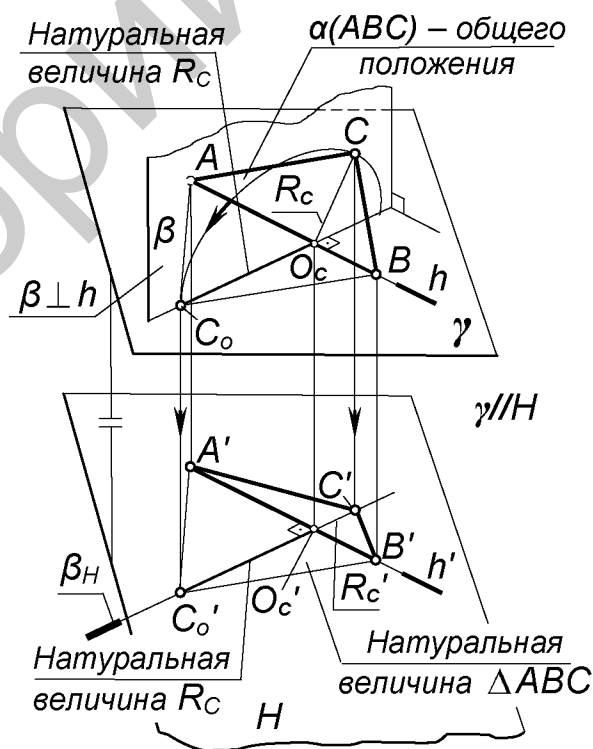


Рис. 4.59

После поворота треугольник ABC_o лежит в плоскости γ и, следовательно, параллелен плоскости H . Точка C имеет радиус вращения R_c и на плоскость γ этот радиус проецируется в натуральную величину.

Рассмотрим проекцию этой картины на плоскость проекций H . На горизонтальной проекции видно, что натуральную величину $A'B'C_o$ треугольника ABC определяет натуральная величина радиуса вращения R_c точки C .

На рис. 4.60 показано построение на чертеже натуральной величины плоскости $\alpha(ABC)$ способом вращения вокруг горизонтальной прямой уровня h . В этом случае выполняется вращение горизонтальной проекции $A'B'C'$ треугольника, т.е. вращение выполняется относительно плоскости проекций, которой параллельна ось вращения. Для решения задачи выполнен следующий графический алгоритм:

1-е действие. В заданной плоскости ABC провести проекции горизонтали $h(h'', h')$, которая является осью вращения.

2-е действие. Провести следы плоскостей β_{H1} и β_{H2} перпендикулярно h' , в которых будут вращаться вершины $B(B')$ и $C(C')$ вокруг оси вращения h' ; точка $A(A')$ будет неподвижна, так как лежит на оси вращения.

3-е действие. Определить проекции отрезка $CO_c(C'O_c', C''O_c'')$, т.е. радиуса вращения точки C вокруг горизонтали $h(h')$, и построить любым рассмотренным графическим способом натуральную величину радиуса вращения $R_c(R_c'', R_c')$. В примере натуральная величина R_c построена способом вращения отрезка общего положения OC_c вокруг фронтально-проецирующей оси, вырожденная проекция которой совпадает с проекцией точки $O_c(O_c'')$ (см. рис. 4.56).

4-е действие. Построенную натуральную величину радиуса вращения $R_c = O_c'C_o'$ повернуть и расположить на следе плоскости β_{H1} , в которой вращается точка $C(C')$ треугольника, построив вершину C_o в повернутом положении.

5-е действие. Достроить повернутую проекцию треугольника $A'B_oB_o$, определив повернутую проекцию B_o вершины $B(B')$ на пересечении следа плоскости вращения β_{H2} с прямой, проходящей через точки C_o и $1(1')$, т.е. натуральную величину радиуса вращения для точки B определять нет необходимости: ее повернутое положение B_o определяется графическим построением.

Дано: $\alpha(\Delta ABC)$ – плоскость
общего положения

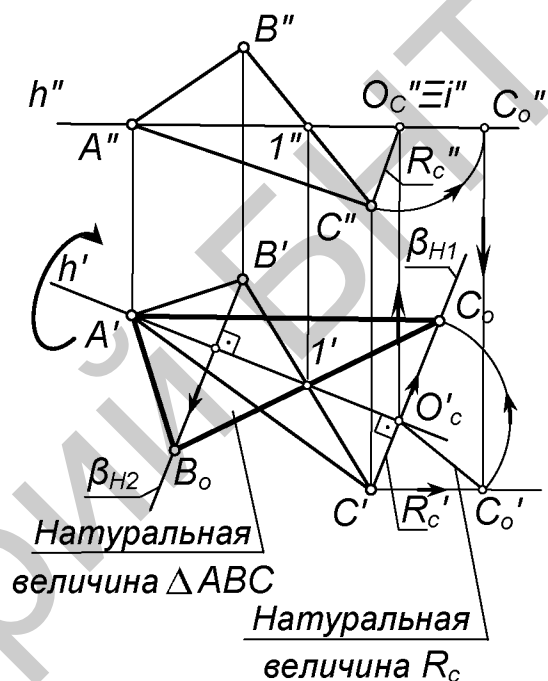


Рис. 4.60

В результате преобразования проекция $A'B_0C_0$ треугольника заняла положение, параллельное горизонтальной плоскости проекций H , и, следовательно, определяет его натуральную величину.

!!! Построение на чертеже натуральной величины плоскости ABC вращением вокруг фронтальной прямой уровня $f(f'', f')$ выполняется аналогичными графическими действиями, только вращать следует фронтальную проекцию $A''B''C''$ треугольника, так как ось вращения f параллельна фронтальной плоскости проекций. Треугольник после вращения занимает положение фронтальной плоскости уровня, которая определяет его натуральную величину.

Образец выполнения листа 3 с задачами 5 и 6 показан на рис. 4.61, *а* и *б*. Задачи выполнить на одном листе формата А3 чертежной бумаги.

Задача 5 имеет два варианта графических условий:

Варианты 1–15. Построить проекции центра окружности, описанной вокруг плоскости общего положения ABC , способом замены плоскостей проекций.

Варианты 16–30. Построить проекции центра сферы радиусом 20 мм, вписанной в плоский угол ABC , способом замены плоскостей проекций.

Задача 6 имеет два варианта графических условий:

Варианты 1–15. Построить натуральную величину заданной плоскости общего положения ABC , способом вращения вокруг линии уровня – фронтали или горизонтали (линия уровня указана для каждого варианта в табл. 4.4).

Варианты 16–30. Построить натуральную величину заданного угла ABC способом вращения вокруг линии уровня (указана для каждого варианта в табл. 4.4).

Данные для своего варианта взять из табл. 4.4. Условия всех вариантов представлены координатами x , y и z точек A , B и C .

По заданным координатам точек построить на левой и правой половине поля чертежа графическое условие задач – проекции плоскости общего положения, заданной треугольником ABC ($A''B''C''$, $A'B'C'$). В таблице для каждого варианта указаны линии, относительно которых нужно выполнять преобразование чертежа для 5-й и 6-й задач.

П л а н г р а ф и ч е с к и х д е й с т в и й для решения задачи 5 (по вариантам 1–15).

Для определения центра окружности, описанной вокруг заданного треугольника ABC , плоскость треугольника должна занять положение плоскости уровня – горизонтальной или фронтальной. Преобразовать плоскость общего положения в плоскость уровня можно двумя последовательными заменами плоскостей проекций (см. задачи 3 и 4 преобразования способом замены, рис. 4.51–4.54). Для решения задачи выполнены следующие графические действия:

Первая замена.
I-е действие. Провести в плоскости ABC проекции $f(f', f'')$.

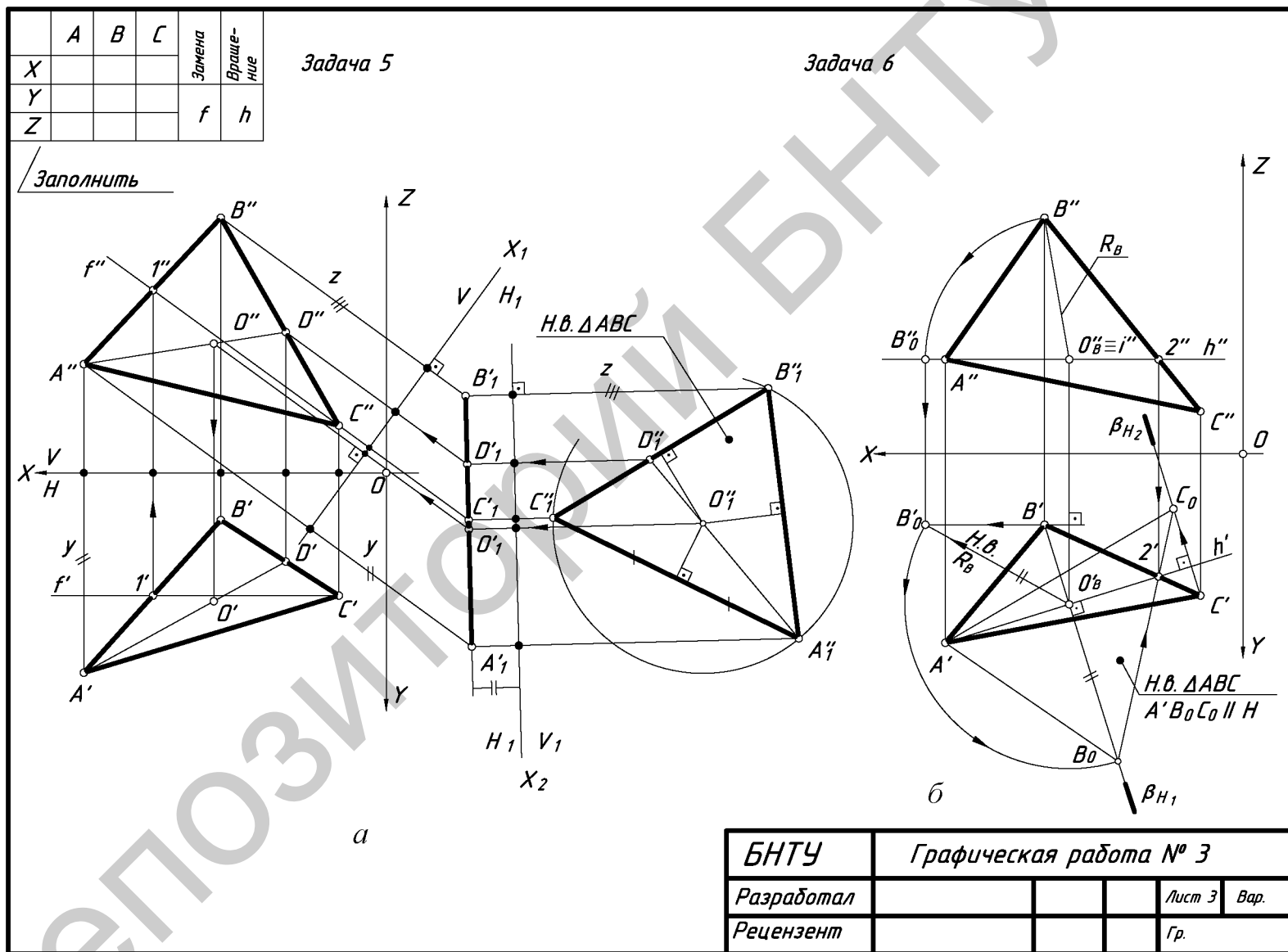


Рис. 4.61

Вторая замена.

2-е действие. Ввести первую дополнительную систему плоскостей проекций x_1-V/H_1 , расположив ось проекций x_1 перпендикулярно фронтальной проекции фронтали $f(f')$.

3-е действие. Построить горизонтальную проекцию $A_1'B_1'C_1'$ на дополнительной плоскости H_1 по координатам y из системы $x-V/H$. Плоскость ABC спроецировалась в прямую (выродилась в линию), т.е. преобразовалась в горизонтально-проецирующую плоскость, перпендикулярную дополнительной плоскости проекций H_1 .

4-е действие. Ввести вторую дополнительную систему плоскостей проекций x_2-H_1/V_1 , расположив ось проекций x_2 параллельно построенной (вырожденной) проекции треугольника $A_1'B_1'C_1'$.

5-е действие. Построить фронтальную проекцию плоскости $A_1''B_1''C_1''$ на дополнительной плоскости проекций V_1 по координатам z из предыдущей системы x_1-V/H_1 ; построенная проекция $A_1''B_1''C_1''$ является натуральной величиной треугольника ABC , так как плоскость преобразовалась во фронтальную плоскость уровня, параллельную дополнительной плоскости проекций V_1 .

6-е действие. Определить центр окружности (точку O), описанной вокруг треугольника ABC , который находится на пересечении перпендикуляров, проведенных через середины сторон треугольника.

7-е действие. Обратным проецированием определить проекции построенного центра описанной окружности $O(O'',O')$ на заданных проекциях треугольника, используя вспомогательную линию AD , на которой лежит точка O .

План графических действий для решения задачи 6 (по вариантам 1–15).

Натуральную величину определяет только плоскость уровня. Следовательно, заданную плоскость общего положения ABC нужно преобразовать вращением вокруг линии уровня в плоскость уровня, например, в горизонтальную. Для решения задачи на чертеже выполнены следующие графические действия.

1-е действие. Провести в заданной плоскости ABC проекции горизонтали $h(h'')$; следовательно, вращать следует горизонтальную проекцию $A'B'C'$ треугольника.

2-е действие. Провести следы плоскостей β_{H1} и β_{H2} , в которых будут вращаться точки $B(B')$ и $C(C')$ перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали $h(h')$.

3-е действие. Определить проекции отрезка $BO(B'O_B',B''O_B'')$, т.е. проекции радиуса вращения R_B точки B вокруг горизонтали $h(h')$, и построить способом вращения вокруг фронтально проецирующей оси i натуральную величину отрезка BO .

4-е действие. Построенную натуральную величину радиуса $R_B = O_B'B_{O'}$ повернуть и расположить на следе плоскости β_{H1} , в которой вращается точка $B(B')$, построив вершину B_O .

5-е действие. Достроить повернутую проекцию $A'B_0C_0$ треугольника ABC , которая определяет его натуральную величину. Вершина C_0 определяется на пересечении следа плоскости β_{H2} и прямой, проходящей через точки B_0 и $2(2')$ (без построения натуральной величины R_C).

!!! Внимание. К листу 3 выполнить приложение, изложив на листах писчей бумаги планы решения задач 5 и 6.

4.4. Графическая работа № 4 (лист 4, задачи 7 и 8): поверхности; многогранники – призма, пирамида

Для решения задач 7 и 8 следует усвоить построение проекций прямой правильной призмы и правильной пирамиды со срезами плоскостями частного положения, предварительно проработав материал начертательной геометрии по теме.

Тема 4: Поверхности. Многогранники – призма и пирамида.

1. Проекция многогранников – прямой правильной призмы и правильной пирамиды; характерные очерки призмы и пирамиды на чертеже (очерк – линии видимого контура, ограничивающие область проекции на поле чертежа).

2. Построение проекций точек на поверхностях призмы и пирамиды по их принадлежности ребрам или граням этих поверхностей.

3. Сечение призмы и пирамиды плоскостями частного положения.

Задача 7. По заданным фронтальной и горизонтальной проекциям прямой правильной призмы со срезами плоскостями частного положения построить ее профильную проекцию. Горизонтальную проекцию призмы требуется предварительно достроить.

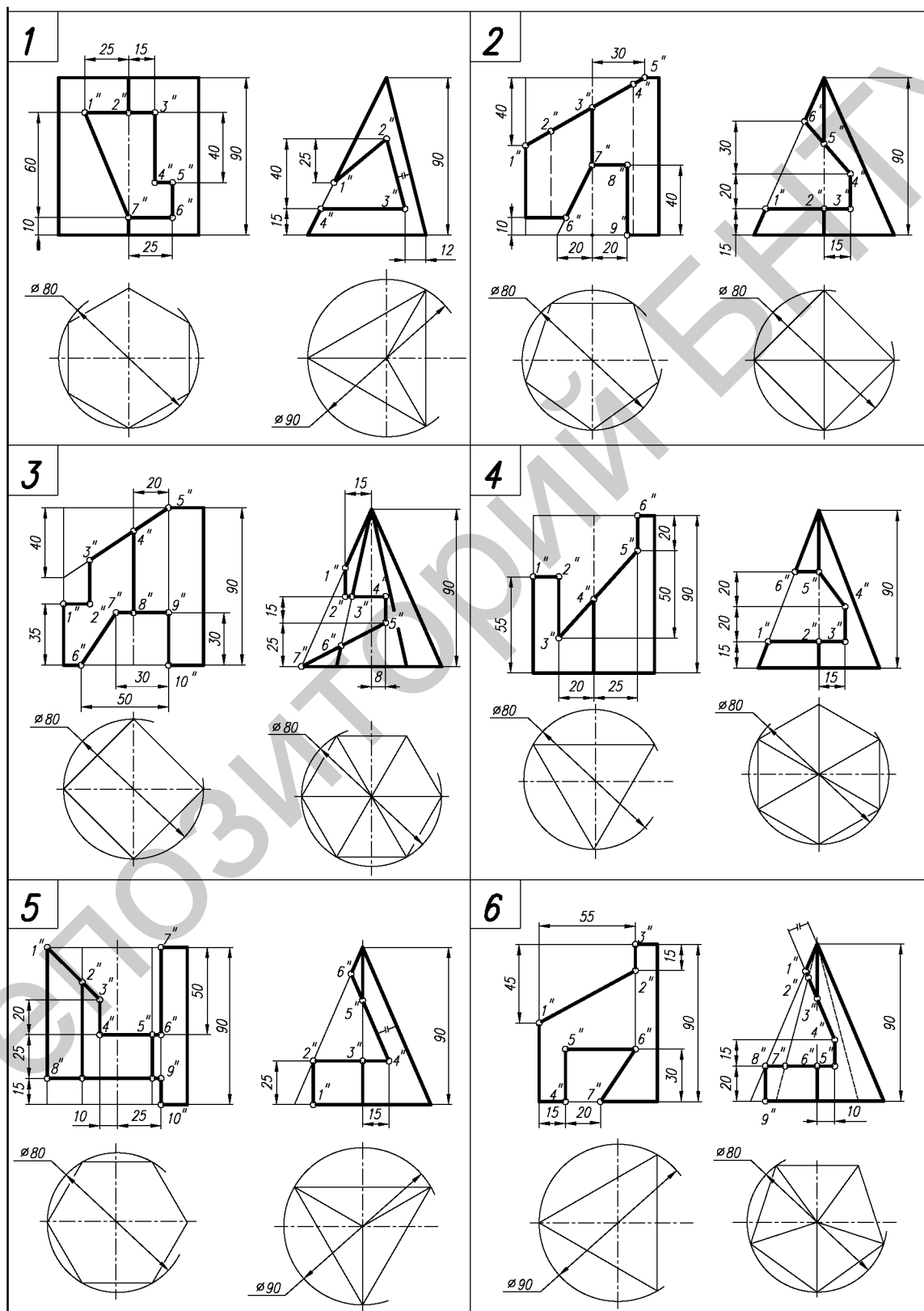
Задача 8. По заданным фронтальной и горизонтальной проекциям прямой правильной пирамиды со срезами плоскостями частного положения построить ее профильную проекцию. Горизонтальную проекцию пирамиды требуется предварительно достроить.

Графические условия вариантов задач 7 и 8 даны в табл. 4.5.

Графическая работа № 4

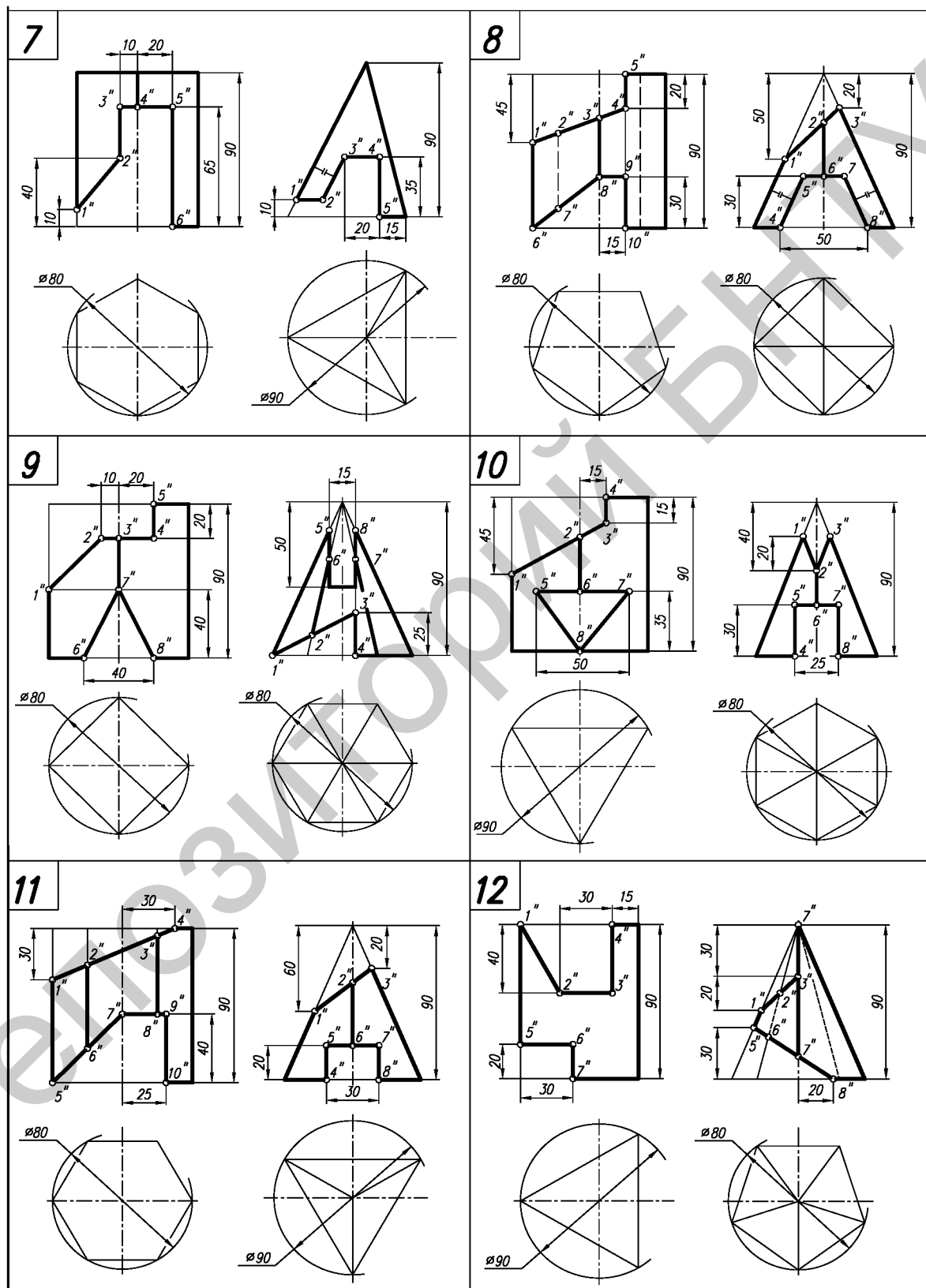
Лист 4. Задачи 7–8 (варианты 1–6).

Тема: поверхности; многогранники – призма, пирамида



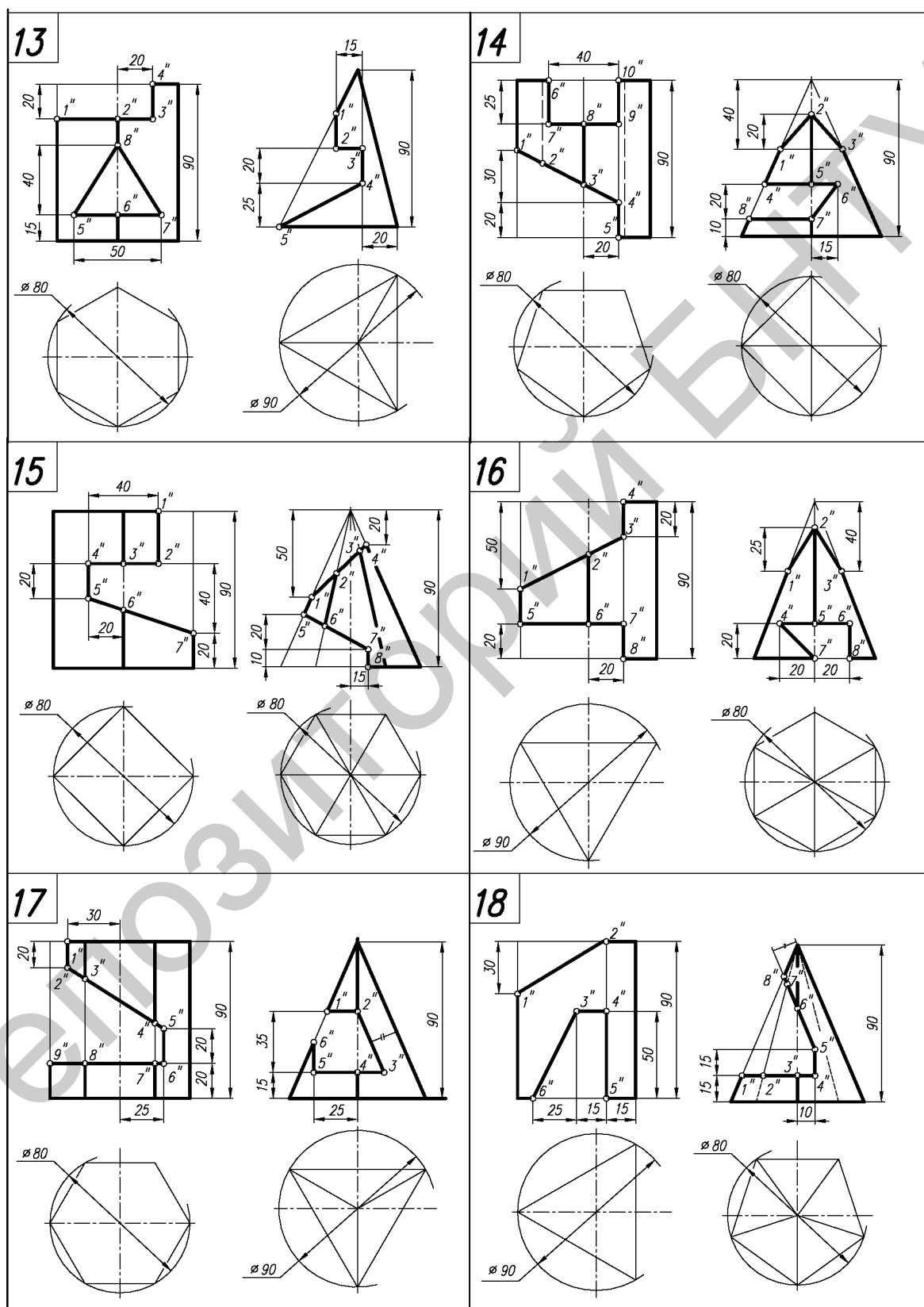
Лист 4. Задачи 7–8 (варианты 7–12).

Тема: поверхности; многогранники – призма, пирамида



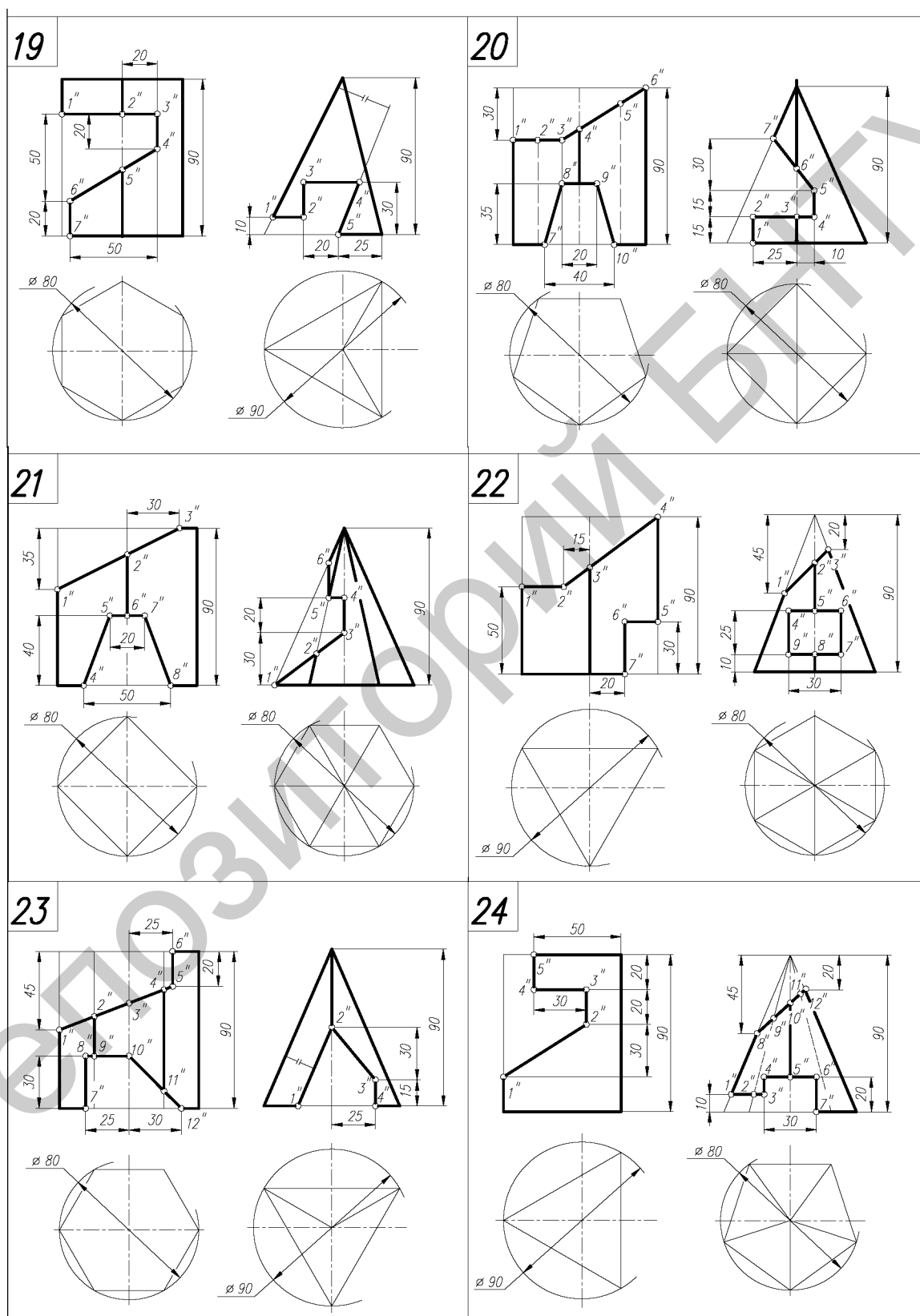
Лист 4. Задачи 7–8 (варианты 13–18).

Тема: поверхности; многогранники – призма, пирамида



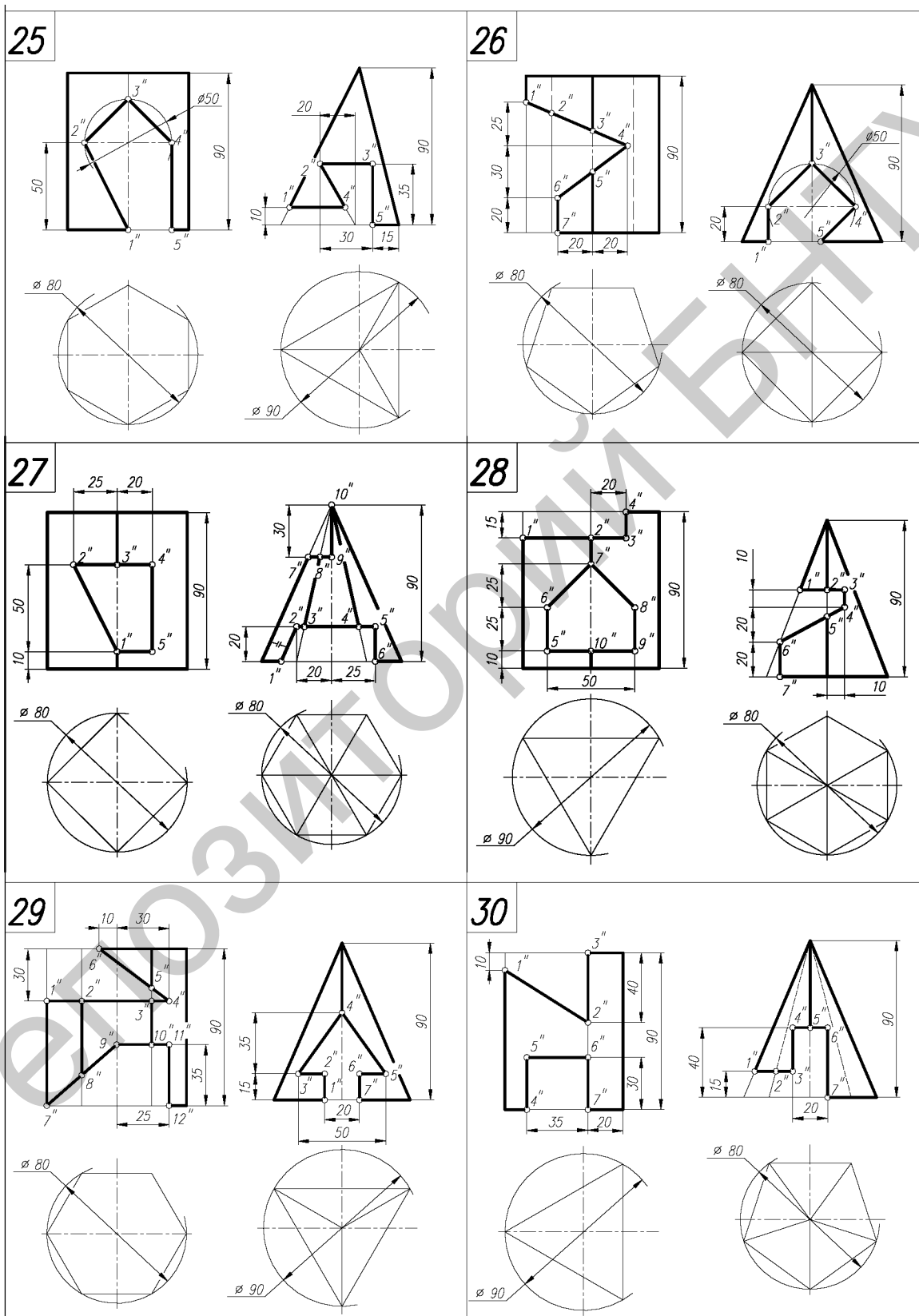
Лист 4. Задачи 7–8 (варианты 19–24).

Тема: поверхности; многогранники – призма, пирамида



Лист 4. Задачи 7–8 (варианты 25–30).

Тема: поверхности; многогранники – призма, пирамида



Многогранники – призма и пирамида

Многогранником называют геометрическое тело, поверхность которого ограничена плоскостями (гранями). Многогранник называют четырех-, пяти-, шестигранником и т.д. по количеству граней (включая основания), образующих его поверхность. На чертеже многогранник задают проекциями его граней и ребер (ребро – линия пересечения граней).

Рассмотрим призму и пирамиду – геометрические многогранники (тела), которые часто применяются при формообразовании различных деталей. Основанием призмы и пирамиды может быть любой многоугольник, по количеству сторон которого призму и пирамиду называют треугольной, четырех-угольной и т.д. Такое название более соответствует изображению этих много-гранников на чертеже, по которому определяется многоугольник основания, что позволяет создать в воображении соответствующий пространственный образ.

Призма как геометрическое тело имеет два параллельных основания, боковые грани и параллельные ребра. Призму называют *правильной*, если ее основаниями являются правильные многоугольники, вписанные в окружность. Призму называют *прямой*, если ее ребра перпендикулярны основанию, и *наклонной*, если ребра не перпендикулярны основанию.

Пирамида как геометрическое тело имеет одно основание и вершину, объединяющую все ее ребра. Пирамиду называют *правильной*, если ее основанием является правильный многоугольник, вписанный в окружность, а высота пирамиды проходит через центр этой окружности (т.е. пирамида прямая).

Пирамида может быть *наклонной*, если основание высоты не лежит в центре окружности, в которую вписан многоугольник основания пирамиды. Пирамида со срезанной вершиной имеет два основания и называется *усеченной*.

Построение проекций прямой правильной призмы

На рис. 4.62 показан пример построения проекций (очерков) прямой правильной призмы высотой H с треугольником в основании, вписанном в окружность заданного диаметра; основания призмы параллельны горизонтальной плоскости проекций H .

Для построения проекций призмы требуется выполнить графоаналитические действия в следующем порядке:

1-е действие. По заданному основанию построить горизонтальную проекцию призмы, которая представляет собой треугольник с обозначенными вершинами A' , B' и C' , вписанный в окружность заданного диаметра.

2-е действие. Выполнить графический анализ построенной горизонтальной проекции призмы:

1. Плоскость треугольника $A'B'C'$ – это горизонтальные натуральные проекции совпадающих параллельных оснований призмы, которые являются горизонтальными плоскостями уровня ($//H$).

2. Боковые стороны $A'B'$, $B'C'$ и $C'A'$ треугольника $A'B'C'$ – это горизонтальные проекции боковых граней призмы, которые спроецировались (выродились) в отрезки прямых линий, так как:

- задняя грань AB – фронтальная плоскость ($//V$);
- передние грани BC и CA – горизонтально-проецирующие плоскости ($\perp H$).

3. Вершины A' , B' и C' треугольника $A'B'C'$ – это горизонтальные проекции ребер, которые спроецировались (выродились) в точки, так как являются горизонтально-проецирующими прямыми ($\perp H$).

3-е действие. Построить фронтальную проекцию (очерк) призмы, которая представляет собой прямоугольник, ограниченный:

- по заданной высоте H горизонтальными отрезками $A''B''C''$ – проекциями оснований ($//H$);
- слева – проекцией A'' ребра A , построенного по вертикальной линии связи;
- справа – проекцией B'' ребра B ;
- фронтальной проекцией C'' ребра C – вертикальный отрезок, совпадающий с осью симметрии фронтальной проекции призмы.

4-е действие. Выполнить графический анализ построенной фронтальной проекции призмы:

1. Прямоугольники $A''C''C''A''$ и $C''B''B''C''$ – искаженные проекции передних видимых боковых граней призмы.
2. Прямоугольник $A''B''B''A''$ – натуральная величина невидимой задней грани призмы.

5-е действие. Построить профильную проекцию (очерк) призмы:

1. Задать на горизонтальной проекции призмы положение базовой линии, проходящей через заднюю грань $AB(A'B')$, относительно которой, как от базы отсчета (б.о.), можно определить координату Y для любой точки на поверхности призмы.

2. На поле чертежа справа от фронтальной проекции выбрать положение базовой оси Z , относительно которой, как от базы отсчета (б.о.), можно построить по координатам Y профильные проекции любой точки на поверхности призмы.

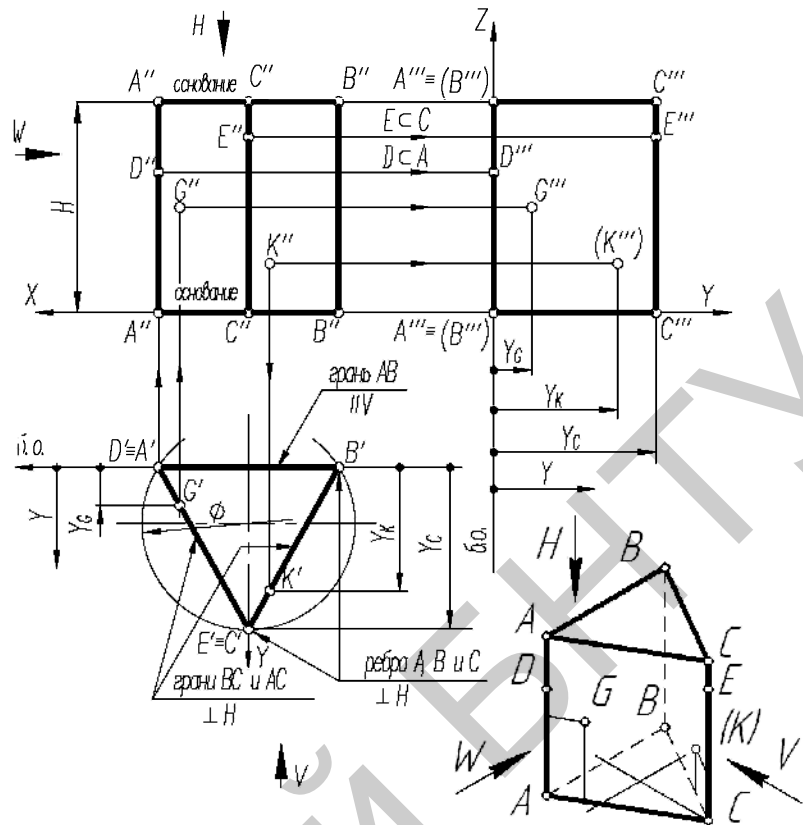


Рис. 4.62

3. Профильная проекция призмы представляет собой прямоугольник, ограниченный:

- по высоте H горизонтальными отрезками – проекциями оснований;
- слева – вертикальным отрезком совпадающих проекций A''' и B''' ребер A и B , расположенном на выбранной базовой оси Z ;
- справа – вертикальной линией C''' ребра C , построенного по координате y_C .

6-е действие. Выполнить графический анализ построенной профильной проекции призмы.

1. Совпадающие прямоугольники $A'''C'''C'''B'''$ и $B'''C'''C'''B'''$ – искаженные проекции передних боковых граней призмы AC и BC .

2. Отрезок $A''' - A'''$ ($B''' - B'''$) слева – вырожденная проекция задней грани призмы AB .

Построение горизонтальных и профильных проекций точек, лежащих на поверхности призмы

Принадлежность точек поверхности призмы определяется их принадлежностью ребрам и граням этой призмы.

На рис. 4.62 показан пример построения горизонтальных и профильных проекций точек D , E , G и K , лежащих на боковой поверхности призмы и заданных фронтальными проекциями:

- горизонтальные проекции D' и F' точек D и F , лежащих на ребрах A и C совпадают с горизонтальными проекциями этих ребер – точками $A(A')$ и $C(C')$;

- горизонтальные проекции G' и K' точек G и K , лежащих на гранях AC и BC , определяются соответственно на сторонах $A'C'$ и $B'C'$ треугольника $A'B'C'$, которые являются вырожденными проекциями этих граней;

- профильные проекции точек D и E построены по их принадлежности ребрам призмы A и C : D''' лежит на A''' ; E''' лежит на C''' ;

- профильные проекции точек G и K построены по координатам y : G''' определяется координатой y_G ; K''' – координатой y_K и на профильной проекции невидима, поскольку лежит на невидимой грани BC (взята в скобки).

!!! Запомните характерные признаки очерков призмы на чертеже – два прямоугольника и многоугольник основания

Построение проекций правильной пирамиды

На рис. 4.63 показан пример построения проекций правильной пирамиды высотой H с треугольником в основании, вписанном в окружность заданного диаметра $\emptyset$; основание пирамиды параллельно горизонтальной плоскости проекций H .

Для построения проекций пирамиды требуется выполнить графоаналитические действия в следующем порядке:

1-е действие. По заданному основанию построить горизонтальную проекцию пирамиды, которая представляет собой треугольник с обозначенными вершинами A' , B' и C' , вписанный в окружность заданного диаметра $\emptyset$; горизонтальная проекция S' вершины пирамиды совпадает с центром этой окружности; ребра

пирамиды – видимые отрезки $S'A'$, $S'B'$ и $S'C'$, соединяющие вершины основания с вершиной пирамиды.

2-е действие. Выполнить графический анализ построенной горизонтальной проекции пирамиды:

1. Плоскость треугольника $A'B'C'$ – горизонтальная невидимая натуральная проекция основания пирамиды, которая является горизонтальной плоскостью уровня ($//H$).

2. Треугольники $A'S'C'$, $A'S'B'$ и $B'S'C'$ – горизонтальные искаженные проекции боковых граней пирамиды.

3-е действие.

Построить фронтальную проекцию пирамиды, которая представляет собой треугольник, ограниченный:

– снизу – горизонтальным отрезком $A''B''$ – проекцией основания пирамиды ($//H$);

– по заданной высоте пирамиды H – вершиной $S(S'')$;

– слева – проекцией ребра $SA(S'A'')$ (прямая общего положения);

– справа – проекцией ребра $SB(S'B'')$ (прямая общего положения);

– фронтальной проекцией ребра $SC(S'C'')$ (профильная прямая), которая совпадает с осью симметрии фронтальной проекции пирамиды.

4-е действие. Выполнить графический анализ построенной фронтальной проекции пирамиды:

1. Треугольники $S''A''C''$ и $S''C''B''$ – искаженные видимые проекции боковых передних граней пирамиды.

2. Треугольник $S''A''B''$ – искаженная невидимая проекция задней невидимой грани пирамиды.

5-е действие. Построить профильную проекцию пирамиды:

1. Задать на горизонтальной проекции пирамиды базовую линию на стороне $A'B'$ основания, относительно которой, как базы отсчета (б.о.), можно определить координату Y для любой точки на поверхности пирамиды.

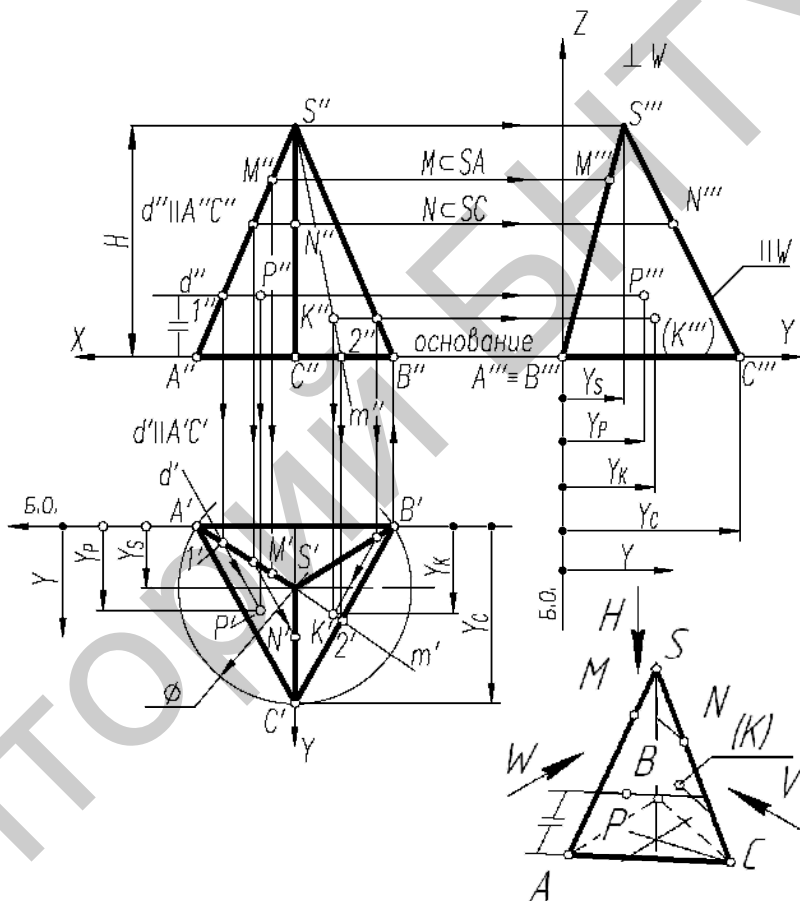


Рис. 4.63

2. На поле чертежа справа от фронтальной проекции выбрать положение базовой оси Z , относительно которой, как базы отсчета (б.о.), можно построить по координатам Y профильные проекции любой точки на поверхности пирамиды.

3. Профильная проекция пирамиды представляет собой треугольник с вершинами $A'''(\equiv B''')$, S''' и C''' :

– точки A и B основания лежат на базовой линии, поэтому их профильные A''' и B''' проекции совпадают с выбранной базовой осью Z ;

– вершину пирамиды S''' построить по координате Y_s на горизонтальной линии связи;

– точку основания C''' построить по координате Y_c ;

6-е действие. Выполнить графический анализ построенной профильной проекции пирамиды:

1. Совпадающие треугольники $S'''A'''C'''$ (видимый) и $S'''B'''C'''$ (невидимый) – искаженные проекции передних боковых граней пирамиды (плоскости общего положения).

2. Отрезок $S'''A'''(\equiv S'''B''')$ – вырожденная проекция задней грани пирамиды (профильно-проецирующая плоскость).

Построение проекций точек, лежащих на поверхности пирамиды

На рис. 4.63 показан пример построения горизонтальных и профильных проекций точек M , N , P и K , лежащих на поверхности пирамиды и заданных фронтальными проекциями M'' , N'' , P'' и K'' .

1. Построение горизонтальных проекций точек, лежащих на поверхности пирамиды:

– горизонтальная проекция M' точки M , лежащей на ребре пирамиды SA , определяется на горизонтальной проекции $S'A'$ этого ребра;

– горизонтальные проекции точек N , P и K построены на вспомогательных прямых, проведенных через их заданные фронтальные проекции N'' , P'' и K'' параллельно основанию пирамиды.

Для построения горизонтальных проекций точек, лежащих на гранях пирамиды (на примере заданной точки $P(P'')$), рассмотрим графический алгоритм, действия которого определяются теоремами о принадлежности точки и прямой плоскости.

1-е действие. Провести через точку $P(P'')$ на поверхности пирамиды вспомогательную линию $d(d'')$, параллельную основанию пирамиды, которая пересекает ребро $SA(S'A')$ по вспомогательной точке $1(1'')$.

2-е действие. Построить горизонтальную проекцию точки $1(1')$ по ее принадлежности ребру $SA(S'A')$.

3-е действие. Через построенную точку $1(1')$ провести горизонтальную проекцию $d(d')$ вспомогательной линии параллельно стороне $A'C'$ основания пирамиды.

4-е действие. Построить по линии связи горизонтальную проекцию P' точки P по ее принадлежности вспомогательной линии $d(d')$.

Повторить действия графического алгоритма и построить аналогично горизонтальные проекции N' и K' точек N и K .

Проекции точек на поверхности пирамиды можно строить также с помощью вспомогательных прямых, проходящих через ее вершину (смотри построение проекции точки $K(K')$ с помощью вспомогательной прямой $m(m'',m')$ (см. рис. 4.63)).

2. Построение *профильных проекций точек*, лежащих на поверхности пирамиды:

- профильные проекции заданных точек M и N построены по их принадлежности ребрам пирамиды: M''' – по принадлежности ребру $SA(S''A''')$; N''' – по принадлежности ребру $SC(S''C''')$;

- профильные проекции точек P и K построены по координатам y : P''' определяется координатой y_P ; K''' – координатой y_K (на профильной проекции K''' невидима, так как лежит на невидимой грани SBC (взята в скобки)).

!!! Запомните характерные признаки очерков пирамиды на чертеже – два треугольника и многоугольник основания. Для усечённой пирамиды – две трапеции и многоугольник основания!

Построение проекций призмы и пирамиды со срезами плоскостями частного положения

Любая плоскость пересекает поверхность призмы и пирамиды по замкнутым ломаным линиям, вершины которых лежат в точках пересечения ребер, граней и оснований многогранника с плоскостями срезов. Следовательно, построение срезов на проекциях гранных поверхностей сводится к построению проекций точек, лежащих на поверхности призмы или пирамиды.

Построение проекций призмы со срезами плоскостями частного положения

На рис. 4.64 показан пример построения проекций прямой правильной треугольной призмы высотой H со срезами, выполненными плоскостями частного положения – фронтально-проецирующей плоскостью α и профильной плоскостью β . Для упрощения графических описаний взята призма без срезов из предыдущего примера (см. рис. 4.62), горизонтальная, фронтальная и профильная проекции которой уже построены.

Для построения проекций призмы со срезами следует выполнить предлагаемый графический алгоритм, определяющий порядок действий при решении всех подобных задач:

1-е действие. Построить тонкими линиями на поле чертежа горизонтальную, фронтальную и профильную проекции заданной прямой правильной треугольной призмы без срезов, а затем выполнить на ее фронтальной проекции срезы плоскостями частного положения по заданному условию: фронтально-проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_V)$ и профильной плоскостью $\beta(\beta_V)$.

2-е действие.

Обозначить на фронтальной проекции призмы характерные точки пересечения плоскостей срезов с ребрами, гранями и основанием призмы:

– точки $1(1'')$ и $2(2'')$ – лежат на ребрах призмы $A(A'')$ и $C(C'')$;

– совпадающие точки $3(3'')$ и $4(4'')$ – лежат на гранях призмы и определяют вырожденную в точку проекцию фронтально-проецирующей линии пересечения плоскостей срезов α и β ;

– совпадающие точки $5(5'')$ и $6(6'')$ – лежат на верхнем основании призмы и

определяют вырожденную в точку проекцию фронтально-проецирующей линии пересечения плоскости β с верхним основанием призмы.

3-е действие. Достроить горизонтальную проекцию призмы со срезами, построив проекции плоскостей срезов по горизонтальным проекциям обозначенных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

1. Плоскость среза α определяет четырехугольник $1'-2'-3'-4'$:

– точка $1(1')$ лежит на ребре $A(A')$;

– точка $2(2')$ лежит на ребре $C(C')$;

– совпадающие точки $3(3')$ и $5(5')$ лежат на передней грани $CB(C'B')$;

– совпадающие точки $4(4')$ и $6(6')$ лежат на задней грани $AB(A'B')$.

Четырехугольник $1'-2'-3'-4'$ – искаженная по величине видимая горизонтальная проекция фронтально-проецирующей плоскости среза α .

2. Плоскость среза β определяют совпадающие проекции отрезков $5'-6'$ и $3'-4'$.

– отрезок $5'-6'(3'-4')$ – горизонтальная, вырожденная в линию, видимая проекция профильной плоскости среза β (проекция прямоугольника).

4-е действие. Выполнить графический анализ построенной горизонтальной проекции призмы для определения ее очерка и внутреннего контура:

1. Горизонтальный очерк определяет треугольник $ABC(A'B'C')$.

2. Внутренний контур определяет видимый отрезок $5'-6'(3'-4')$.

5-е действие. Достроить профильную проекцию призмы, построив проекции плоскостей срезов по профильным проекциям обозначенных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

1. Плоскость среза α определяет видимый и искаженный по величине четырехугольник $1'''-2'''-3'''-4'''$:

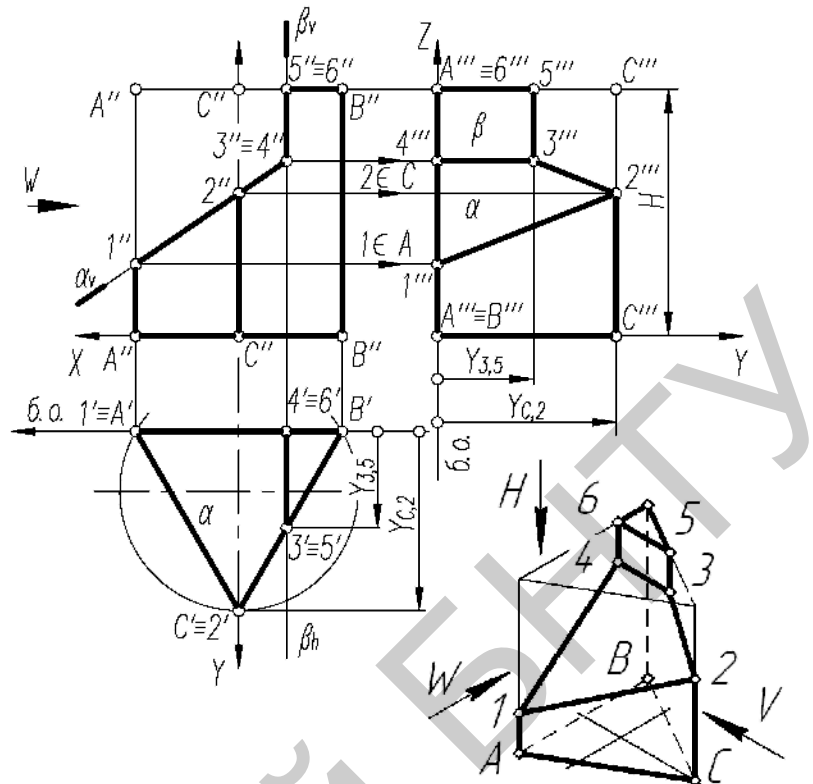


Рис. 4.64

- точка $1(1''')$ лежит на ребре $A(A''')$;
- точка $2(2''')$ лежит на ребре $C(C''')$;
- точка $3(3''')$ построена по координате y_3 ;
- точка $4(4''')$ лежит на задней грани $AB(A'''B''')$, которая спроецировалась в прямую;

2. Плоскость среза β определяет видимая натуральная проекция прямоугольника $3'''-4'''-6'''-5'''$.

- точки $3(3''')$ и $4(4''')$ уже построены, так как линия пересечения плоскостей среза $3-4$ принадлежит плоскостям α и β ;
- точка $6(6''')$ лежит на задней грани AB ;
- точка $5(5''')$ построена по координате $y_5(\equiv y_3)$.

6-е действие. Выполнить графический анализ построенной профильной проекции призмы для определения ее очерка и внутреннего контура:

1. Профильный очерк определяют:

- слева – профильная проекция ребра $B(B''')$, совпадающая с проекцией грани $AB(A'''B''')$;
- справа – участок $C'''2'''$ ребра C и ломаная линия $2'''-3'''-5'''$;
- снизу – отрезок $A'''(B''')-C'''$ нижнего основания призмы;
- сверху – отрезок $5'''6'''$ – линия пересечения плоскости β с верхним основанием призмы (участок основания).

2. Внутренний контур определяют видимые отрезки $1'''-2'''$ и $3'''-4'''$.

7-е действие. Оформить чертеж призмы, обведя сплошными толстыми линиями очерки и видимые линии внутреннего контура каждой ее проекции (оставить на чертеже тонкими сплошными линиями очерки проекции призмы без срезов и линии построения).

Построение проекций пирамиды со срезами плоскостями частного положения

На рис. 4.65 показан пример построения проекций правильной треугольной пирамиды со срезами, выполненными плоскостями частного положения: фронтально-проецирующей плоскостью α и профильной плоскостью β . Для упрощения графических описаний взята пирамида без срезов из предыдущего примера (см. рис. 4.63), фронтальная, горизонтальная и профильная проекции которой уже построены.

Для построения проекций пирамиды со срезами следует выполнить предлагаемый графический алгоритм, определяющий порядок действий при решении всех подобных задач.

1-е действие. Построить тонкими линиями на поле чертежа горизонтальную, фронтальную и профильную проекции заданной правильной треугольной пирамиды без срезов, а затем выполнить на ее фронтальной проекции срезы фронтально-проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_V)$ и профильной плоскостью $\beta(\beta_V)$.

2-е действие. Обозначить на фронтальной проекции характерные точки пересечения плоскостей срезов с ребрами и гранями пирамиды:

- точка $1(1'')$ – на ребре $SA(S''A'')$;

– точка $2(2'')$ – на ребре $SC(S''C'')$;

– совпадающие точки $3(3'')$ и $4(4'')$ – на гранях $SAB(S''A''B'')$ и $SBC(S''B''C'')$

определяют вырожденную в точку проекцию фронтально-проецирующей линии пересечения плоскостей срезов α и β ;

– точка $5(5'')$ – на ребре $SB(S''B'')$.

3-е действие. Достроить горизонтальную проекцию пирамиды со срезами, построив проекции плоскостей срезов по горизонтальным проекциям обозначенных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

1. Плоскость среза α определяет четырехугольник $1-2'-3'-4'$:

– точка $1(1')$ – на ребре $SA(S'A')$;

– точка $2(2')$ – на ребре $SC(S'C')$ (построена на вспомогательной линии $m//AC$), см. рис 4.63);

– точки $3(3')$ и $4(4')$ лежат на гранях пирамиды и построены с помощью вспомогательной линии $n//BC$;

– четырехугольник $1'-2'-3'-4'$ – горизонтальная, искаженная по величине видимая проекция фронтально-проецирующей плоскости α .

2. Плоскость среза β определяет отрезок $3'-5'-4'$ – вырожденная в видимую линию горизонтальная проекция профильной плоскости β :

– точка $5(5')$ – на ребре $SB(S'B')$;

– точки $3(3')$ и $4(4')$ – построены.

4-е действие. Выполнить графический анализ построенной горизонтальной проекции пирамиды со срезами для определения ее очерка и внутреннего контура:

1. Горизонтальный очерк определяет треугольник $A'B'C'$ основания пирамиды.

2. Внутренний контур определяют:

– видимый отрезок $A'1'$ – участок ребра SA ;

– видимый отрезок $B'5'$ – участок ребра SB ;

– видимый отрезок $C'2'$ – участок ребра SC ;

– видимый четырехугольник $1'-2'-3'-4'$.

5-е действие. Достроить профильную проекцию пирамиды, построив проекции плоскостей срезов по профильным проекциям обозначенных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

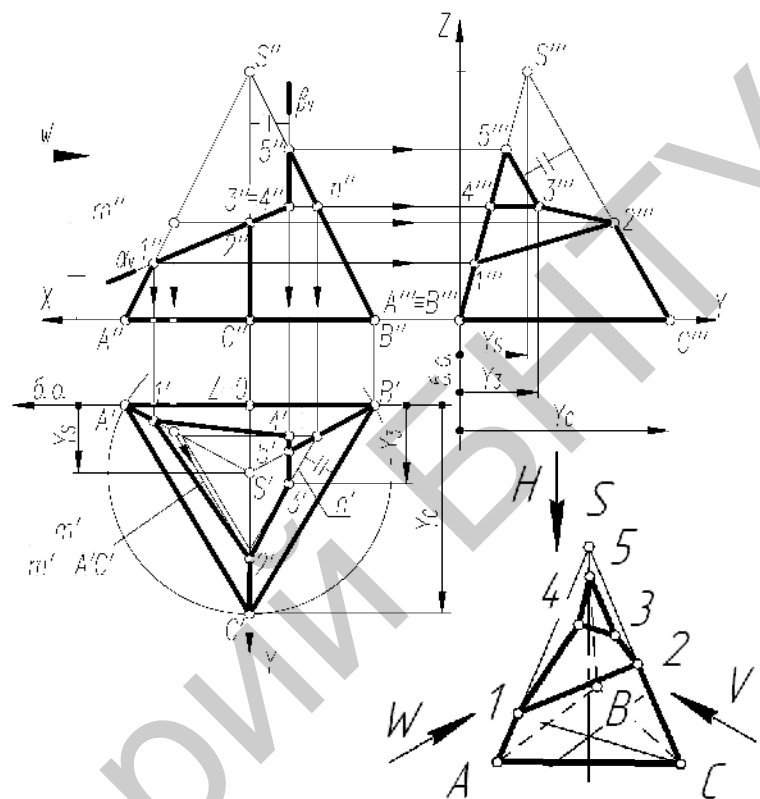


Рис. 4.65

1. Плоскость среза α определяет видимый четырехугольник $1''-2''-3''-4''$:
 – точка $1(1'')$ лежит на ребре $SA(S''A'')$;
 – точка $2(2'')$ лежит на ребре $SC(S''C'')$;
 – точка $3(3'')$ построена по координате Y_3 ;
 – точка $4(4'')$ лежит на задней грани $SAB(S''A''B'')$, вырожденной в линию;
 – четырехугольник $1''-2''-3''-4''$ – искаженная по величине видимая проекция фронтально-проецирующей плоскостью α .

2. Плоскость среза β определяет видимая натуральная проекция треугольника $3''-4''-5''$:

– точки $3(3'')$ и $4(4'')$ – уже построены (отрезок $3-4$ – линия пересечения плоскостей среза α и β);
 – точка $5(5'')$ – лежит на ребре $SB(S''B'')$;
 – отрезок $3''-5''//S''C''$.

6-е действие. Выполнить графический анализ построенной профильной проекции пирамиды со срезами для определения ее очерка и внутреннего контура:

1. Профильный очерк определяют:

– слева – отрезок $B''5''$ – участок ребра $S''B''$;
 – справа – отрезок $C''2''$ – участок ребра $S''C''$ и ломаная линия $2''-3''-5''$;
 – снизу – горизонтальная линия проекции основания $ABC(A''B''C'')$.

2. Внутренний контур определяют:

– видимый отрезок $1''-2''$;
 – видимый отрезок $3''-4''$ (линия пересечения плоскостей α и β).

7-е действие. Оформить чертеж пирамиды, выполнив сплошными толстыми линиями очерки и видимые линии внутреннего контура каждой ее проекции (тонкими линиями оставить на чертеже очерки проекции пирамиды без срезов и вспомогательные линии построения).

Образец выполнения листа 4 с задачами 7 и 8 показан на рис. 4.66, а и б.

Задача 7. Построить фронтальную, горизонтальную и профильную проекции прямой правильной призмы со срезами плоскостями частного положения по заданному условию.

Задача 8. Построить фронтальную, горизонтальную и профильную проекции правильной пирамиды со срезами плоскостями частного положения по заданному условию.

Задачи 7 и 8 выполнить на одном листе формата А3 чертежной бумаги.

Графические условия вариантов задач 7 и 8 взять из табл. 4.5.

План графических действий для решения задачи 7 (рис. 4.66, а) соответствует предложенному графическому алгоритму (к рис. 4.64).

1-е действие. На левой половине чертежа построить тонкими сплошными линиями фронтальную, горизонтальную и профильную проекции прямой правильной призмы без срезов по графическому условию и размерам – шестиугольную призму заданной высоты H . Затем выполнить на ее фронтальной проекции заданные срезы плоскостями частного положения: срезы фронтально-проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_v)$ и профильной плоскостью $\beta(\beta_v)$ и сквозной паз, образованный двумя симметричными фронтально-проецирующими плоскостями $\delta(\delta_v)$.

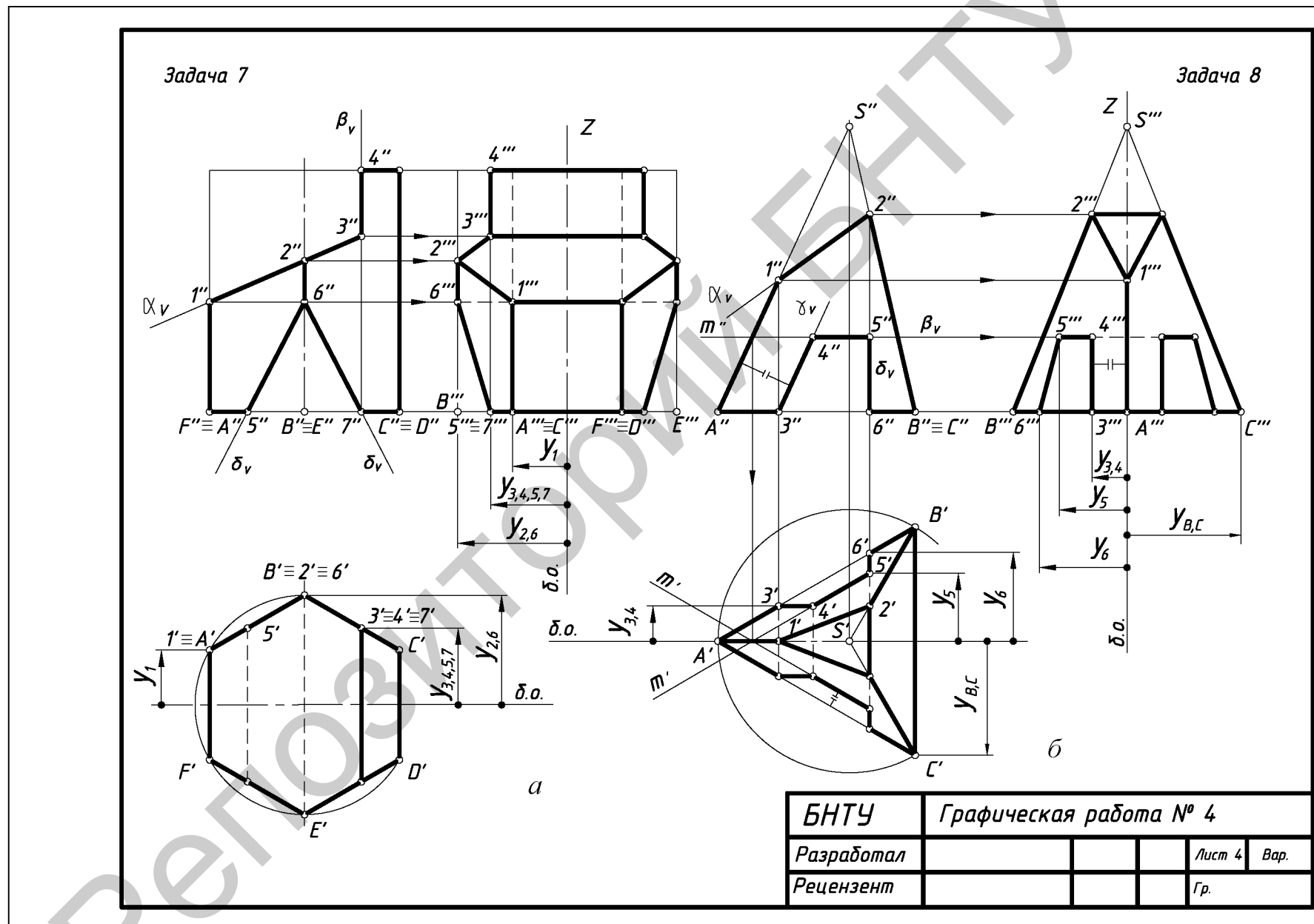


Рис. 4.66.

	A	B	C	E	F
X					
Y					
Z					

Задача 3

Задача 4

Базовую ось (б.о.) на горизонтальной проекции и базовую ось Z для профильной проекции взять на осях симметрии горизонтальной и профильной проекций. Обозначить ребра буквами A, B, C, D, E и F (на нижнем основании призмы).

2-е действие. Обозначить на фронтальной проекции характерные точки пересечения плоскостей срезов с ребрами и гранями призмы:

- совпадающие точки $1(1'')$ лежат на ребрах $A(A'')$ и $F(F'')$;
- совпадающие точки $2(2'')$ лежат на ребрах $B(B'')$ и $E(E'')$;
- совпадающие точки $3(3'')$ лежат на гранях BC и DE и определяют вырожденную в точку проекцию фронтально-проецирующей линии пересечения плоскостей среза α и β ;
- совпадающие точки $4(4'')$ лежат на верхнем основании и определяют вырожденную в точку проекцию фронтально-проецирующей линии пересечения плоскости среза β с плоскостью верхнего основания призмы;
- совпадающие точки $5(5'')$ и $7(7'')$ лежат на сторонах нижнего основания призмы и определяют вырожденные в точки проекции фронтально-проецирующих линий пересечения боковых плоскостей паза δ с плоскостью нижнего основания призмы;
- совпадающие точки $6(6'')$ лежат на ребрах $B(B'')$ и $E(E'')$ и определяют вырожденную в точку проекцию фронтально-проецирующей линии пересечения плоскостей паза $\delta(\delta_V)$.

3-е действие. Достроить горизонтальную проекцию призмы со срезами, построив проекции плоскостей срезов по горизонтальным проекциям обозначенных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

1. Плоскость среза α определяет шестиугольник $1'-2'-3'-3'-2'-1'$ – искаженная по величине видимая проекция фронтально-проецирующей плоскости среза α , обозначенные точки которой лежат на ребрах и гранях призмы:

- отрезок $3'-3'$ – видимая проекция линии пересечения плоскостей срезов, обозначенные точки которой лежат на гранях призмы.

2. Плоскость среза β определяет видимый отрезок $4'-4'$ – вырожденная в линию проекция профильной плоскости среза β , обозначенные точки которой лежат на гранях призмы.

3. Плоскости паза δ определяют искаженные по величине невидимые четырехугольники $5'-6'-6'-5'$ и $7'-6'-6'-7'$, обозначенные точки которых лежат на ребрах и сторонах нижнего основания призмы.

!!! Поскольку горизонтальная проекция призмы относительно базовой линии (б.о.) имеет вертикальную симметрию, указанные точки обозначены на одной ее половине (верхней).

4-е действие. Выполнить графический анализ построенной горизонтальной проекции для определения ее очерка и внутреннего контура:

1. Горизонтальный очерк определяет шестиугольник основания $A'B'C'D'E'F'$.

2. Внутренний контур определяют видимый $4'-4'(3'-3')$ и невидимые отрезки $5'-5'$, $6'-6'$ и $7'-7'$.

5-е действие. Достроить профильную проекцию призмы со срезами, построив проекции плоскостей срезов по профильным проекциям обозначенных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

1. Плоскость среза α определяет шестиугольник $1'''-2'''-3'''-3'''-2'''-1'''$ – искаженная по величине видимая проекция фронтально-проецирующей плоскости среза α :

- точки $1(1''')$ и $2(2''')$ лежат соответственно на ребрах $A(A''')$, $F(F''')$, $B(B''')$ и $E(E''')$;
- точки $3(3''')$ построены по координате y_3 .

2. Плоскость среза β определяет прямоугольник $3'''-4'''-4'''-3'''$ – видимая натуральная величина профильной плоскости среза β :

- точки $3(3''')$ построены;
- точки $4(4''')$ построены на верхнем основании призмы по координате y_4 .

3. Плоскости пазов δ определяют невидимые совпадающие четырехугольники $5'''-6'''-5'''-6'''$ и $7'''-6'''-6'''-7'''$ – искаженные по величине проекции двух фронтально-проецирующих плоскостей пазов δ :

- точки $5(5''')$ и $7(7''')$ – построены на нижнем основании призмы по координатам $y_5 = y_7$;

- точки $6(6''')$ – лежат на ребрах $B(B''')$ и $E(E''')$.

6-е действие. Выполнить графический анализ построенной профильной проекции призмы для определения ее очерка и внутреннего контура:

1. Профильный очерк определяют:

- справа и слева – участки $6'''-2'''$ ребер B и E , ломаные линии $2'''-3'''-4'''$ и отрезки $5'''-6'''-6'''-7'''$;

- сверху – отрезок $4'''-4'''$ – участок верхнего основания призмы;

- снизу – совпадающие отрезки $5'''-5'''$ и $7'''-7'''$ – участки нижнего основания призмы.

2. Внутренний контур определяют:

- невидимые линии продолжений невидимых ребер C и D ;

- невидимые линии $6'''-6'''$ пересечения плоскостей пазов δ ;

- видимый отрезок $1'''-1'''$ (линия пересечения плоскости среза α с гранью AF);

- видимый отрезок $3'''-3'''$ – линия пересечения плоскостей среза α и β ;

- видимые отрезки $A'''-1'''$ и $F'''-1'''$ ребер A и F .

7-е действие. Оформить чертеж призмы, выполнив сплошными толстыми линиями очерки и видимые линии внутреннего контура каждой ее проекции (оставить тонкими сплошными линиями контуры проекций призмы без срезов и линии построения).

П л а н г р а ф и ч е с к и х д е й с т в и й р е ш е н и я з а д а ч и 8 (рис. 4.66, б) соответствует предложенному алгоритму (к рис. 4.65).

1-е действие. Построить на правой половине чертежа тонкими линиями фронтальную, горизонтальную и профильную проекции правильной пирамиды без срезов по заданному графическому условию – треугольную пирамиду заданной высоты. Затем выполнить на ее фронтальной проекции заданный срез фронтально-проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_v)$ и сквозной паз, образованный горизонтальной

плоскостью $\beta(\beta_v)$, фронтально-проецирующей плоскостью $\gamma(\gamma_v)$ и профильной плоскостью $\delta(\delta_v)$.

Базовую ось (б.о.) на горизонтальной и базовую ось z на профильной проекции взять на осях симметрии горизонтальной и профильной проекции пирамиды. Обозначить буквами A , B и C вершины основания пирамиды.

2-е действие. Обозначить на фронтальной проекции точки пересечения плоскостей срезов с ребрами, гранями пирамиды и основанием:

- точка $1(1'')$ лежит на ребре $SA(S''A'')$;
- совпадающие точки $2(2'')$ лежат на ребрах $SB(S''B'')$ и $SC(S''C'')$ и определяют вырожденную в точку фронтально-проецирующую линию пересечения плоскостей среза α с гранью SBC ;

- совпадающие точки $3(3'')$ лежат на сторонах $AB(A''B'')$ и $AC(A''C'')$ основания и определяют вырожденную в точку фронтально-проецирующую линию пересечения основания с плоскостью паза γ ;

- совпадающие точки $4(4'')$ и $5(5'')$ лежат на боковых гранях $SAB(S''A''B'')$ и $SAC(S''A''C'')$ и определяют вырожденные в точки фронтально-проецирующие линии пересечения плоскостей паза γ и β и β и δ ;

- совпадающие точки $6(6'')$ лежат на сторонах основания $AB(A''B'')$ и $AC(A''C'')$ и определяют вырожденную в точку фронтально-проецирующую линию пересечения основания с профильной плоскостью паза δ .

!!! Поскольку горизонтальная проекция пирамиды имеет вертикальную симметрию, точки обозначены на одной ее верхней половине.

3-е действие. Достроить горизонтальную проекцию пирамиды со срезами, построив проекции плоскостей срезов по горизонтальным проекциям обозначенных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

1. Плоскость среза α определяет треугольник $1'-2'-2'$ – искаженная по величине видимая проекция фронтально-проецирующей плоскости α :

- точки $1(1')$ и $2(2')$ лежат соответственно на ребрах $SA(S'A')$, $SB(S'B')$ и $SC(S'C')$.

2. Плоскость паза β определяет четырехугольник $3'-4'-(3'-4')$ – натуральная величина невидимой горизонтальной плоскости β :

- точки $4(4')$ и $5(5')$ лежат на гранях пирамиды $SAB(S'A'B')$ и $SAC(S'A'C')$ и построены с помощью вспомогательной линии $m(m'',m')$, параллельной основанию.

3. Плоскость паза γ определяет четырехугольник $3'-4'-(4'-3')$ – искаженная по величине невидимая проекция фронтально-проецирующей плоскости γ :

- точки $4(4')$ построены;

- точки $3(3')$ лежат на сторонах основания $AB(A'B')$ и $AC(A'C')$.

4. Плоскость паза δ определяют совпадающие невидимые отрезки $6'-6'$ и $5'-5'$ – вырожденная в прямую невидимая проекция профильной плоскости δ (участки $6'-5'$ – видимые):

- точки $5(5')$ построены;

- точки $6(6')$ лежат на сторонах основания $A'B'$ и $A'C'$.

4-е действие. Выполнить графический анализ построенной горизонтальной проекции пирамиды со срезами для определения ее очерка и внутреннего контура:

1. Горизонтальный очерк определяют:

- участки $A'-3'$ и $6'-B'$ стороны основания AB ;
- сторона $B'C'$ основания BC ;
- участки $C'-6'$ и $3'-A'$ стороны основания CA ;
- ломаные линии $3'-4'-5'-6'$ пересечения плоскостей паза с гранями пирамиды SAB и SAC .

2. Внутренний контур определяют:

- видимый участок $A'-1'$ ребра SA ;
- видимые участки $B'-2'$ и $C'-2'$ ребер SB и SC ;
- невидимые отрезки $4'-4'$ и $5'-5'$ пересечения плоскостей паза γ и β , β и δ ;
- невидимые отрезки $3'-3'$ и $6'-6'$ пересечения плоскостей паза γ и δ с

основанием пирамиды.

5-е действие. Достроить профильную проекцию пирамиды, построив проекции плоскостей срезов по профильным проекциям обозначенных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

1. Плоскость среза α определяет треугольник $1'''-2'''-2'''$ – искаженная по величине видимая проекция плоскости среза α :

- точки $1(1''')$ и $2(2''')$ лежат на соответствующих профильных проекциях ребер SA , SB и SC .

2. Плоскость среза β определяет частично невидимый горизонтальный отрезок $5'''-4'''-4'''-5'''$, точки которой построены по координатам y_5 и y_4 и который является вырожденной проекцией профильной плоскости паза β (участки $5'''-4'''$ – видимые).

3. Плоскость среза γ определяет четырехугольник $3'''-4'''-4'''-3'''$ – искаженная по величине невидимая проекция фронтально-проецирующей плоскости γ :

- точки $4(4''')$ построены;
- точки $3(3''')$ построены по координате y_3 (отрезки $3'''-4'''$ // ребру $AS(A'''S''')$).

4. Плоскость среза δ определяет четырехугольник $6'''-5'''-5'''-6'''$ – натуральная величина частично невидимой проекции профильной плоскости паза δ (участки $3'''-4'''-5'''-6'''$ – видимые):

- точки $5(5''')$ и $4(4''')$ построены;
- точки $6(6''')$ построены по координатам y_6 .

6-е действие. Выполнить графический анализ построенной профильной проекции пирамиды со срезами для определения её очерка и внутреннего контура:

1. Профильный очерк определяют:

- справа – участок $C'''-2'''$ ребра SC ;
- слева – участок $B'''-2'''$ ребра SB ;
- снизу – сторона основания $B'''C'''$;
- сверху – отрезок $2'''-2'''$ (линия пересечения плоскости среза α с гранью пирамиды SBS).

2. Внутренний контур определяют:

- видимые отрезки $1'''-2'''$;

- видимые ломаные линии $3'''-4'''-5'''-6'''$ (на гранях пирамиды);
- невидимый отрезок $4'''-4'''$;
- видимый участок $A'''-1'''$ ребра $SA(S'''A''')$.

7-е действие. Оформить чертеж пирамиды, выполнив толстыми линиями очерки и видимые линии внутреннего контура каждой проекции (тонкими линиями оставить на чертеже полные контуры проекций пирамиды без срезов и вспомогательные линии построения).

4.5. Графическая работа № 5 (лист 5, задачи 9 и 10): поверхности; поверхности вращения – цилиндр и конус

Для решения задач 9 и 10 следует усвоить построение проекций прямого кругового цилиндра и конуса со срезами плоскостями частного положения, предварительно проработав материал начертательной геометрии по теме.

Тема 5. Поверхности вращения. Геометрические тела – цилиндр и конус:

1. Образование поверхностей вращения – прямые круговые цилиндр и конус.
2. Понятие о круговых параллелях, экваторе, горле и меридианах поверхности вращения.
3. Проекции прямого кругового цилиндра и прямого кругового конуса; характерные образующие на поверхностях цилиндра и конуса; характерные очерки цилиндра и конуса на чертеже.
4. Построение проекций точек на поверхностях цилиндра и конуса по их принадлежности образующим или круговым параллелям этих поверхностей.
5. Сечения поверхностей цилиндра и конуса плоскостями (цилиндрические и конические сечения).
6. Построение проекций цилиндра и конуса со срезами плоскостями частного положения.

Задача 9. По заданной фронтальной проекции прямого кругового цилиндра со срезами плоскостями частного положения достроить его горизонтальную и построить профильную проекции.

Задача 10. По заданной фронтальной проекции прямого кругового конуса со срезами плоскостями частного положения достроить его горизонтальную и построить профильную проекции.

Графические условия вариантов задач 9 и 10 даны в табл. 4.6.

Краткое изложение материала начертательной геометрии к задачам 9 и 10

Поверхности вращения

Поверхностью вращения называют поверхность, образованную вращением некоторой линии (образующей поверхности) вокруг неподвижной прямой, называемой осью вращения. При этом образующая, вращаясь вокруг оси вращения,

может пересекать окружность, называемую **направляющей поверхностью**. Образующей поверхности вращения может быть кривая или прямая линия. Поверхность вращения называют **линейчатой**, если ее образующей является прямая линия, и **криволинейной**, если образующая – кривая линия.

На рис. 4.67 показана поверхность вращения общего вида, образующая которой (кривая линия) вращается вокруг горизонтально-проецирующей оси i . Все точки образующей вращаются вокруг оси i по окружностям соответствующего радиуса, которые называют **параллелями поверхности**. На фронтальную и профильную проекции поверхности эти параллели проецируются в прямые линии, перпендикулярные оси вращения. На горизонтальную проекцию параллели проецируются в виде окружностей. Некоторые параллели имеют определенные общепринятые наименования:

- **горло поверхности** – параллель наименьшего (минимального) радиуса;
- **экватор** – параллель наибольшего (максимального) радиуса.

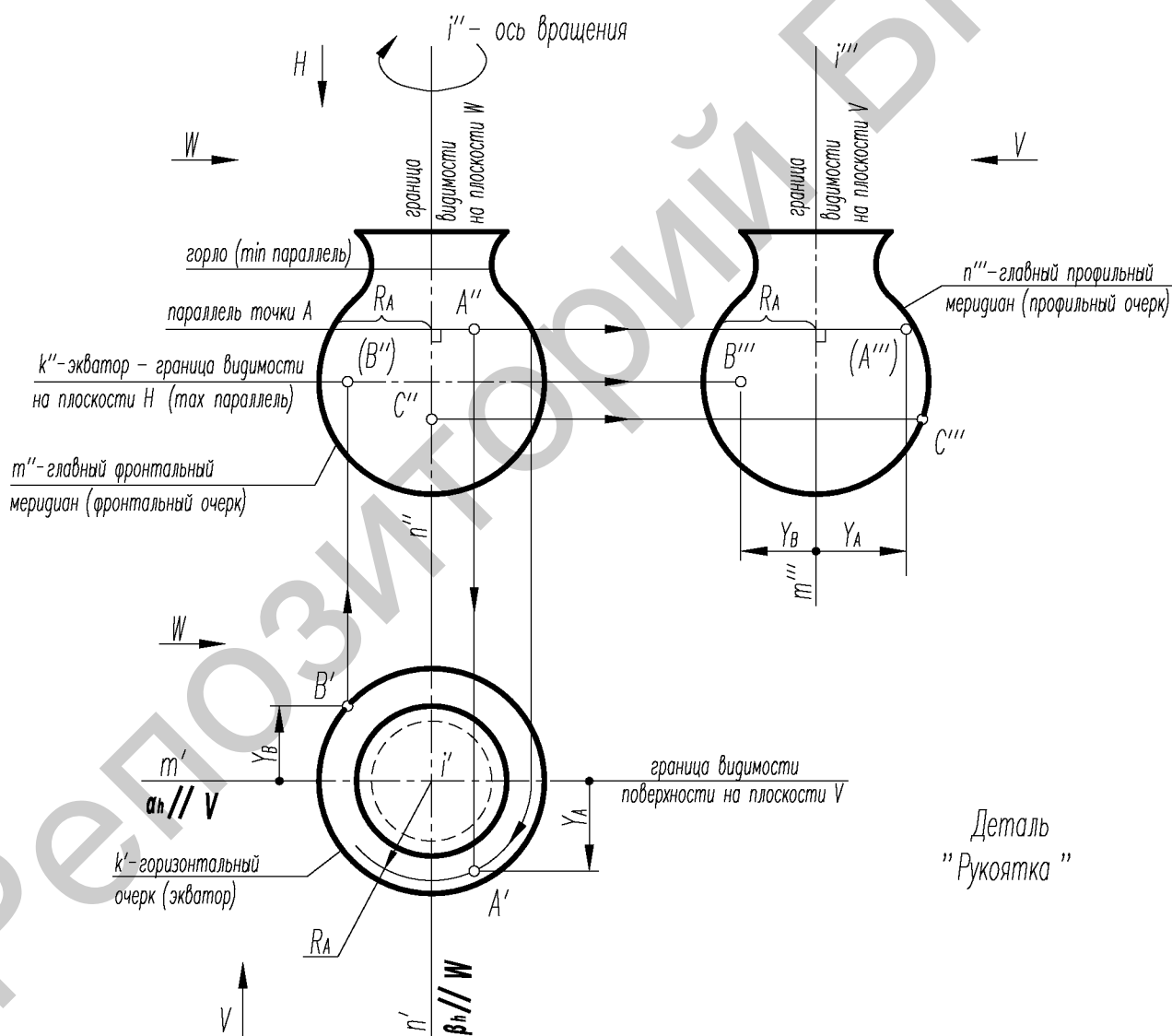
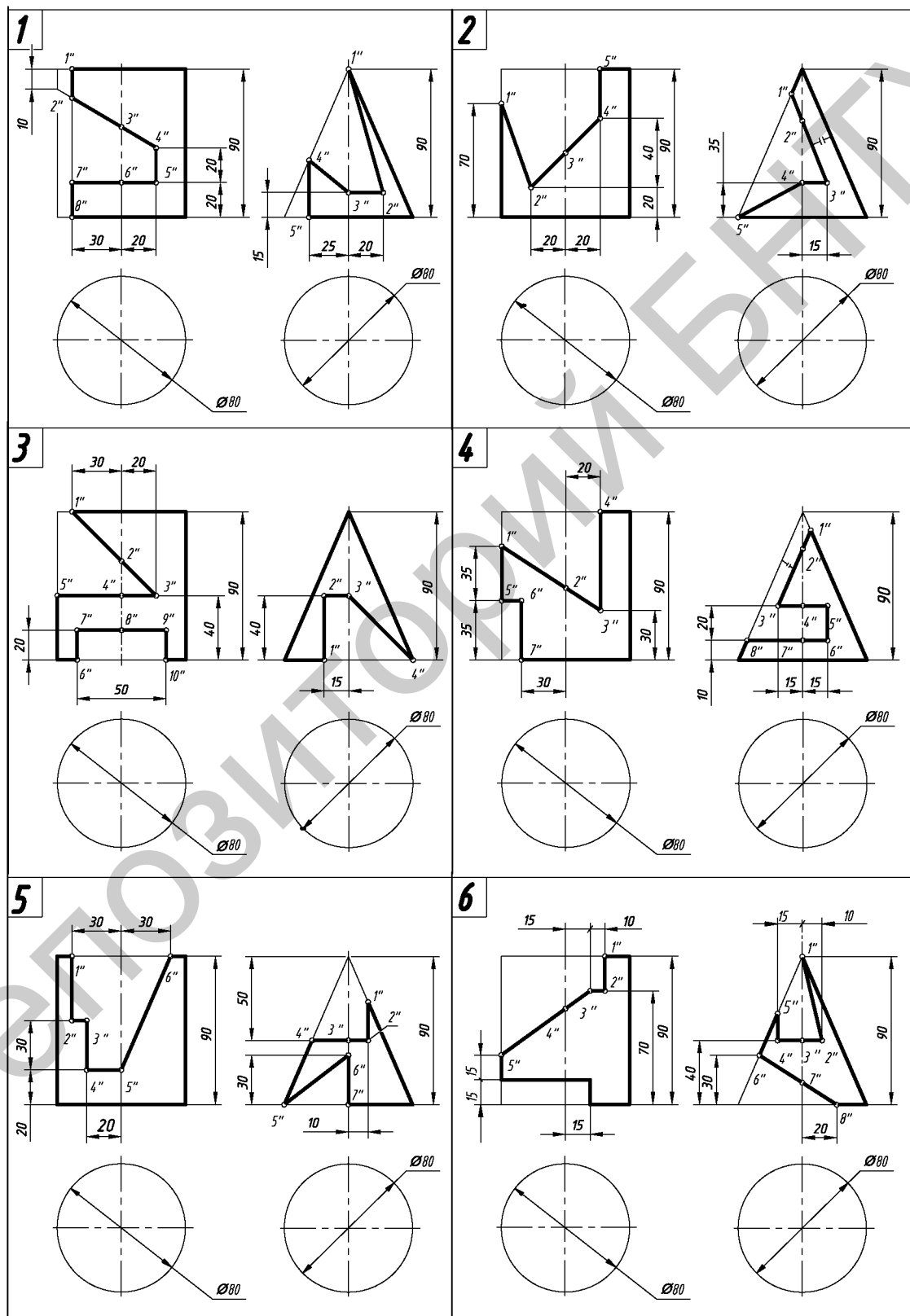


Рис. 4.67

Графическая работа № 5

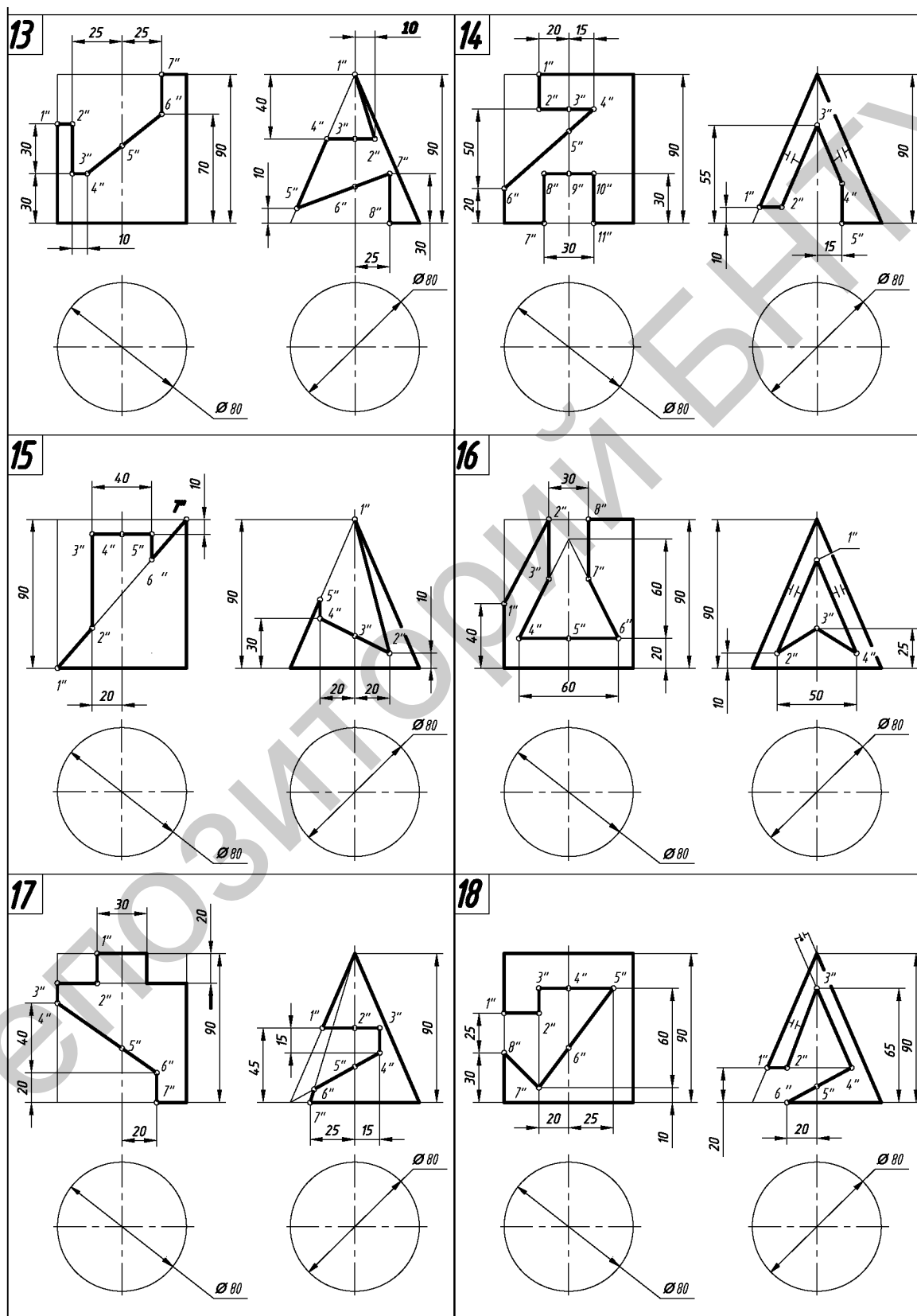
Лист 5. Задачи 9–10 (варианты 1–6).

Тема: поверхности; поверхности вращения – цилиндр и конус



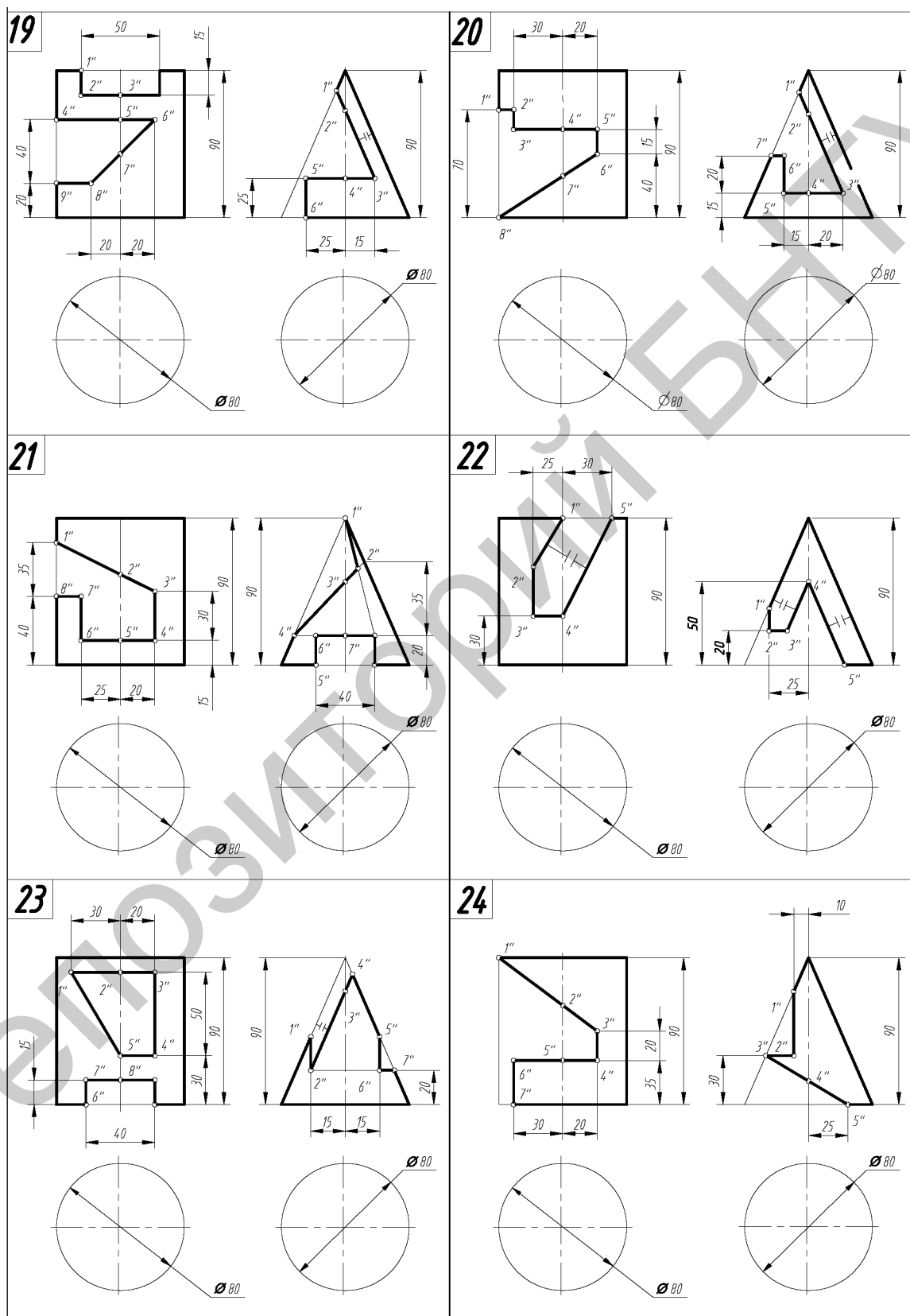
Лист 5. Задачи 9–10 (варианты 13–18)

Тема: поверхности; поверхности вращения – цилиндр и конус



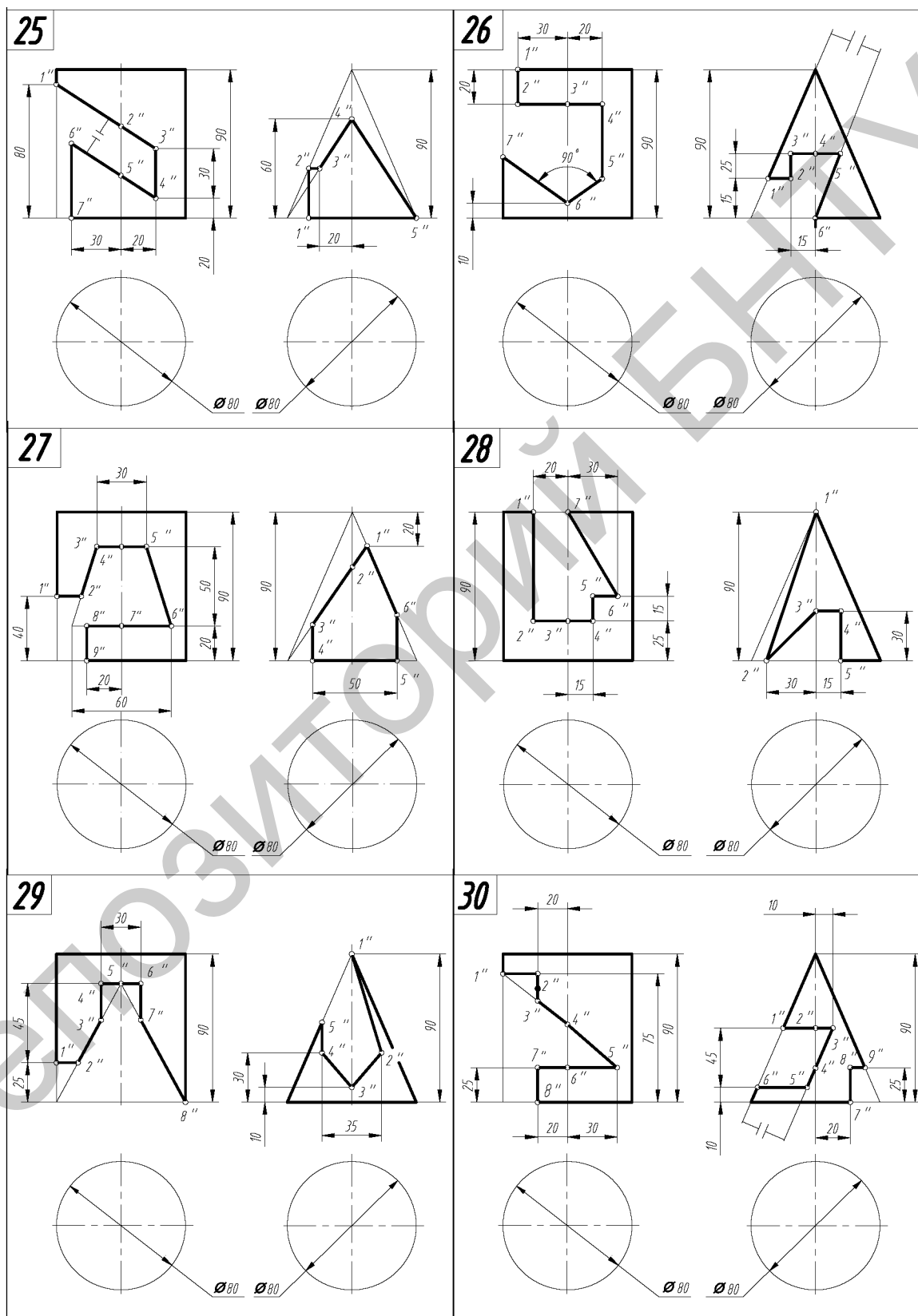
Лист 5. Задачи 9–10 (варианты 19–24).

Тема: поверхности; поверхности вращения – цилиндр и конус



Лист 5. Задачи 9–10 (варианты 25–30).

Тема: поверхности; поверхности вращения – цилиндр и конус



Проекции поверхности вращения:

- горизонтальная проекция, т.е. ее горизонтальный очерк, определяется окружностью экватора $k(k')$;
- фронтальная проекция, т.е. ее фронтальный очерк, образуется замкнутой линией главного фронтального меридиана $m(m'')$, полученного при пересечении этой поверхности фронтальной плоскостью уровня $\alpha(\alpha_H)$, проходящей через ось вращения i ;
- профильная проекция, т.е. ее профильный очерк, образуется замкнутой линией главного профильного меридиана $n(n''')$, полученного при пересечении этой поверхности профильной плоскостью уровня $\beta(\beta_H)$, проходящей через ось вращения i .

Построение проекций точек на поверхности вращения

Принадлежность точки поверхности вращения определяется ее принадлежностью параллели, по которой точка вращается вокруг оси вращения.

Проекции точек, лежащих на экваторе или на главных фронтальном и профильном меридианах поверхности, строятся по их принадлежности этим характерным линиям.

На рис. 4.67 показан пример построения невидимой фронтальной проекции характерной точки B ($B'; B''-?$), лежащей на экваторе k , по ее заданной горизонтальной проекции B (B') и построение профильной проекции характерной точки C ($C''; C'''-?$), лежащей на главном профильном меридиане n , по ее заданной фронтальной проекции.

Для построения проекций точки $A(A''; A'''-?; A'''-?)$, заданной своей фронтальной проекцией и не лежащей на характерных линиях поверхности, требуется выполнить следующий графический алгоритм:

1-е действие. Провести через заданную фронтальную проекцию точки $A(A'')$ параллель, которая имеет радиус R_A .

2-е действие. Провести на горизонтальной проекции поверхности окружность-параллель радиусом R_A .

3-е действие. Построить по вертикальной линии связи горизонтальную видимую проекцию точки $A(A')$ по ее принадлежности построенной параллели радиусом R_A .

4-е действие. Построить профильную проекцию точки $A(A''')$ на горизонтальной линии связи по координате y_A (лежит на невидимой части поверхности, проекция взята в скобки).

Видимость точек на проекциях поверхности вращения

На рис. 4.67 показаны границы видимости поверхности для каждой проекции по направлению взгляда на плоскости проекций H , V и W .

Видимость точек на проекциях поверхности определяется этими границами, т.е. видимостью части поверхности на каждой проекции: если часть поверхности является по направлению взгляда на соответствующую плоскость проекций видимой, то точка на этой проекции будет также видимой.

На рис. 4.67 видно, что горизонтальная проекция B' заданной точки B , лежащей на экваторе, расположена на невидимой части поверхности при взгляде на фронтальную плоскость проекций V . Следовательно, ее фронтальная проекция B'' лежит на экваторе, но будет невидимой (проекция взята в скобки). Профильная проекция B''' точки будет видимой, так как точка лежит на видимой для профильной проекции части поверхности (см. взгляд по стрелке на плоскость W). Поскольку заданная фронтальная проекция точки C , лежащей на фронтальной проекции $n(n'')$ главного профильного меридиана, не взята в скобки, значит, она лежит на видимой для фронтальной проекции части поверхности и профильная проекция точки $C(C''')$ должна лежать на профильной проекции главного меридиана $n(n''')$ справа от оси вращения. Горизонтальная же проекция точки C (на рисунке не построена) по направлению взгляда на горизонтальную плоскость проекций H будет невидима, так как расположена под экватором. Соответственно, профильная проекция точки $A(A''')$ будет невидимой, так как лежит на невидимой для профильной проекции части поверхности.

!!! К поверхностям вращения относятся две линейчатые поверхности с прямолинейными образующими – цилиндр и конус, а также поверхности с криволинейными образующими – сфера (образующая – окружность), эллипсоид (образующая – эллипс), одно- и двуполостные гиперболоиды (гипербола), параболоид (парабола), торовые (окружность). Все перечисленные виды поверхностей вращения, кроме торовых, являются поверхностями второго порядка (по порядку образующей или направляющей).

Торовые поверхности вращения относятся к поверхностям четвертого порядка (по произведению порядков двух окружностей – образующей и направляющей).

Цилиндрическая поверхность вращения. Прямой круговой цилиндр

Цилиндрическая поверхность вращения – это линейчатая поверхность, образованная параллельным перемещением прямолинейной образующей вокруг оси вращения, которая пересекает криволинейную направляющую окружность. Геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью вращения (боковой поверхностью) и двумя параллельными секущими плоскостями (основаниями), перпендикулярными оси вращения, называют **ц и л и н д р о м**.

Цилиндр называют **к р у г о в ы м**, поскольку направляющей является окружность, перпендикулярная оси цилиндра.

Цилиндр называют **п р я м ы м**, если ось вращения цилиндра перпендикулярна его основаниям.

Прямой круговой цилиндр по положению относительно плоскостей проекций называют **п р о е ц и р у ю щ и м**, если его боковая поверхность (или ось вращения) перпендикулярна какой-либо плоскости проекций:

– **г о р и з о н т а л ь н о - п р о е ц и р у ю щ и м**, если боковая поверхность перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций ($\perp H$);

– **ф р о н т а л ь н о - п р о е ц и р у ю щ и м**, если боковая поверхность перпендикулярна фронтальной плоскости проекций ($\perp V$),

– профильно-проецирующим, если боковая поверхность перпендикулярна профильной плоскости проекций ($\perp W$).

Построение проекций прямого кругового цилиндра

На рис. 4.68 показан пример построения проекций прямого кругового горизонтально-проецирующего цилиндра заданной высоты H с горизонтальными основаниями заданного радиуса R .

Для построения проекций цилиндра требуется выполнить графо-аналитические действия в следующем порядке.

1-е действие. По заданному условию построить горизонтальную проекцию (очерк) цилиндра, которая представляет собой окружность заданного радиуса R .

2-е действие. Выполнить графический анализ построенной горизонтальной проекции цилиндра:

1. Окружность является горизонтальной проекцией боковой поверхности, так как образующие этого цилиндра – горизонтально-проецирующие прямые.

2. Круг заданного радиуса R – совпадающие горизонтальные проекции оснований цилиндра, лежащих в горизонтальных плоскостях уровня.

3. Обозначить вырожденные в точки проекции характерных образующих цилиндра $A(A')$, $B(B')$, $C(C')$ и $D(D')$, которые будут определять очерки фронтальной и профильной проекций цилиндра.

3-е действие. Построить фронтальную проекцию (очерк) цилиндра, которая представляет собой прямоугольник, ограниченный:

– слева и справа – вертикальными отрезками – характерными очерковыми образующими $A(A'')$ и $B(B'')$;

– по заданной высоте H – горизонтальными отрезками, которые являются проекциями оснований цилиндра, лежащих в горизонтальных плоскостях уровня;

– фронтальными проекциями характерных образующих $C(C'')$ и $D(D'')$, которые совпадают с осью вращения цилиндра $i(i'')$.

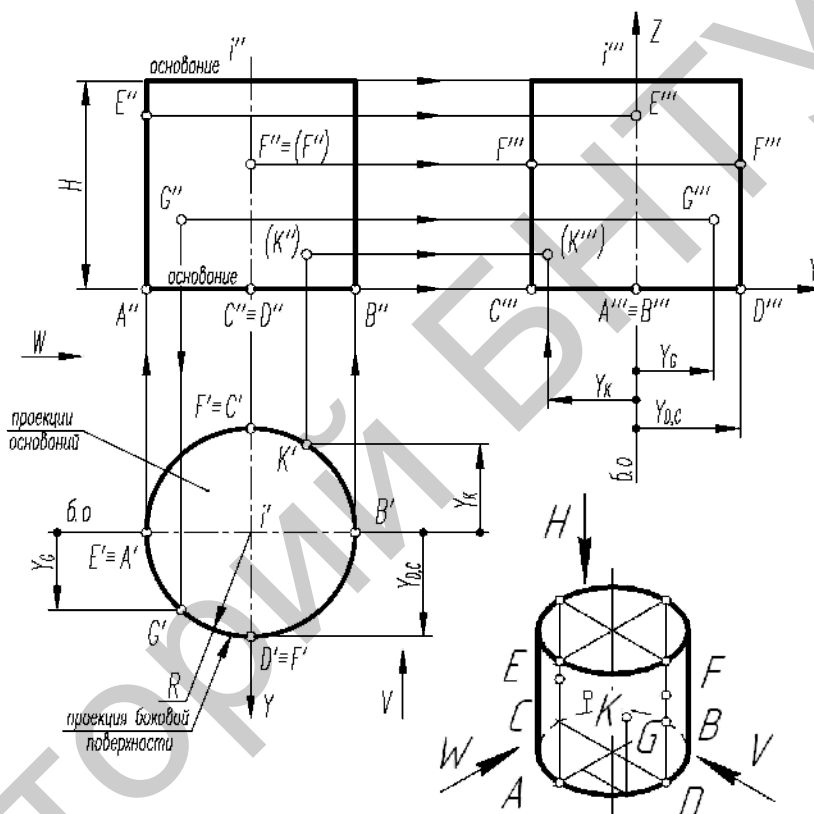


Рис. 4.68

4-е действие. Построить профильную проекцию (очерк) цилиндра:

1. Задать на окружности горизонтальной проекции цилиндра положение базовой линии (б.о.), совпадающей с горизонтальной линией оси этой окружности, т.е. проходящей через ось вращения $i(i')$.

2. Выбрать положение базовой оси z (б.о.), которая будет совпадать с вертикальной осью $i(i'')$ вращения на профильной проекции цилиндра.

3. Профильная проекция цилиндра представляет собой прямоугольник, ограниченный:

- слева и справа вертикальными отрезками – характерными очерковыми образующими $C(C'')$ и $D(D'')$, построенными по координате $y_D = y_C = R$;

- по заданной высоте H горизонтальными отрезками, которые являются проекциями оснований;

- профильными проекциями характерных образующих $A(A'')$ и $B(B'')$, которые совпадают с осью вращения цилиндра $i(i'')$.

!!! Запомните характерные признаки очерков прямого кругового цилиндра на чертеже – окружность и два прямоугольника.

Построение проекций точек, лежащих на поверхности цилиндра

Принадлежность точки поверхности цилиндра определяется ее принадлежностью образующей этого цилиндра.

На рис. 4.68 показан пример построения горизонтальных и профильных проекций точек E , F , G и K , лежащих на образующих боковой поверхности цилиндра по их заданным фронтальным проекциям.

Горизонтальные проекции E' , F' , G' и K' заданных точек лежат на окружности радиуса R , которая является проекцией боковой поверхности цилиндра.

Профильные проекции точек строятся по их принадлежности образующим цилиндра:

- точка $E(E'')$ лежит на характерной образующей $A(A'')$ – видимая;

- две точки $F(F'')$ лежат на характерных образующих $D(D'')$ и $C(C'')$;

- точка $G(G'')$ построена по координате y_G , так как лежит не на характерной образующей (видимая)!

- точка $K(K'')$ построена по координате y_K (невидимая).

Цилиндрические сечения

1. Плоскость пересекает поверхность цилиндра по образующим, если она расположена параллельно оси вращения цилиндра (см. плоскость α на рис. 4.69).

2. Плоскость пересекает поверхность цилиндра по эллипсу, если она расположена к оси вращения цилиндра под углом φ , отличным от прямого (см. на рис. 4.69 плоскость $\beta(\beta_V)$).

3. Плоскость пересекает поверхность цилиндра по окружности, если она перпендикулярна оси вращения цилиндра (окружности оснований).

*Построение проекций цилиндра со срезами плоскостями
частного положения*

На рис. 4.69 показан пример построения проекций прямого кругового горизонтально-проецирующего цилиндра со срезами профильной плоскостью α и фронтально-проецирующей плоскостью β .

Для построения проекций цилиндра со срезами следует выполнить предлагаемый графический алгоритм, определяющий порядок действий при решении всех подобных задач:

1-е действие. Построить на чертеже тонкими линиями по заданному диаметру и заданной высоте горизонтальную, фронтальную и профильную проекции прямого кругового горизонтально-проецирующего цилиндра без срезов, а затем выполнить на ее фронтальной проекции заданные по условию срезы профильной плоскостью $\alpha(\alpha_v)$ и фронтально-проецирующей плоскостью $\beta(\beta_v)$.

2-е действие. Обозначить на фронтальной проекции характерные точки пересечения плоскостей срезов с образующими и основаниями цилиндра и выполнить графический анализ сечений:

1. Профильная плоскость $\alpha(\alpha_v)$, проекцией которой является вертикальный отрезок, расположена параллельно оси цилиндра и пересекает его поверхность по прямоугольнику $1-2-2-1(1''-2''-2''-1'')$:

– точки $1(1'')$ лежат на нижнем основании цилиндра и определяют вырожденную в точку проекцию фронтально-проецирующей линии пересечения плоскости среза α с основанием цилиндра;

– точки $2(2'')$ определяют вырожденную в точку проекцию фронтально-проецирующей линии пересечения плоскостей среза α и β .

2. Фронтально-проецирующая плоскость $\beta(\beta_v)$, проекцией которой является наклонный отрезок, расположена к оси цилиндра под углом, отличным от прямого, и пересекает его поверхность по неполному эллипсу $2-3-4(2''-3''-4'')$:

– точки $3(3'')$ лежат на характерных образующих $D(D'')$ и $C(C'')$;

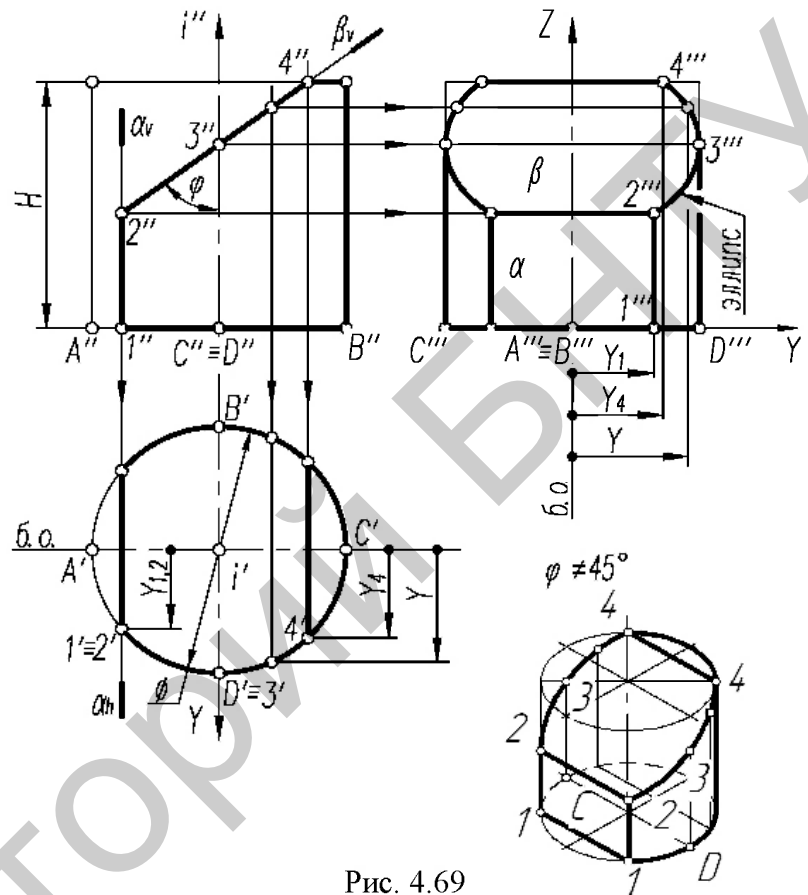


Рис. 4.69

– точки $4(4'')$ лежат на верхнем основании и определяют вырожденную в точку проекцию фронтально-проецирующей линии пересечения плоскости среза β с верхним основанием цилиндра.

3-е действие. Достроить горизонтальную проекцию цилиндра со срезами, построив проекции плоскостей срезов по горизонтальным проекциям обозначенных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

1. Плоскость среза α определяет видимый отрезок $2'-2'$ вырожденной в линию проекции профильной плоскости β , обозначенные точки которой лежат на окружности боковой поверхности цилиндра;

2. Плоскость среза β определяет искаженный по величине неполный видимый эллипс $2-3-4(2'3'4')$, обозначенные точки которого совпадают с окружностью боковой поверхности цилиндра.

!!! Поскольку горизонтальная проекция имеет вертикальную симметрию относительно базовой оси (*б.о.*), точки обозначены на одной ее половине (нижней).

4-е действие. Выполнить графический анализ построенной горизонтальной проекции для определения ее очерка и внутреннего контура:

1. Горизонтальный очерк определяет часть окружности основания и отрезок $2'-2'$.

2. Внутренний контур определяется видимым отрезком $4'-4'$.

5-е действие. Достроить профильную проекцию цилиндра со срезами, построив проекции плоскостей срезов по профильным проекциям обозначенных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

1. Плоскость среза α определяет видимая натуральная проекция прямоугольника $1'''-2'''-2'''-1'''$:

– образующие $1-2(1'''-2''')$ построены по координате $y_1=y_2$;

– отрезок $1-1(1'''-2''')$ совпадает с проекцией нижнего основания цилиндра;

– отрезок $2-2(2'''-2''')$ – профильная проекция линии пересечения плоскостей срезов α и β .

2. Плоскость среза β определяет искаженная по величине видимая проекция неполного эллипса $2'''-3'''-4'''$, ограниченная видимыми линиями пересечения плоскостей среза $2'''-2'''$ (построена) и линией $4'''-4'''$ пересечения плоскости среза β с верхним основанием цилиндра:

– точки $2(2''')$ построены;

– точки $3(3''')$ лежат на характерных образующих $C(C''')$ и $D(D''')$;

– точки $4(4''')$ построены по координате y_4 ;

– необозначенные промежуточные точки построены по координате y .

6-е действие. Выполнить графический анализ построенной профильной проекции цилиндра для определения её очерка и внутреннего контура.

1. Профильный очерк определяют:

– слева и справа – участки $C'''-3'''$ и $D'''-3'''$ очерковых образующих C и D и участки $3'''-4'''$ эллипса;

– снизу – проекция нижнего основания цилиндра;

– сверху – отрезок $4'''-4'''$ – профильная проекция линии пересечения верхнего основания с плоскостью среза β .

2. Внутренний контур определяют:

- видимые участки эллипса $2'''-3'''$;
- отрезок $2'''-2''$ – видимая линия пересечения плоскостей среза α и β ;
- видимые участки $1'''-2'''$ образующих, по которым плоскость среза α пересекает поверхность цилиндра.

7-е действие. Оформить чертеж цилиндра, выполнив сплошными толстыми линиями очерки и видимые линии внутреннего контура всех проекций цилиндра (оставить сплошными тонкими линиями полные очерки проекций и линии построения).

На рис. 4.70 показан частный случай сечения цилиндра фронтально-проецирующей плоскостью $\delta(\delta_v)$, расположенной к его оси под углом $\varphi = 45^\circ$. В этом случае на профильную проекцию цилиндра эллипс, полученный в сечении, проецируется в виде окружности!

Коническая поверхность вращения.

Прямой круговой конус

Коническая поверхность вращения – это линейчатая поверхность, образованная вращением прямолинейной образующей, которая пересекает криволинейную направляющую (окружность) и проходит через неподвижную точку оси вращения, называемую вершиной.

Конусом называют геометрическое тело, ограниченное конической поверхностью и плоскостью основания, пересекающего все его образующие.

Конус называют **прямым**, если ось вращения перпендикулярна его основанию. Конус называют **круговым**, так как направляющей является окружность. Конус с двумя параллельными основаниями, т.е. конус со срезанной вершиной, называют **усеченным**.

Построение проекций прямого кругового конуса

На рис. 4.71 показан пример построения проекций прямого кругового конуса с горизонтально-проецирующей осью вращения i , заданной высотой H и основанием радиусом R .

Для построения проекций конуса требуется выполнить графо-аналитические действия в следующем порядке:

1-е действие. По заданному условию построить горизонтальную проекцию очерка прямого кругового конуса, которая представляет собой окружность заданного радиуса R с вершиной $S(S')$, совпадающей с осью вращения $i(i')$.

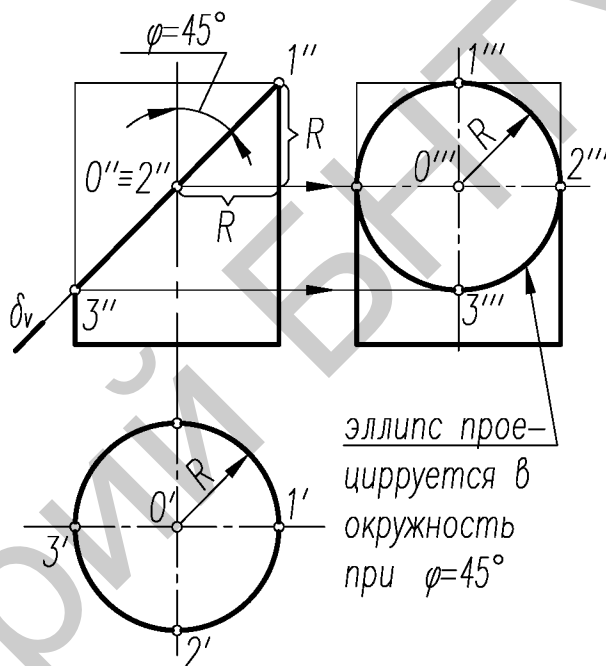


Рис. 4.70

2-е действие. Выполнить графический анализ построенной горизонтальной проекции конуса:

1. Круг радиуса R является невидимой проекцией основания конуса.

2. Круг радиуса R с вершиной конуса $S(S')$ является видимой проекцией боковой поверхности конуса.

3. Обозначить на горизонтальной проекции характерные образующие конуса $SA(S'A')$, $SB(S'B')$, $SC(S'C')$ и $SD(S'D')$, которые будут определять очерки фронтальной и профильной проекций конуса.

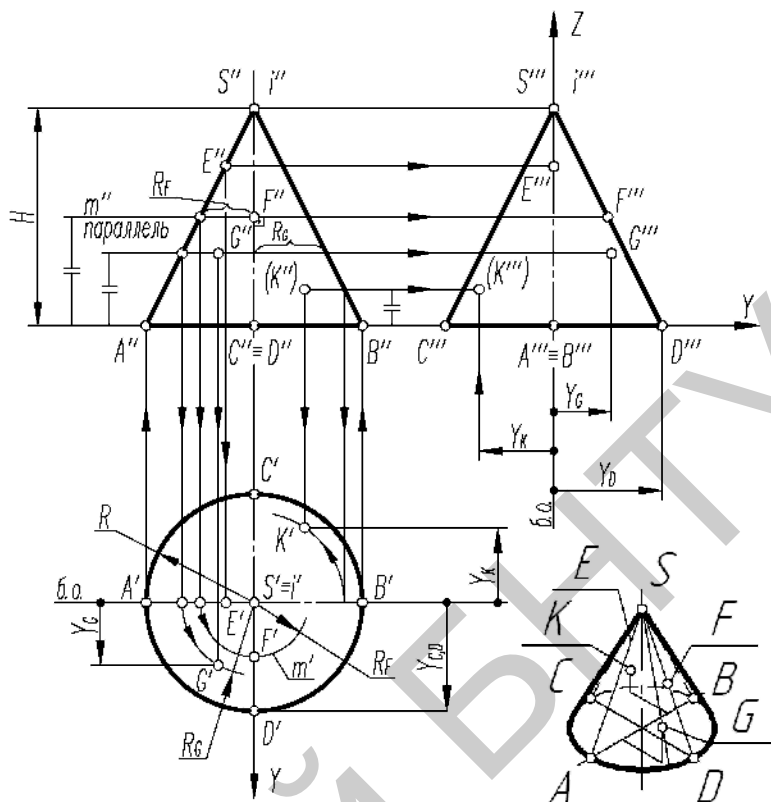


Рис. 4.71

3-е действие. Построить фронтальную проекцию (очерк) конуса, которая представляет собой треугольник $SAB(S''A''B'')$ заданной высоты H , ограниченный:

- слева и справа – проекциями боковых очерковых образующих $S''A''$ и $S''B''$;
- горизонтальным отрезком $AB(A''B'')$, который является проекцией основания конуса;
- фронтальными проекциями характерных образующих $SC(S''C'')$ и $SD(S''D'')$, которые совпадают с осью конуса $i(i'')$.

4-е действие. Построить профильную проекцию (очерк) конуса:

1. Задать на окружности горизонтальной проекции конуса положение базовой линии (б.о.), совпадающей с горизонтальной линией оси этой окружности.

2. Выбрать положение базовой оси Z (б.о.), которая будет совпадать с вертикальной осью $i(i''')$ вращения на профильной проекции конуса.

3. Профильная проекция конуса представляет собой треугольник $SCD(S'''C'''D''')$, ограниченный:

- слева и справа – очерковыми образующими $S'''C'''$ и $S'''D'''$, построенными по координате $y_C = y_D = R$;
- вершиной S''' , лежащей на базовой оси Z ;
- горизонтальным отрезком – проекцией основания;
- профильными проекциями характерных образующих $SA(S'''A''')$ и $SB(S'''B''')$, которые совпадают с осью вращения конуса $i(i''')$.

!!! Запомните характерные признаки очерков прямого кругового конуса на чертеже – окружность основания и два треугольника.

!!! Характерные признаки очерков прямого кругового усеченного конуса – окружность основания и две равнобокие трапеции.

Принадлежность точки поверхности конуса определяется ее принадлежностью образующей поверхности и принадлежностью круговым параллелям (окружностям), по которой точка вращается вокруг оси конуса. Следовательно, проекции точки можно строить либо по принадлежности образующей, либо по принадлежности круговой параллели.

На рис. 4.71 показан пример построения горизонтальных и профильных проекций точек E, F, G и K , заданных фронтальными проекциями E'', F'', G'' и K'' по их принадлежности круговым параллелям.

1. Построение горизонтальных проекций заданных точек:

- горизонтальная проекция E' характерной точки E , лежащей на характерной образующей конуса SA , определяется на горизонтальной проекции $S'A'$ этой образующей;

- горизонтальные проекции точек F, G и K построены на вспомогательных круговых параллелях, проведенных через заданные фронтальные проекции точек.

Рассмотрим графический алгоритм для построения горизонтальных проекций точек, лежащих на боковой поверхности конуса (на примере заданной точки $F (F'')$, по их принадлежности круговым параллелям:

Графический алгоритм I:

1-е действие. Провести фронтальную проекцию вспомогательной круговой параллели $m(m'')$ через заданную фронтальную проекцию точки $F(F'')$: проекция параллели – это прямая, перпендикулярная оси конуса и параллельная его основанию.

2-е действие. Провести окружность горизонтальной проекции параллели $m(m')$ полученным радиусом R_F .

3-е действие. Построить по вертикальной линии связи горизонтальную проекцию точки $F(F')$ на горизонтальной проекции параллели $m(m')$.

Повторить действия графического алгоритма I и построить аналогично горизонтальные проекции G' и K' точек G и K .

2. Построение профильных проекций заданных точек. Точки $E(E''')$ и $F(F''')$ построены по принадлежности характерным образующим:

- точка $E(E''')$ лежит на видимой характерной образующей $SA(S'''A''')$, совпадающей с осью конуса;

- точка $F(F''')$ лежит на характерной образующей $SD(S'''D''')$.

Точки $G(G''')$ и $K(K''')$ построены по координатам y :

- точка $G(G''')$ – по координате y_G (видимая);

- точка $K(K''')$ – по координате y_K (невидимая).

На рис. 4.72 показан пример построения горизонтальной и профильной проекции точки $P(P'-?, P'''-?)$ по ее принадлежности образующей $a(a'', a''')$.

3. Построение горизонтальной проекции точки $P(P')$ по принадлежности образующей выполняется по графическому алгоритму II:

1-е действие. Провести через вершину конуса $S(S'')$ и заданную невидимую фронтальную проекцию точки $P(P'')$ вспомогательную образующую $a(a'')$.

2-е действие. Построить горизонтальную проекцию образующей $a(a')$, проходящей через вершину конуса $S(S')$ и вспомогательную точку $1(1')$, лежащую на основании конуса.

3-е действие. Построить по вертикальной линии связи горизонтальную проекцию точки $P(P')$ по ее принадлежности образующей $a(a')$.

4. Построение профильной проекции невидимой точки $P(P''')$ выполняется по принадлежности образующей $a(a''')$, построенной по координате y_a .

На рис. 4.72 показано построение фронтальной и профильной проекции точки $T(T', T''-?, T'''-?)$ по ее заданной горизонтальной проекции. Построение выполнено по приведенным алгоритмам I и II, но в обратном порядке:

1-е действие. Провести на горизонтальной проекции конуса радиусом R_T окружность вспомогательной параллели $n(n')$ или вспомогательную образующую $b(b')$, на которых лежит горизонтальная проекция точки $T(T')$.

2-е действие. Построить фронтальные проекции вспомогательной параллели $n(n'')$ или вспомогательной образующей $b(b'')$:

- параллель $n(n'')$ провести через вспомогательную точку $2(2'')$ на образующей $SA(S''A'')$ параллельно основанию конуса;
- образующую $b(b'')$ провести через вспомогательную точку $3(3'')$ на основании конуса и вершину конуса $S(S'')$.

3-е действие. Построить по вертикальной линии связи фронтальную проекцию точки $T(T'')$ по ее принадлежности либо параллели $n(n'')$, либо образующей $b(b'')$.

Конические сечения

Рассмотрим пять возможных случаев расположения секущей плоскости относительно оси конуса и его образующих, определяющих форму линии ее пересечения с поверхностью конуса (математические доказательства не приводятся):

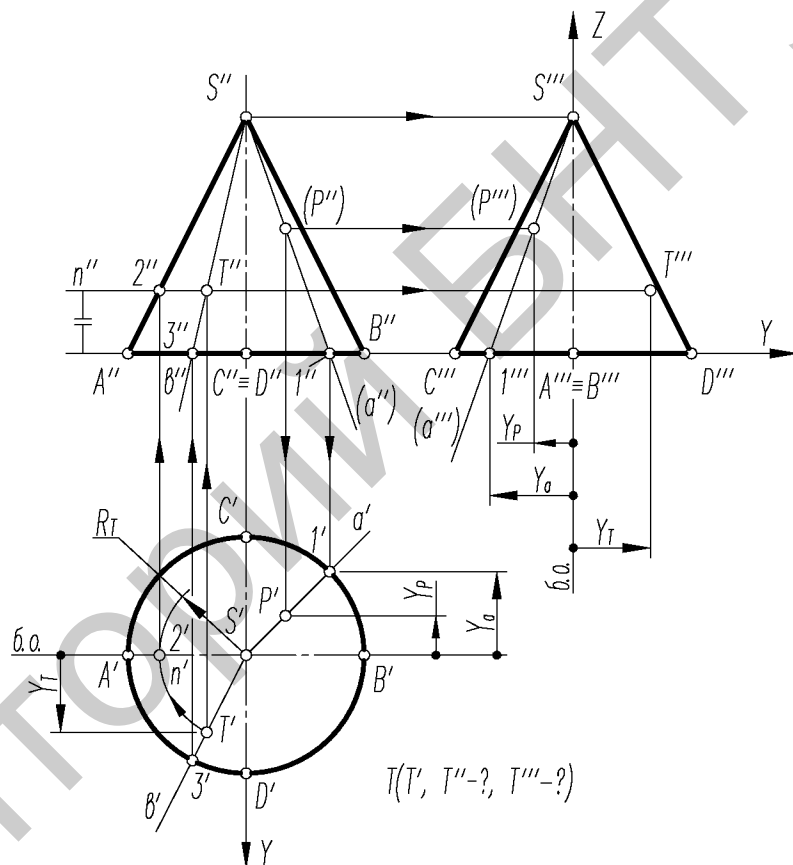


Рис. 4.72

1-й случай. Если секущая плоскость проходит через вершину конуса, то эта плоскость пересекает коническую поверхность по двум образующим $S3$ (фронтально-проецирующая плоскость $\alpha(\alpha_v)$, рис. 4.73).

2-й случай. Если секущая плоскость расположена перпендикулярно оси конуса, то эта плоскость пересекает коническую поверхность по окружности (горизонтальная плоскость $\beta(\beta_v)$, рис. 4.73).

3-й случай. Если секущая плоскость расположена параллельно одной образующей конуса, то эта плоскость пересекает коническую поверхность по параболе (фронтально-проецирующая плоскость $\gamma(\gamma_v)$ параллельна одной образующей SA , рис. 4.74).

4-й случай. Если секущая плоскость расположена параллельно двум образующим конуса, то эта плоскость пересекает коническую поверхность по гиперболе (фронтальная плоскость $\delta(\delta_v)$ параллельна двум образующим – SA и SB , рис. 4.75).

5-й случай. Если плоскость пересекает все образующие конуса под углом, отличным от прямого (или, иначе, не параллельна ни одной образующей конуса), то эта плоскость пересекает коническую поверхность по эллипсу (фронтально-

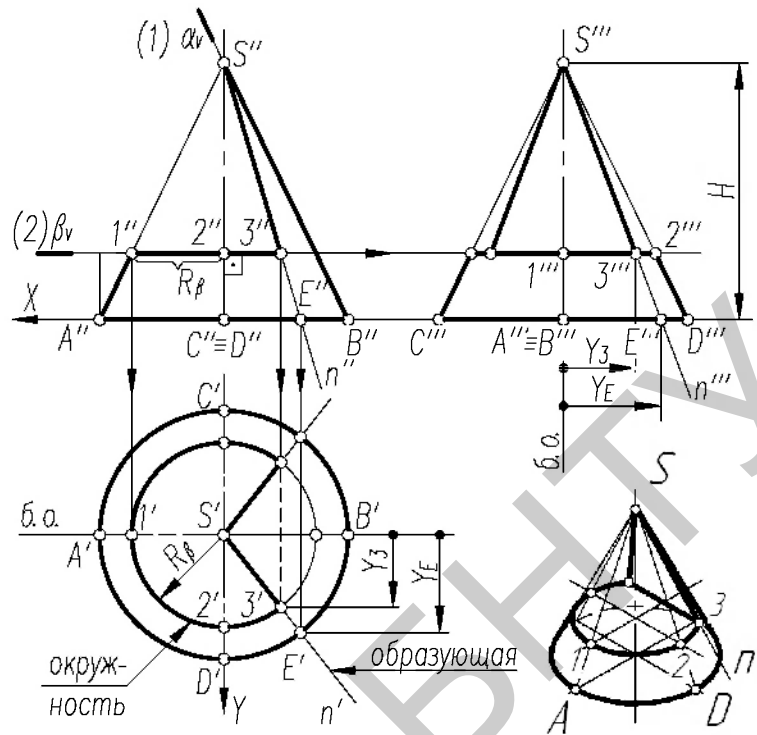


Рис. 4.73

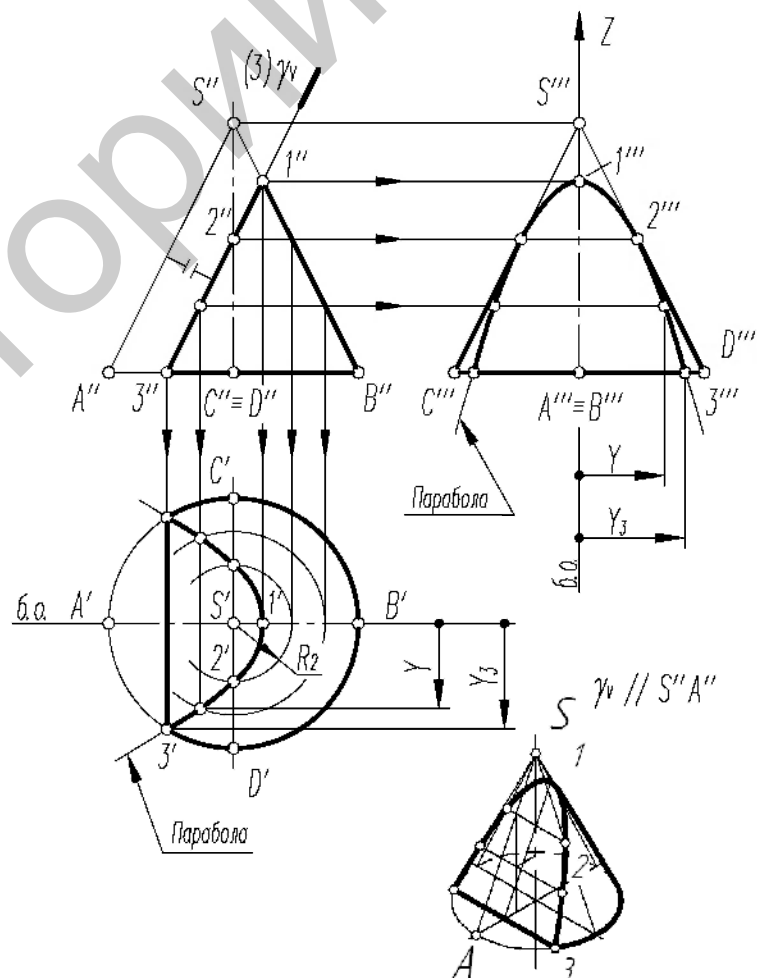


Рис. 4.74

проецирующая плоскость $\varepsilon(\varepsilon_V)$, рис. 4.76).

Рассмотрим построение на проекциях конуса линий пересечения для всех пяти случаев сечений.

1-й и 2-й случаи. На рис. 4.73 показано построение проекций прямого кругового конуса с вырезом, образованным сечениями конической поверхности фронтально-проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_V)$, проходящей через вершину конуса (*1-й случай*), и горизонтальной плоскостью $\beta(\beta_V)$, расположенной перпендикулярно оси конуса (*2-й случай*).

Плоскость α пересекает поверхность конуса по образующим SE , горизонтальные и профильные проекции которых строятся с помощью вспомогательной точки E , лежащей на основании конуса.

Плоскость β пересекает поверхность конуса по окружности радиуса R_β , ограниченной линией 3-3 пересечения плоскостей выреза.

Построение горизонтальной и профильной проекций конуса с вырезом и оформление очерков этих проекций видно из чертежа.

3-й случай. На рис. 4.74 показано построение проекций конуса со срезом фронтально-проецирующей плоскостью $\gamma(\gamma_V)$, расположенной параллельно одной образующей конуса SA .

Плоскость γ пересекает поверхность конуса по парболе, горизонтальная и профильная проекции которой строятся по отмеченным характерным точкам 1, 2 и 3 и промежуточной точке (не обозначена).

Построение проекций этих точек выполнено по их принадлежности:

- точка 1(1', 1'') лежит на проекциях характерной образующей $SB(S'B', S''B'')$;
- точки 2(2', 2'') лежат на проекциях характерных образующих SD и SC , горизонтальные проекции которых построены с помощью параллели радиусом R_2 (алгоритм I);

- точки 3(3', 3'') лежат на окружности основания конуса: горизонтальные проекции этих точек определяются по линии связи на горизонтальной проекции окружности основания, а их профильные проекции построены по координате y_3 ;

- проекции промежуточной точки построены по ее принадлежности соответствующей параллели (профильные проекции – по координате y).

Оформление очерков проекций видно из чертежа.

4-й случай. На рис. 4.75 показано построение проекций конуса со срезом фронтальной плоскостью $\delta(\delta_H)$, расположенной параллельно двум образующим конуса SA и SB .

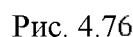
Плоскость δ пересекает поверхность конуса по гиперболе, фронтальная проекция которой строится по отмеченным точкам 1, 2 и 3 по их принадлежности параллелям (обратный алгоритм I), а профильная проекция гиперболы проецируется в вертикальную линию и совпадает с вырожденной проекцией плоскости среза $\delta(\delta_W)$.

Оформление очерков проекций видно из чертежа.

5-й случай. На рис. 4.76 показано построение проекций конуса со срезом фронтально-проецирующей плоскостью $\varepsilon(\varepsilon_V)$, пересекающей все образующие конуса под углом φ к оси, отличным от прямого.

Оформление очерков проекций видно из чертежа.

120



порядка (параболы, гиперболы и эллипса), которые выполняют на чертеже по построенным характерным и промежуточным точкам с помощью л е к а л а .

Построение проекций прямого конуса со срезами плоскостями частного положения

На рис. 4.77 показан пример построения проекций прямого кругового конуса со срезами фронтально-проецирующей плоскостью α и профильной плоскостью β .

Для построения проекций конуса со срезами следует выполнить графический алгоритм, определяющий порядок действий при решении всех подобных задач.

1-е действие. Построить на чертеже тонкими линиями по заданному радиусу основания R и высоте H фронтальную, горизонтальную и профильную проекции конуса без срезов, а затем выполнить на его фронтальной проекции заданные срезы фронтально-проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_v)$ и профильной плоскостью $\beta(\beta_v)$.

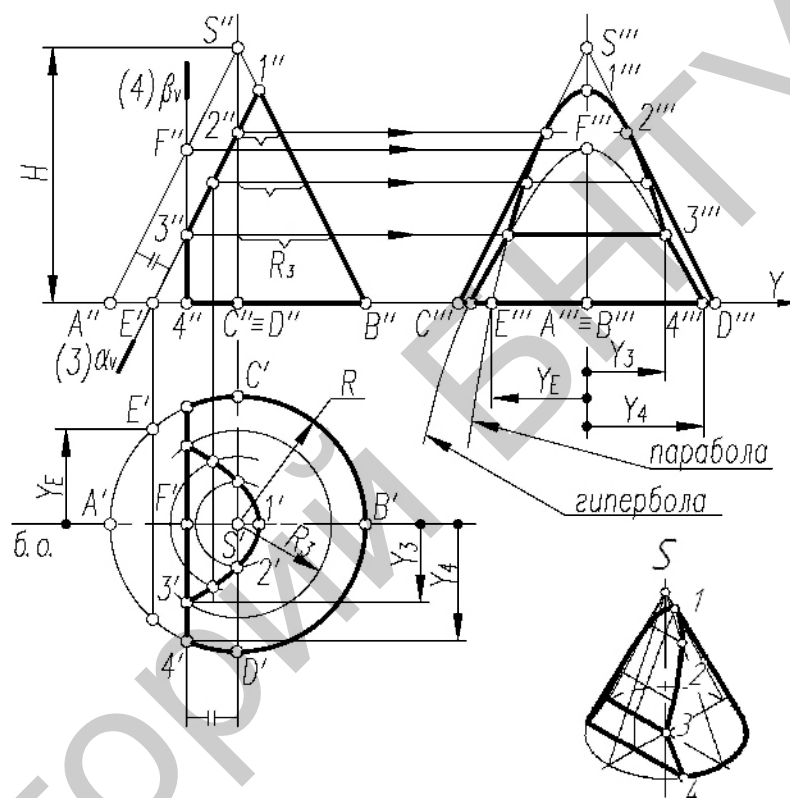


Рис. 4.77

2-е действие. Обозначить на фронтальной проекции характерные точки пересечения плоскостей срезов с образующими и основанием конуса и выполнить графический анализ сечений:

1. Фронтально-проецирующая плоскость $\alpha(\alpha_v)$ параллельна одной образующей конуса $SA(S''A'')$ и пересекает его поверхность по участку параболы $1-2-3(1''-2''-3'')$, которая проецируется в отрезок и ограничена вырожденной в точку фронтально-проецирующей линией пересечения $3-3(3''-3'')$ плоскостей срезов α и β .

2. Профильная плоскость $\beta(\beta_v)$ параллельна двум образующим конуса $SC(S''C'')$ и $SD(S''D'')$ и пересекает его поверхность по участку гиперболы $3-4(3''-4'')$, которая проецируется в отрезок и ограничена вырожденными в точки фронтально-проецирующими линиями пересечения плоскостей срезов α и $\beta(3-3)$ и плоскости β с основанием конуса $(4-4)$.

3-е действие. Достроить горизонтальную проекцию конуса со срезами, построив проекции плоскостей срезов по горизонтальным проекциям обозначенных точек и определить видимость плоскостей срезов:

1. Плоскость среза α определяет видимая горизонтальная проекция участка параболы $1-2-3(1'-2'-3')$, построенной по горизонтальным проекциям обозначенных точек:

- точка $1(1')$ лежит на образующей $SB(S'B')$;
- точки $2(2')$ и $3(3')$ построены по принадлежности соответствующим параллелям (алгоритм I).

2. Плоскость среза β определяет вертикальный видимый отрезок $4'-4'$ вырожденной в линию проекции профильной плоскости, точки $4(4')$ которой лежат на очерковой окружности основания конуса.

!!! Поскольку горизонтальная проекция имеет вертикальную симметрию, точки обозначены на одной ее половине (нижней).

4-е действие. Выполнить графический анализ построенной горизонтальной проекции конуса для определения ее очерка и внутреннего контура:

1. Горизонтальный очерк определяют участок окружности и отрезок $4'-4'$.
2. Внутренний контур определяет видимый участок параболы $3'-2'-1'$.

5-е действие. Достроить профильную проекцию конуса со срезами, построив проекции плоскостей срезов по профильным проекциям обозначенных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

1. Плоскость среза α определяет видимый участок параболы $1-2-3(1'''-2'''-3''')$, построенный по профильным проекциям обозначенных точек:

- точка $1(1''')$ лежит на характерной образующей $SB(S'''B''')$;
- точки $2(2''')$ лежат соответственно на характерных образующих $SC(S'''C''')$ и $SD(S'''D''')$;
- точки $3(3''')$ построены по координате y_3 .

2. Плоскость среза β определяют видимые участки гиперболы $3-4(3'''-4''')$, ограниченные видимым отрезком $3'''-3'''$ (построен) и видимым отрезком $4-4(4'''-4''')$, точки которого построены по координате y_4 .

6-е действие. Выполнить графический анализ построенной профильной проекции конуса для определения ее очерка и внутреннего контура.

1. Профильный очерк определяют:

- слева – участок $C'''-2'''$ образующей SC ;
- справа – участок $D'''-2'''$ образующей SD ;
- сверху – участок параболы $1'''-3'''$;
- снизу – проекция основания конуса.

2. Внутренний контур определяют:

- видимые участки параболы $2'''-3'''$;
- видимый отрезок $3'''-3'''$ пересечения плоскостей срезов α и β ;
- видимые участки гиперболы $3'''-4'''$.

7-е действие. Оформить чертеж конуса, выполнив толстыми сплошными линиями очерки и видимый внутренний контур каждой его проекции (оставить сплошными тонкими линиями полные очерки проекций и линии построения).

Образец выполнения листа 5 с задачами 9 и 10 приведен на рис. 4.78, а, б.

Задача 9. Построить проекции прямого кругового цилиндра со срезами плоскостями частного положения.

Задача 10. Построить проекции прямого кругового конуса со срезами плоскостями частного положения.

Графические условия задач по вариантам даны в табл. 4.6.

Задачи выполнить на одном листе формата А3 чертежной бумаги.

На рис. 4.78, а приведен пример построения проекций прямого кругового цилиндра со срезами плоскостями частного положения.

План графических действий для решения задачи 9 соответствует предложенному графическому алгоритму (см. описание к рис. 4.69):

1-е действие. На левой половине поля чертежа тонкими сплошными линиями построить по заданному диаметру и высоте горизонтальную, фронтальную и профильную проекции прямого кругового цилиндра без срезов, а затем выполнить на его фронтальной проекции заданные по условию срезы плоскостями частного положения.

2-е действие. Обозначить на фронтальной проекции характерные точки и выполнить графический анализ сечений:

1. Профильная плоскость $\alpha(\alpha_V)$ пересекает поверхность цилиндра по прямоугольнику 1-2-2-1.

2. Фронтально-проецирующая плоскость $\beta(\beta_V)$ пересекает поверхность цилиндра по участкам эллипса 2-3-4.

3. Профильная плоскость $\gamma(\gamma_V)$ пересекает поверхность цилиндра по прямоугольнику 4-5-5-4.

4. Горизонтальная плоскость $\delta(\delta_V)$ пересекает поверхность цилиндра по участку окружности 6-7-8.

5. Профильная плоскость $\varepsilon(\varepsilon_V)$ пересекает поверхность цилиндра по прямоугольнику 8-9-9-8.

3-е действие. Достроить горизонтальную проекцию цилиндра, построив проекции плоскостей срезов по горизонтальным проекциям отмеченных точек, и определить видимости плоскостей срезов:

1. Плоскости срезов α и γ определяют видимые отрезки 1'-1' и 5'-5' – вырожденные в прямые проекции профильных плоскостей α и γ .

2. Плоскость среза ε определяет невидимый отрезок 8'-8', совпадающий с видимым отрезком 5'-5'.

3. Плоскость среза β определяют участки 2-3-4(4'-3'-2') эллипса, совпадающие с окружностью вырожденной боковой поверхности цилиндра;

4. Плоскость среза β определяет участок окружности 6'-7'-8', совпадающий с окружностью вырожденной боковой поверхности.

4-е действие. Выполнить графический анализ построенной горизонтальной проекции для определения ее очерка и внутреннего контура:

1. Горизонтальный очерк определяет окружность горизонтальной проекции.

2. Внутренний контур определяют видимые отрезки проекций плоскостей срезов α и γ .

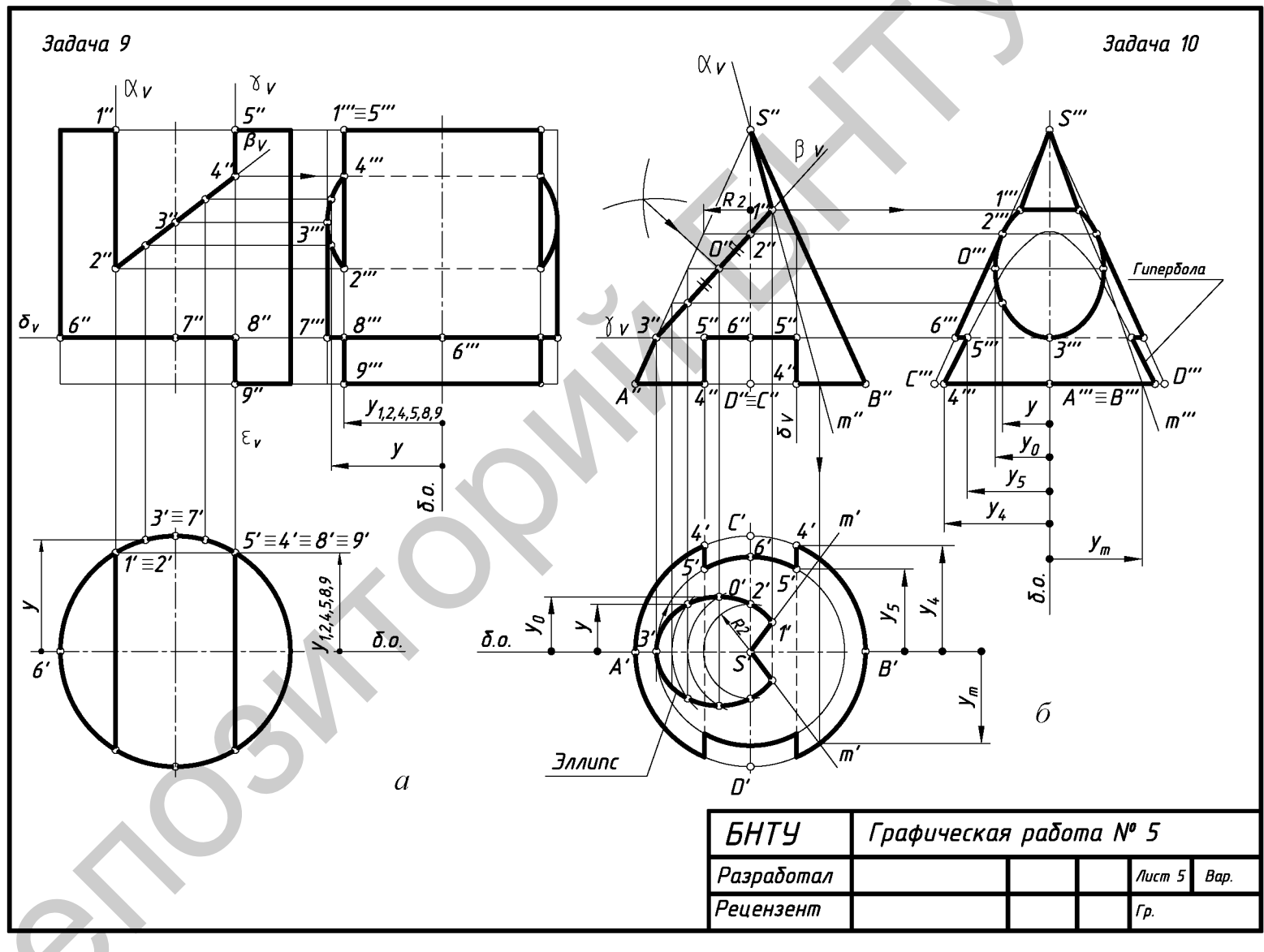


Рис. 4.78

!!! Поскольку горизонтальная проекция цилиндра имеет вертикальную симметрию относительно базовой оси, точки отмечены на одной ее половине (верхней).

5-е действие. Достроить профильную проекцию цилиндра, построив проекции плоскостей срезов по профильным проекциям отмеченных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

1. Плоскости срезов α , γ и ε определяют профильные проекции прямоугольников $1'''-2'''-2'''-1'''$, $4'''-5'''-5'''-4'''$ и $8'''-9'''-9'''-8'''$:

– видимые образующие $1'''-2'''$, $(4'''-5''')$ и $8'''-9'''$ построены по равной для всех точек координате y_1 .

2. Плоскость среза β определяют видимые участки $2-3-4(2'''-3'''-4''')$ эллипса:

– точки $2(2''')$ и $4(4''')$ построены;

– точки $3(3''')$ лежат на очерковых образующих;

– промежуточные точки построены по координате y .

3. Плоскость среза δ определяет видимый горизонтальный отрезок $6'''-7'''-8'''$:

– точка $6(6''')$ лежит на образующей, совпадающей с осью;

– точки $7(7''')$ лежат на очерковых образующих;

– точки $8(8''')$ построены.

6-е действие. Выполнить графический анализ построенной профильной проекции для определения ее очерка и внутреннего контура.

1. Профильный очерк определяют:

– горизонтальный отрезок $1'''-1'''(5'''-5''')$ верхнего основания цилиндра;

– отрезок $9'''-9'''$ нижнего основания;

– участки $3'''-7'''$ очерковых образующих цилиндра;

– участки образующих $8'''-9'''$;

– горизонтальные участки $7'''-8'''$ (проекция плоскости среза δ);

– участки $3'''-4'''$ эллипса.

2. Внутренний контур определяют:

– невидимые горизонтальные отрезки $2'''-2'''$ и $4'''-4'''$ пересечения плоскостей срезов α и β , β и γ ;

– видимый горизонтальный отрезок $8'''-8'''$ – проекция плоскости среза δ .

7-е действие. Оформить чертеж цилиндра, выполнив толстыми сплошными линиями очерки и видимые линии её внутреннего контура каждой проекции (оставить тонкими линиями полные очерки проекций и линии построения).

На рис. 4.78, б показан пример построения проекций прямого кругового конуса со срезами плоскостями частного положения.

План графических действий для решения задачи 10 соответствует предложенному графическому алгоритму (см. описание к рис. 4.77).

1-е действие. Построить на правой половине чертежа тонкими сплошными линиями по заданному диаметру основания и высоте горизонтальную, фронтальную и профильную проекции прямого кругового конуса без срезов, а затем выполнить на его фронтальной проекции заданные по условию срезы и сквозной паз плоскостями частного положения.

2-е действие. Обозначить на фронтальной проекции характерные точки и выполнить графический анализ сечений.

1. Фронтально-проецирующая плоскость $\alpha(\alpha_V)$ проходит через вершину конуса и пересекает его поверхность по треугольнику $S-1-1$ (по образующим m , случай 1).

2. Фронтально-проецирующая плоскость $\beta(\beta_V)$ пересекает все образующие конуса под углом, отличным от прямого, и образует на его поверхности неполный эллипс $1-2-O-3$ (случай 5).

3. Горизонтальная плоскость паза $\gamma(\gamma_V)$ расположена к оси конуса под прямым углом и пересекает его поверхность по участкам окружности $5-6-5$ (случай 2).

4. Две симметричные боковые профильные плоскости паза $\delta(\delta_V)$ расположены параллельно двум образующим конуса SC и SD и пересекают его поверхность по участкам гипербол $4-5$ (случай 4);

Горизонтальная плоскость $\gamma(\gamma_V)$ и две профильные плоскости $\delta(\delta_V)$ образуют в конусе сквозной прямоугольный паз.

3-е действие. Достроить горизонтальную проекцию конуса со срезами, построив проекции плоскостей срезов по горизонтальным проекциям отмеченных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

1. Плоскость α определяет треугольник $S-1-1(S'-1'-1')$, построенный по образующим $m(m')$, которым принадлежат точки $1(1')$ и ограничен видимыми участками $S'-1'$ этих образующих и невидимой линией $1'-1'$ пересечения плоскостей срезов α и β .

2. Плоскость β определяет видимый участок эллипса $1-2-O-3(1'-2'-O'-3')$, построенный по принадлежности обозначенных точек вспомогательным параллелям (точка $3(3')$ построена по принадлежности образующей $SA(S'A')$).

3. Плоскость γ определяют видимые участки окружности $5-6-5(5'-6'-5')$, по которой плоскость γ пересекает поверхность конуса.

4. Плоскости δ определяют видимые вертикальные отрезки $4'-5'$ – вырожденные проекции профильных плоскостей δ (отрезки $5'-5'$ – невидимые):

- точки $4(4')$ построены по принадлежности окружности основания конуса;
- точки $5(5')$ – построены.

4-е действие. Выполнить графический анализ построенной горизонтальной проекции для определения ее очерка и внутреннего контура:

1. Горизонтальный очерк определяют два участка очерковой окружности слева и справа от точек $4(4')$.

2. Внутренний очерк определяют:

- видимые участки $S'1'$ образующих $m(m')$;
- видимый участок $1'-2'-O'-3'$ эллипса;
- видимые отрезки $5'-4'$ проекций гипербол в плоскостях δ ;
- невидимый отрезок $1'-1'$ пересечения плоскостей α и β ;
- невидимые отрезки $5'-5'$ пересечения плоскостей паза γ и δ .

5-е действие. Достроить профильную проекцию конуса, построив проекции плоскостей срезов по профильным проекциям отмеченных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

1. Плоскость среза α определяет видимый треугольник $S'''-1'''-1'''$, точки $1(1''')$ которого построены по принадлежности образующим $m(m''')$.

2. Плоскость среза β определяет видимый участок эллипса $1'''-2'''-O'''-3'''$:

– точки $1(1''')$ построены;

– точки $2(2''')$ лежат на характерных образующих $S'''C'''$ и $S'''D'''$;

– точки $O(O''')$ построены по координатам y_o ;

– точка 3 лежит на характерной образующей $S'''A'''$.

3. Плоскость паза γ определяет проекция невидимого горизонтального отрезка $6'''-6'''$ (участки $6'''-5'''$ – видимые), точки $6(6''')$ которого лежат на очерковых образующих SC и SD ;

4. Плоскость паза δ определяют видимые участки гипербол $4'''-5'''$, точки $4(4''')$ которых построены по координате y_4 .

6-е действие. Выполнить графический анализ построенной профильной проекции для определения ее очерка и внутреннего контура.

1. Профильный очерк определяют:

– слева и справа – участки $2'''-6'''$ образующих $S'''C'''$ и $S'''D'''$;

– снизу – участок $4'''-4'''$ основания конуса;

– участки $S'''-1'''$ образующих $m(m''')$;

– участки $2'''-1'''$ эллипса.

2. Внутренний контур определяют:

– видимый отрезок $1'''-1'''$ пересечения плоскостей среза α и β ;

– видимый участок $2'''-O'''-3'''$ эллипса;

– невидимый отрезок $5'''-5'''$ – проекция плоскости паза γ .

7-е действие. Оформить чертеж конуса, выполнив толстыми сплошными линиями очерки и видимые линии внутреннего контура каждой проекции (оставить тонкими линиями полные очерки проекций и линии построения).

4.6. Графическая работа № 6 (лист 6, задачи 11 и 12):

поверхности; поверхности вращения – шар и тор

Для решения задач 11 и 12 следует усвоить построение проекций шара и открытого тора со срезами плоскостями частного положения, предварительно проработав материал начертательной геометрии по теме.

Тема 6. Поверхности вращения. Геометрические тела – шар и тор.

1. Образование поверхностей вращения: сферическая и торовая поверхности.

2. Проекция шара и тора, характерные линии на поверхностях шара и тора; характерные очерки шара и тора на чертеже.

3. Построение проекций точек на поверхностях шара и тора по их принадлежности круговым параллелям этих поверхностей.

4. Сечения шара и тора плоскостями.

5. Построение проекций шара и тора со срезами плоскостями частного положения.

Задача 11. По заданному графическому условию построить фронтальную, горизонтальную и профильную проекции шара со срезами плоскостями частного положения.

Задача 12. По заданному графическому условию построить фронтальную, горизонтальную и профильную проекции открытого тора со срезами плоскостями частного положения.

Графические условия вариантов задач 11 и 12 даны в табл. 4.7.

Краткое изложение материала начертательной геометрии к задачам 11 и 12

Поверхности вращения. Сферическая поверхность (шар)

При вращении окружности вокруг ее диаметра образуется поверхность вращения, называемая сферой. Сферическая поверхность – геометрическое место точек, равноудаленных от ее центра. Сфера – единственная геометрическая поверхность, которая имеет бесконечное число осей, проходящих через ее центр, что удобно использовать при построении проекций точек на ее поверхности и при решении различных позиционных задач с геометрическими формами, в образование которых входит сфера.

Геометрическое тело, ограниченное сферой, называют шаром.

Проекции шара и проекции его очерковых окружностей

Все три очерка шара – фронтальный, горизонтальный и профильный – представляют собой окружности одного диаметра с центром в точке $O(O', O'', O''')$ – это характерный признак проекций шара на чертеже (рис. 4.79). Каждая точка на поверхности шара описывает вокруг соответствующей оси окружности, называемые параллелями.

Фронтальный очерк шара – окружность $n(n'')$ – называется главным фронтальным меридианом, который лежит во фронтальной плоскости уровня $\beta(\beta_H)$, его горизонтальная проекция n' – это горизонтальная прямая, а профильная проекция n''' – вертикальная прямая, проходящие через центр шара.

Горизонтальный очерк шара – это окружность $k(k')$, то есть экватор шара, лежащий в горизонтальной плоскости уровня $\alpha(\alpha_V)$, и его фронтальная k'' и профильная k''' проекции – горизонтальные прямые, проходящие через центр шара.

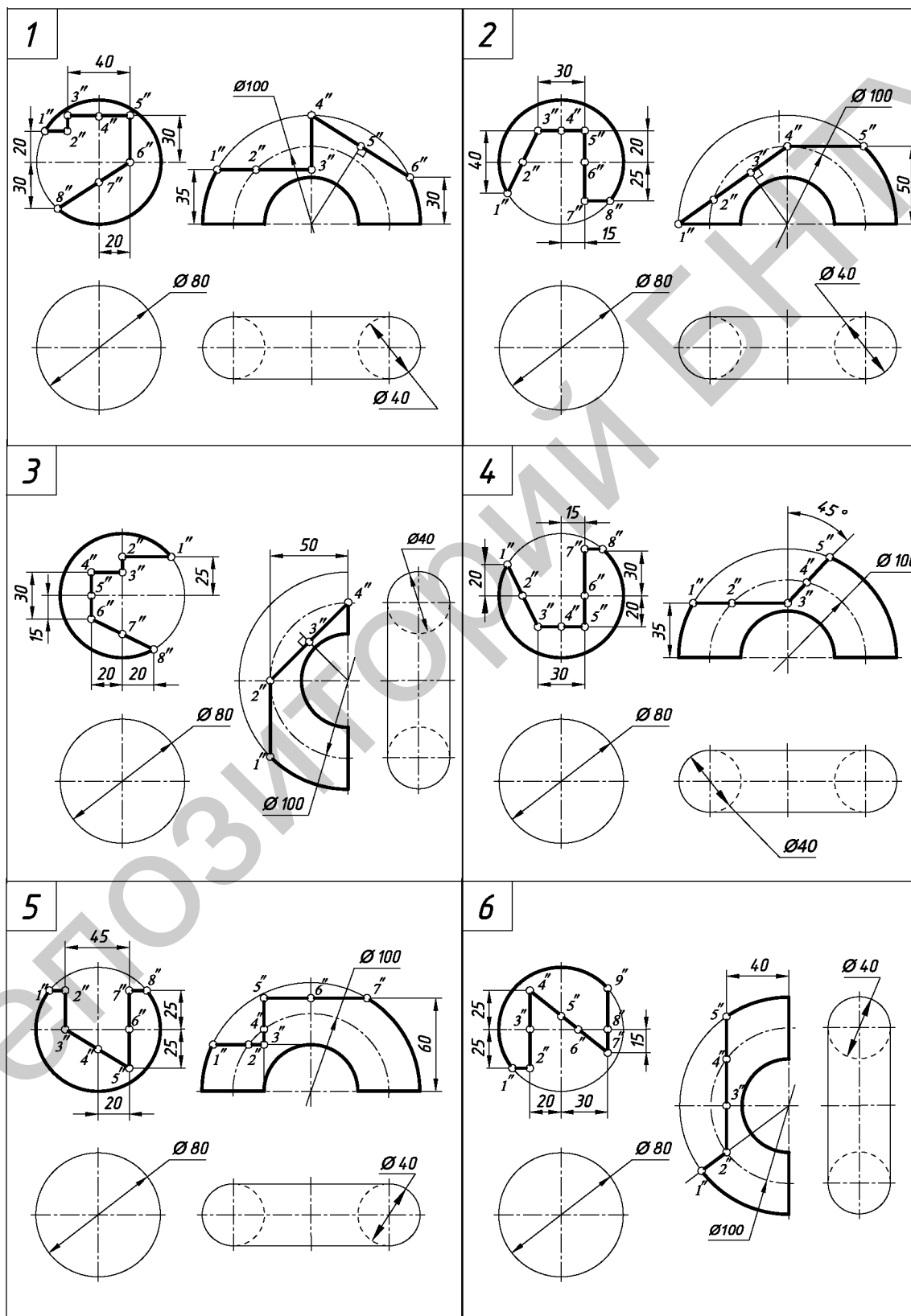
Профильный очерк шара – это окружность $m(m''')$ главного профильного меридиана, лежащего в профильной плоскости $\delta(\delta_H)$, его фронтальная m'' и горизонтальная m' проекции – вертикальные прямые, проходящие через центр шара.

!!! Запомните характерные признаки шара на чертеже – три очерковые окружности одного диаметра.

Графическая работа № 6

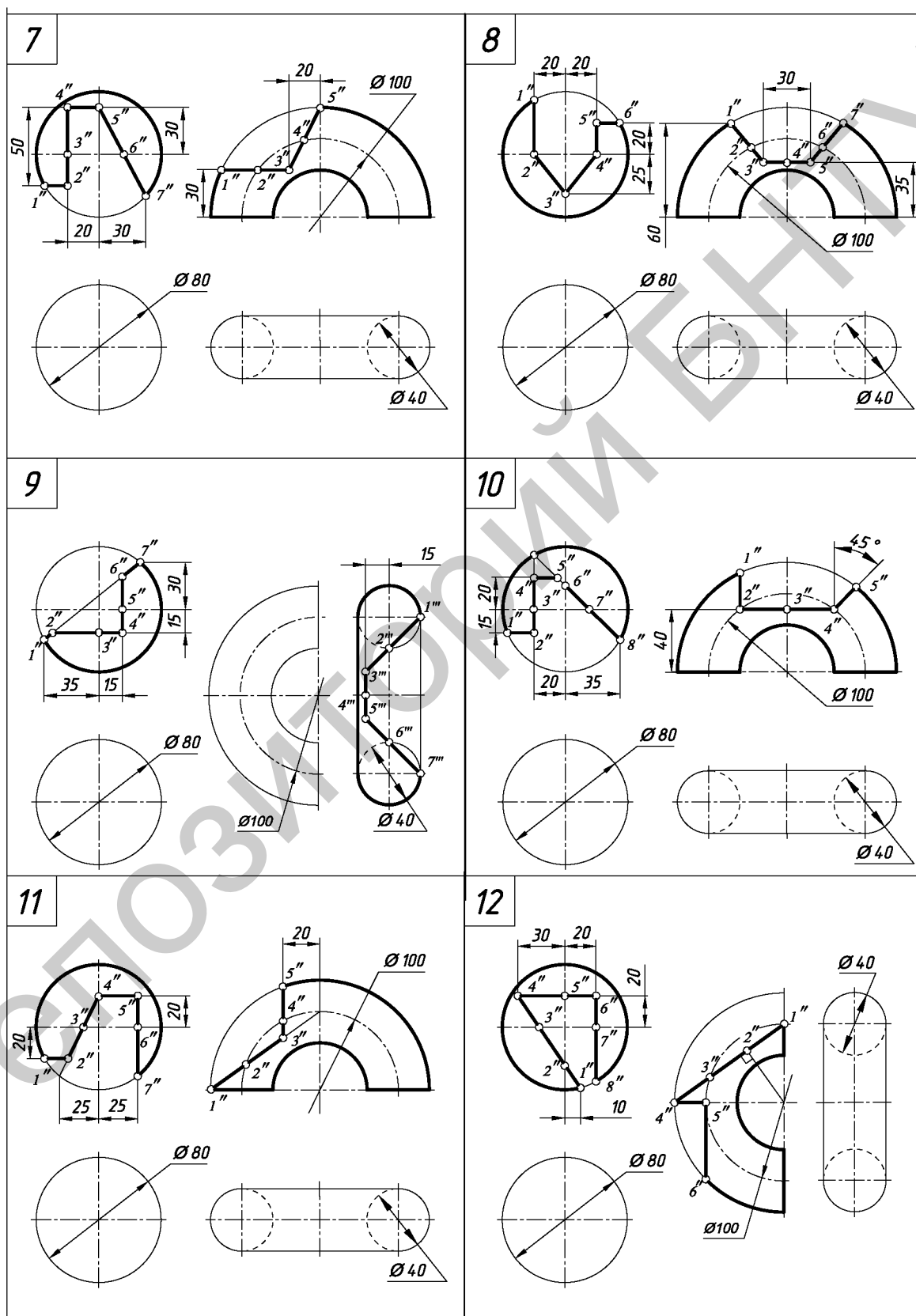
Лист 6. Задачи 11–12 (варианты 1–6).

Тема: поверхности; поверхности вращения – шар и тор



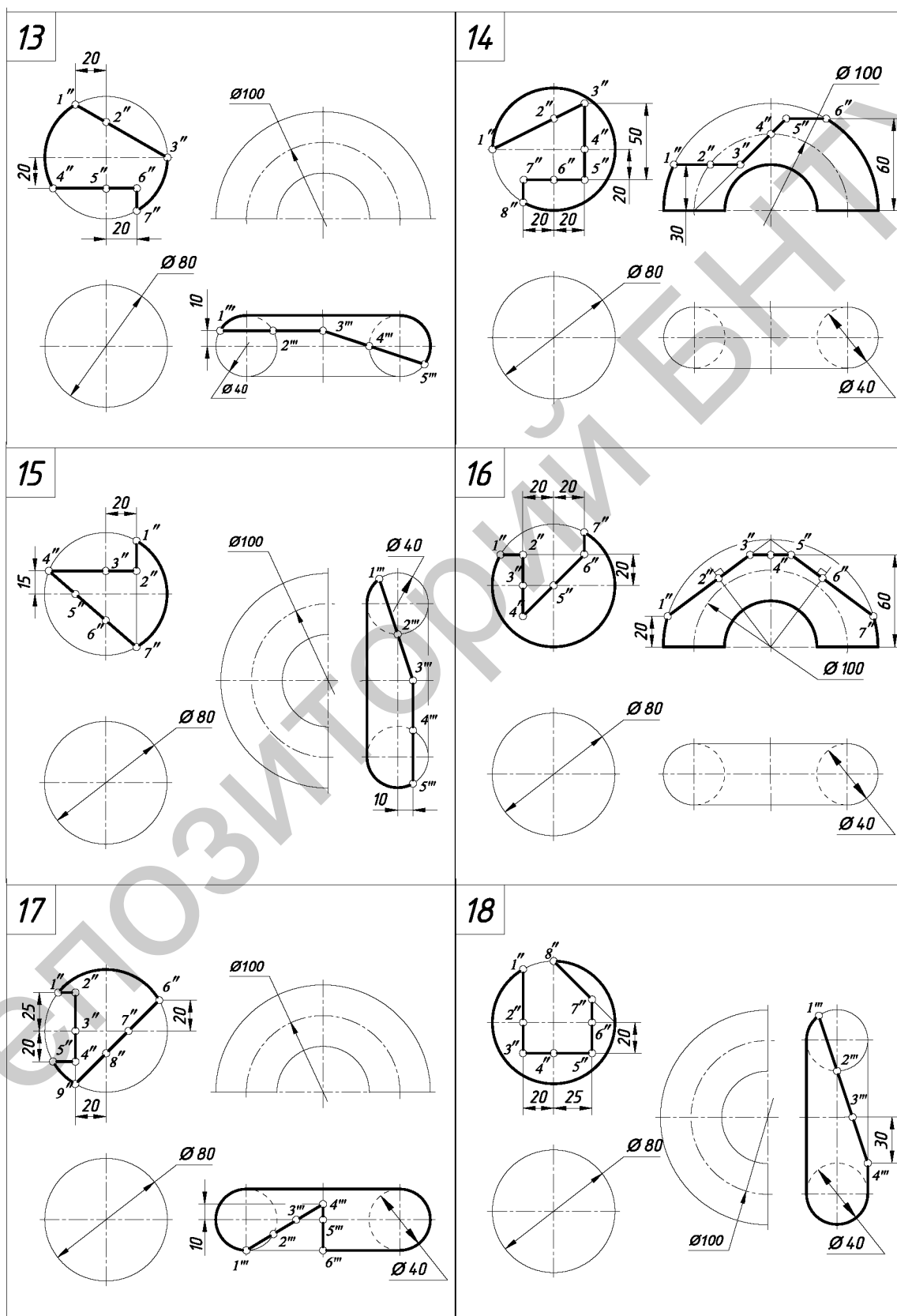
Лист 6. Задачи 11–12 (варианты 7–12).

Тема: поверхности; поверхности вращения – шар и тор



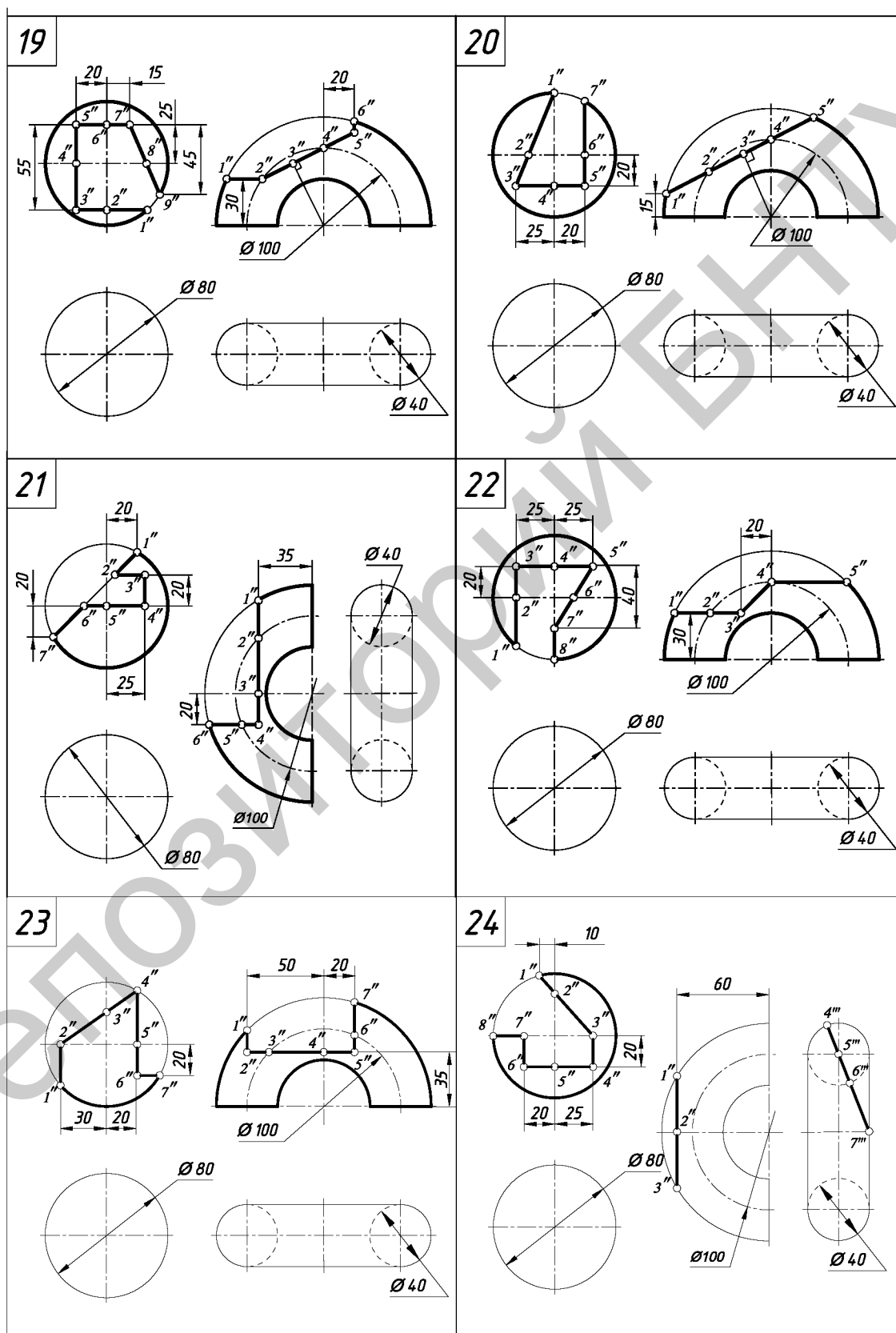
Лист 6. Задачи 11–12 (варианты 13–18).

Тема: поверхности; поверхности вращения – шар и тор



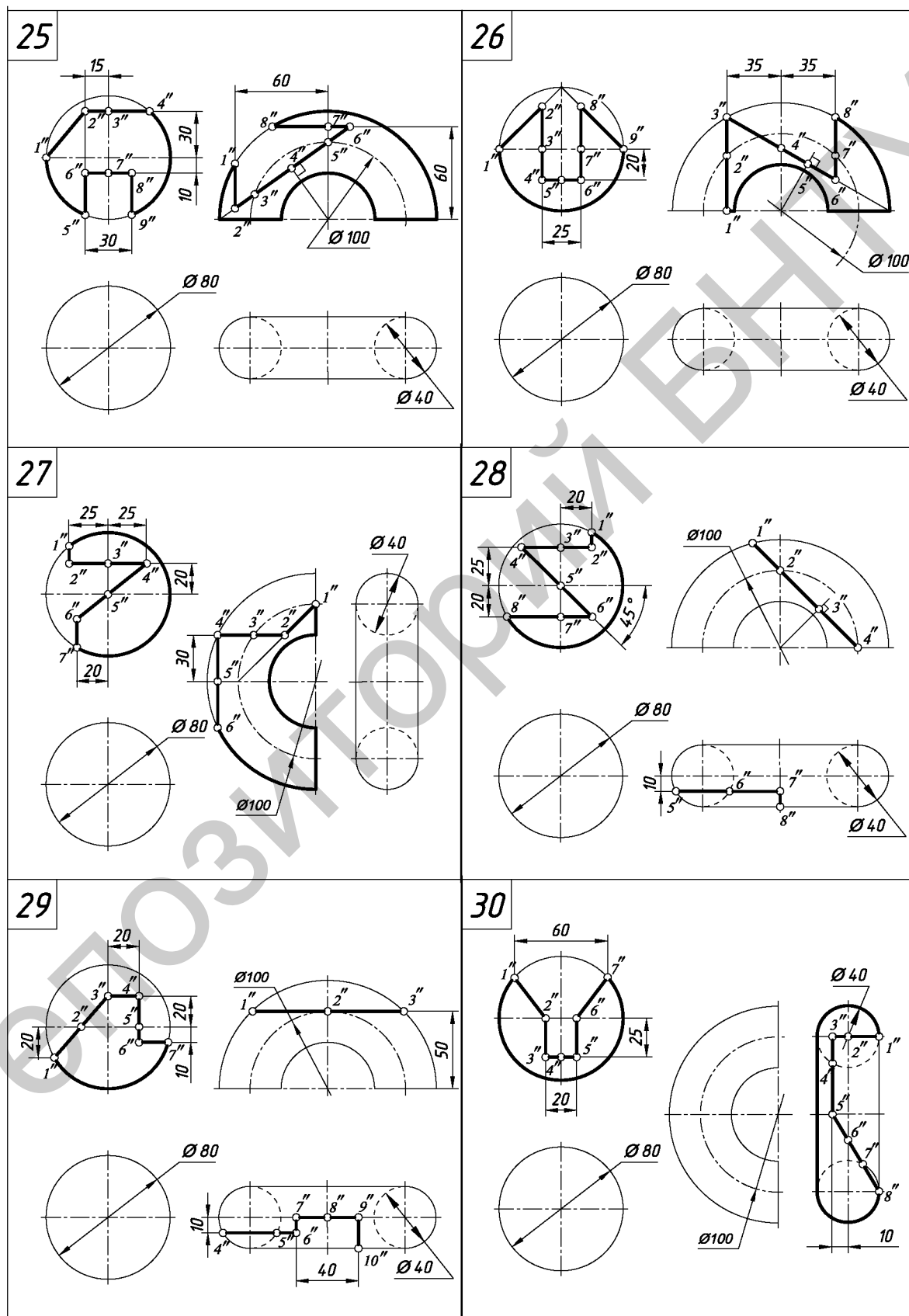
Лист 6. Задачи 11–12 (варианты 19–24).

Тема: поверхности; поверхности вращения – шар и тор



Лист 6. Задачи 11–12 (варианты 25–30).

Тема: поверхности; поверхности вращения – шар и тор



Построение проекций точек на поверхности шара

На рис. 4.79 показаны примеры построения проекций точек, лежащих на характерных очерковых окружностях шара.

Точка $A(A'')$, заданная своей фронтальной проекцией, лежит на главном фронтальном меридиане $n(n'')$; ее горизонтальная проекция A' и профильная A''' определяются на соответствующих проекциях этого меридиана по линиям связи.

Точки $B_1(B_1')$ и $B_2(B_2')$, заданные своими горизонтальными проекциями, лежат на экваторе шара $k(k')$; фронтальные проекции точек совпадают и определяются на фронтальной проекции экватора $k(k'')$ по линии связи (B_2'' – невидимая), а профильные проекции B_1''' и B_2''' построены по координатам $y_{B1} = y_{B2}$ и лежат на профильной проекции $k(k''')$ экватора.

Точка $C(C''')$, заданная своей профильной проекцией, лежит на главном профильном меридиане $m(m''')$; ее фронтальная проекция $C(C'')$ определяется по линии связи на фронтальной проекции $m(m'')$ профильного меридиана, а горизонтальная невидимая проекция $C(C')$ построена по координате y_C и лежит на горизонтальной проекции профильного меридиана $m(m')$.

!!! Видимость проекций точки на проекциях шара определяется видимостью той части поверхности шара, на которой лежит точка, и определяется указанными границами видимости при взгляде на каждую плоскость проекций.

На рис. 4.80 показаны примеры построения проекций точек D и E , лежащих на поверхности шара, недостающие проекции которых построены с использованием различных осей вращения (без координат y).

Точка D задана видимой фронтальной проекцией D'' .

Для построения ее горизонтальной проекции $D(D')$ нужно использовать горизонтально-проецирующую ось вращения i_1 и выполнить следующие графические действия (алгоритм I):

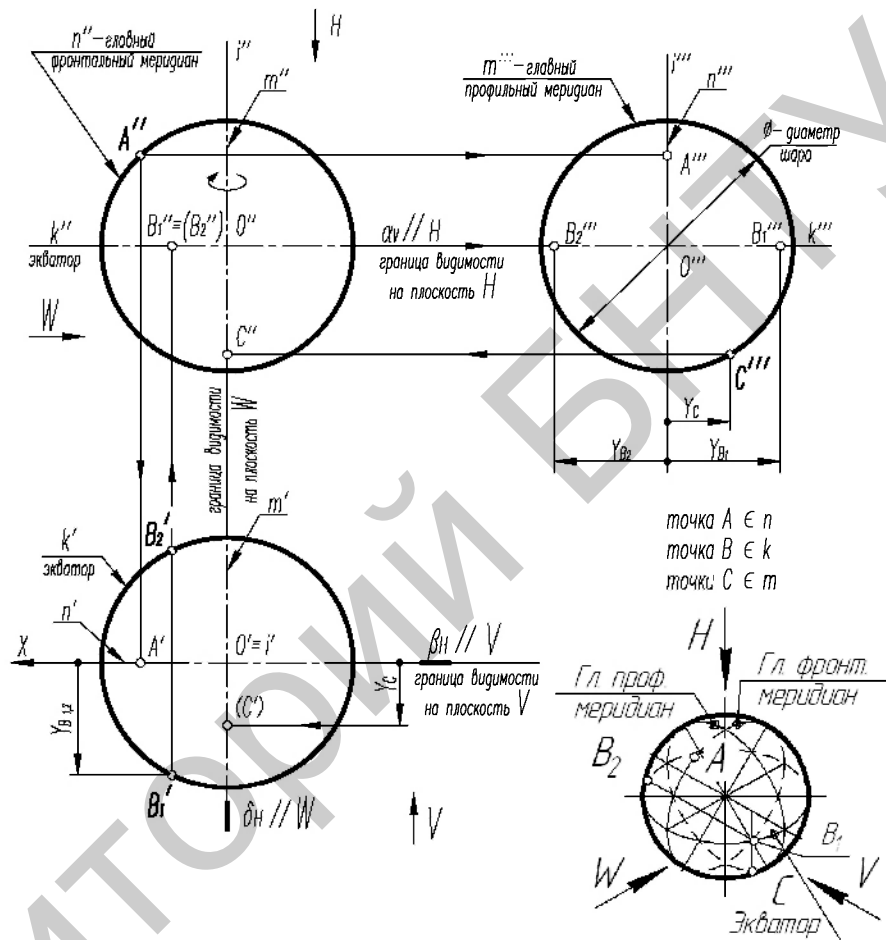


Рис. 4.79

1-е действие.
Провести через фронтальную проекцию точки $D(D'')$ прямую, перпендикулярную оси $i_1(i'')$. Это проекция круговой параллели радиусом R_D , по которой точка D вращается вокруг оси i_1 .

2-е действие.
Провести горизонтальную проекцию этой параллели: окружность радиусом R_D с центром в точке $O(O')$.

3-е действие. Построить по линии связи горизонтальную (видимую) проекцию точки $D(D')$ на этой параллели.

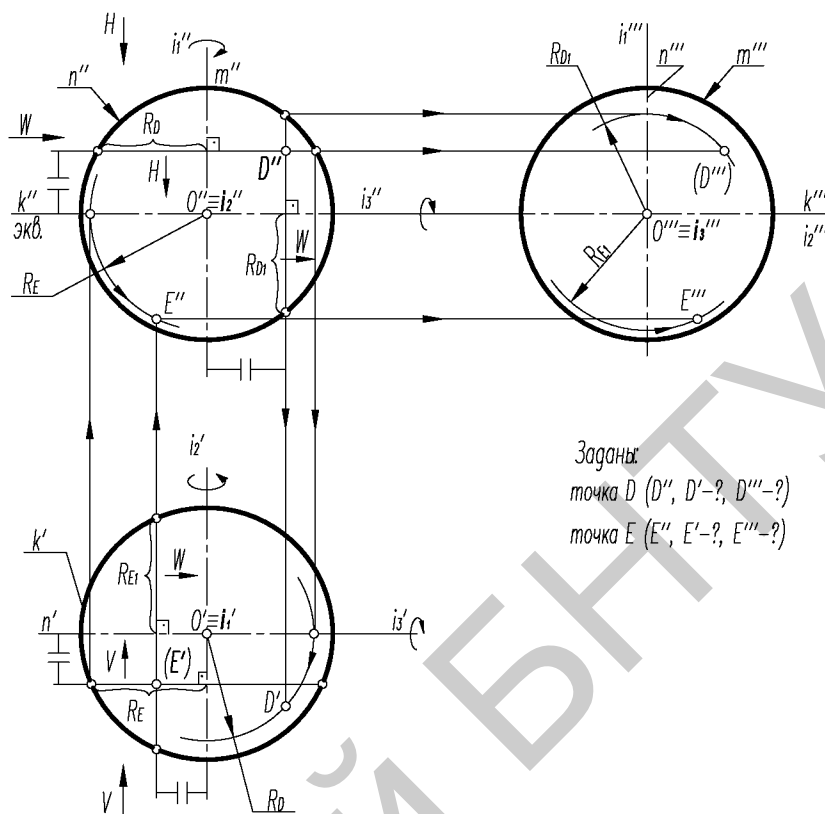


Рис. 4.80

Точка E задана невидимой горизонтальной проекцией E' .

Для построения ее фронтальной проекции $E(E'')$ нужно использовать фронтально-проецирующую ось i_2 и выполнить следующие графические действия (алгоритм II):

1-е действие. Провести через горизонтальную проекцию точки $E(E')$ прямую, перпендикулярную оси $i_2(i_2')$. Это проекция круговой параллели радиусом R_E , по которой точка E вращается вокруг оси i_2 .

2-е действие. Провести фронтальную проекцию этой параллели: окружность радиусом R_E с центром в точке $O(O'')$.

3-е действие. Построить по вертикальной линии связи фронтальную видимую проекцию точки $E(E'')$ на этой параллели.

Для построения профильных проекций заданных точек D и E нужно использовать профильно-проецирующую ось i_3 и выполнить следующие графические действия (алгоритм III):

1-е действие. Провести через фронтальную проекцию точки $D(D'')$ и горизонтальную проекцию точки $E(E')$ прямые, перпендикулярные оси $i_3(i_3'', i_3')$. Это проекции круговых параллелей с радиусами R_{D1} и R_{E1} (расположены вертикально), по которым точки D и E вращаются вокруг оси i_3 .

2-е действие. Провести профильные проекции этих параллелей: окружности радиусами R_{D1} и R_{E1} с центром в точке $O(O''')$.

3-е действие. Построить по горизонтальным линиям связи профильные проекции точек $D(D''')$ и $E(E''')$ на соответствующих параллелях (профильная проекция точки $D(D''')$ невидимая).

Всякая плоскость пересекает поверхность шара по окружностям (круговым параллелям). В зависимости от расположения секущих плоскостей относительно

плоскостей проекций H , V и W окружности сечений могут проецироваться либо в окружности, либо в эллипсы.

На рис. 4.81 показан пример построения проекций шара со срезами горизонтальной плоскостью $\alpha(\alpha_v)$ и профильной плоскостью $\beta(\beta_v)$.

Окружность сечения шара горизонтальной плоскостью $\alpha(\alpha_v)$ проецируется в окружность (круговую параллель) радиусом R_α на горизонтальную проекцию шара, а профильная проекция этой окружности – горизонтальная прямая. В качестве оси вращения для построения горизонтальной проекции окружности сечения взята горизонтально-проецирующая ось i_1 .

Окружность сечения шара профильной плоскостью β проецируется в окружность (круговую параллель) радиусом R_β на профильную проекцию шара (невидимая окружность), а горизонтальная проекция этой окружности – вертикальная прямая. В качестве оси вращения для построения параллели R_β взята профильно-проецирующая ось i_3 .

На этом же рисунке показано расположение проекции характерных точек 1, 2, 3, 4, 5 и 6, лежащих в плоскостях сечений на характерных очерковых окружностях шара:

- точки 1, 3, 4 и 6 лежат на главном фронтальном меридиане шара n и их проекции определяются на проекциях этого меридиана;
- точки 5 лежат на экваторе шара k и их проекции определяются на проекциях экватора;
- точки 2 лежат на профильном меридиане m и их проекции определяются на проекциях этого меридиана.

Оформление очерков проекций ясно из чертежа.

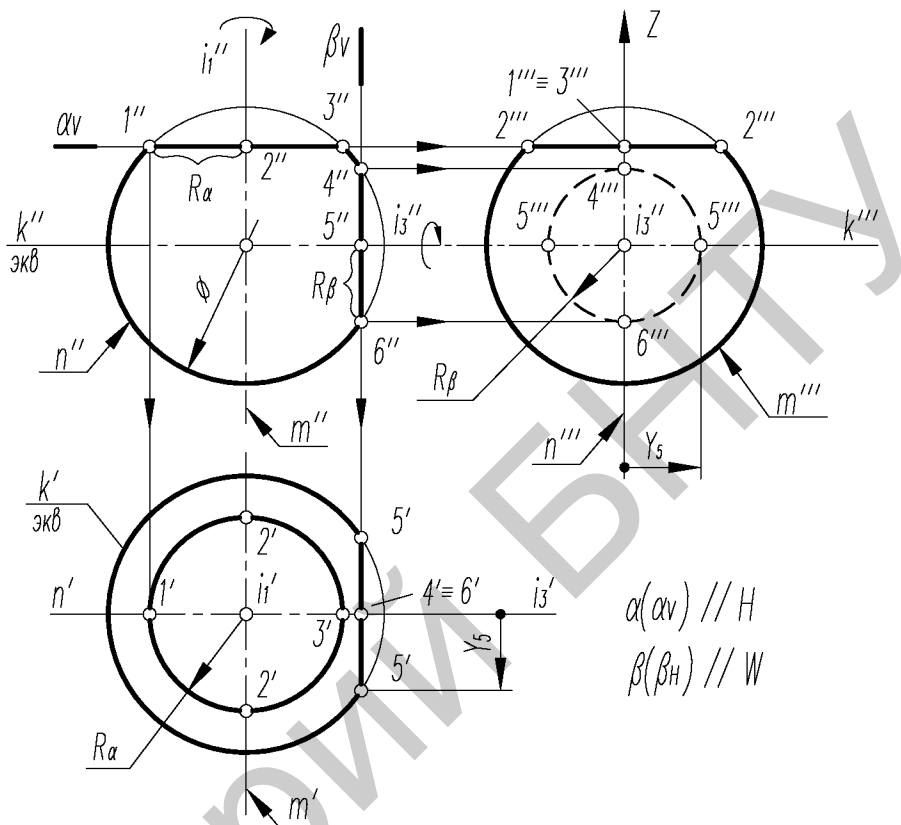


Рис. 4.81

На рис. 4.82 показан пример построения проекций шара со срезом фронтально-проецирующей плоскостью $\gamma(\gamma_v)$. Фронтальная проекция окружности сечения шара плоскостью γ совпадает с вырожденной в линию фронтальной проекцией плоскости γ , а на горизонтальную и профильную проекции шара эта окружность сечения проецируется в эллипсы.

Проекция шара со срезом построены по проекциям точек, обозначенных на фронтальной проекции сечения.

Горизонтальная проекция шара со срезом в виде эллипса построена по горизонтальным проекциям обозначенных точек:

– точки $1(1')$ и $5(5')$ лежат на проекции $n(n')$ главного фронтального меридиана;

– точки $2(2')$ лежат на проекции $m(m')$ профильного меридиана и построены на параллели радиусом R_2 (ось вращения i_1 , алгоритм I);

– точка $4(4')$ лежит на проекции $k(k')$ экватора;

– точки 3 отмечены на перпендикуляре к плоскости сечения γ и определяют положение большой оси эллипса 3-3; точки $3(3')$ построены по принадлежности своей параллели (алгоритм I); малая ось эллипса – линия $5'-1'$.

Построенные видимые горизонтальные проекции точек соединить плавной кривой эллипса с помощью лекала. Очерк горизонтальной проекции определяет его экватор вправо от точек $4(4')$.

Профильная проекция шара со срезом в виде эллипса построена по профильным проекциям обозначенных точек:

– точки $1(1''')$ и $5(5''')$ лежат на $n(n''')$ главного меридиана;

– точки $2(2''')$ лежат на проекции $m(m''')$ профильного меридиана;

– точки 3 ($3'''$) и $4(4''')$ построены или по принадлежности соответствующим относительно оси вращения i_3 параллелям (алгоритм III, отмечена параллель R_4).

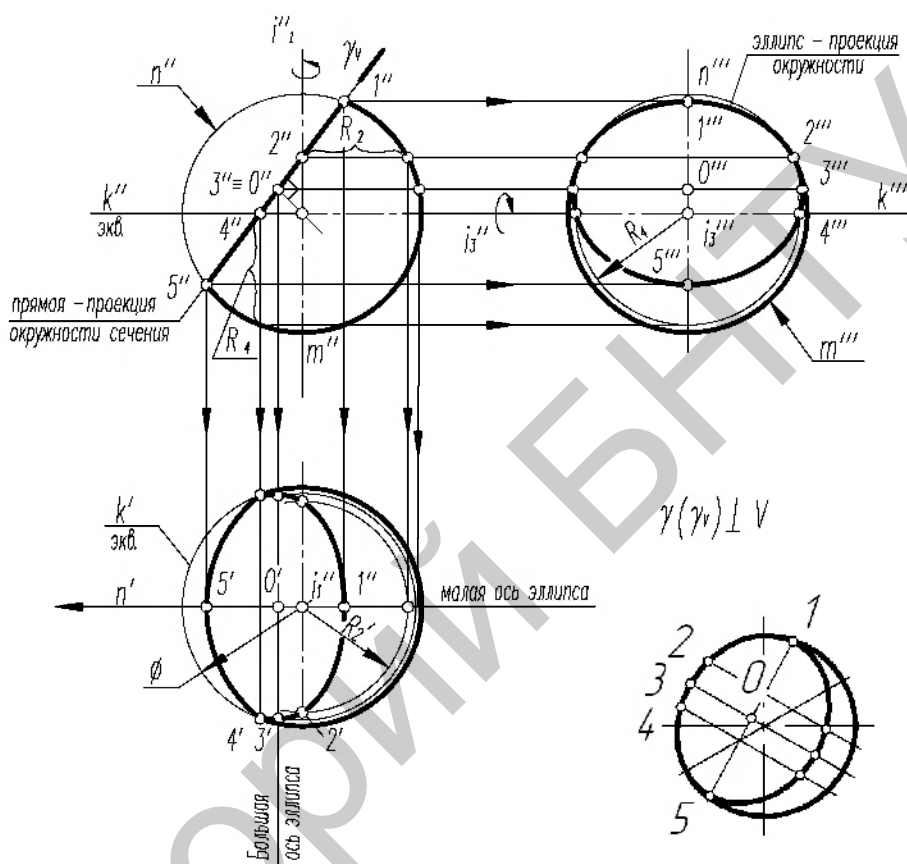


Рис. 4.82

Построенные видимые проекции точек соединить плавной кривой эллипса. Очерк профильной проекции определяет профильный меридиан $m(m'')$ от точек $2(2'')$ вниз.

Поверхности вращения. Торговая поверхность. Тор

Поверхность, получаемая при вращении образующей окружности m (или ее дуги) вокруг оси i , лежащей в плоскости этой окружности, но не проходящей через ее центр, называется тором.

Образующая окружность m вращается вокруг оси тора i по направляющей окружности радиусом R (рис. 4.83, а, б, в, г).

Геометрическое тело, ограниченное торовой поверхностью, называют тором.

Тор называют открытым (круговое кольцо), если образующие окружности m в осевом сечении не пересекаются и не касаются друг друга, т.е. $R > r$. Проекция открытого тора с горизонтально-проецирующей осью вращения i показаны на рис. 4.83, а.

Тор называют замкнутым, если образующие окружности m касаются, т.е. $R = r$. Проекция замкнутого тора показаны на рис. 4.83, б.

Тор называют самопересекающимся, если образующие окружности пересекаются, т.е. $R < r$. Проекция

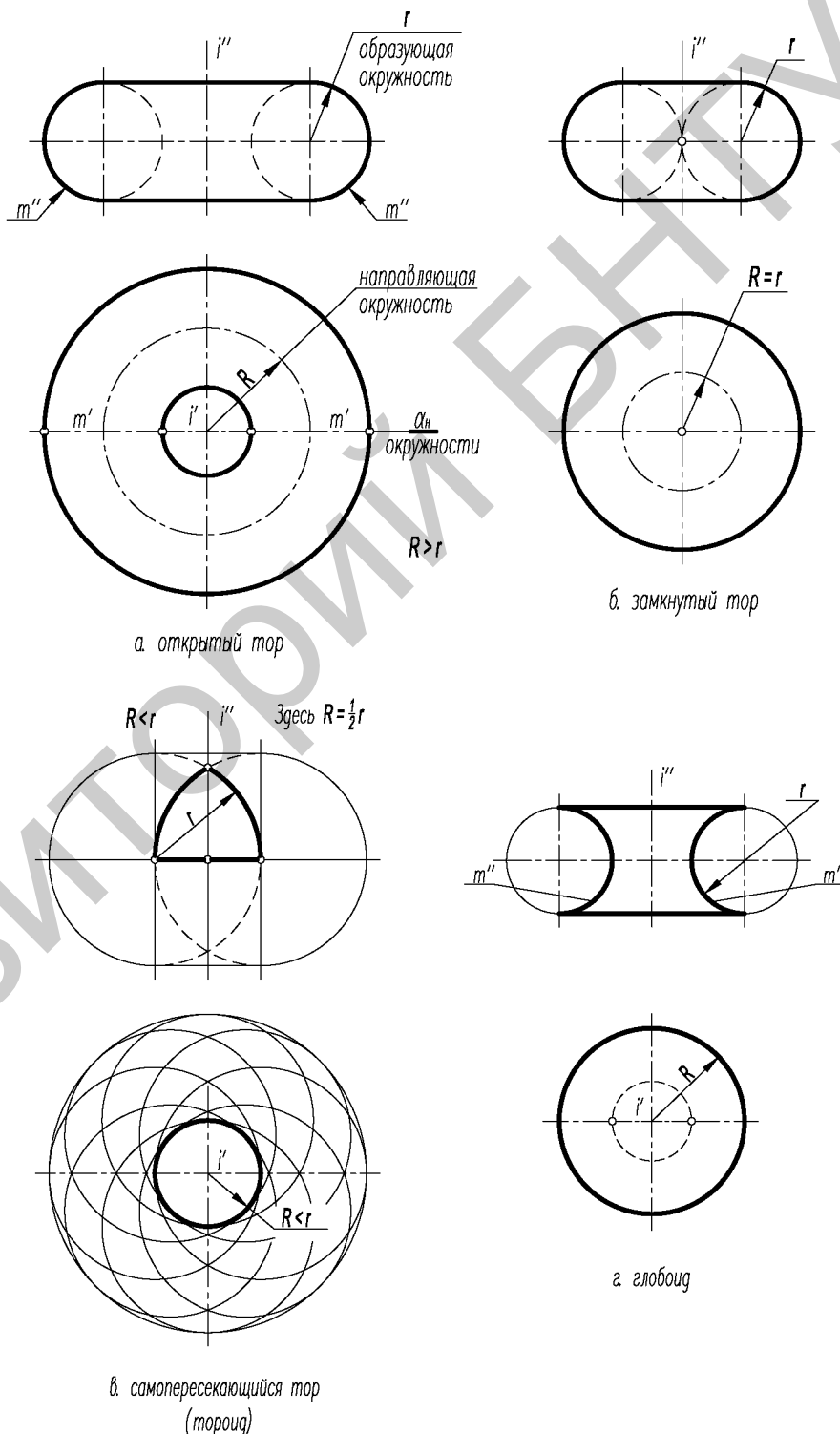


Рис. 4.83

самопересекающегося тора показаны на рис. 4.83, в. Выделенную часть самопересекающегося тора называют тороидом и часто используют в графических условиях различных задач.

На рис. 4.83, г показаны проекции глобоида – это геометрическое тело, образованное как открытый тор, но материализующее полость (отверстие) в открытом торе.

Построение проекций открытого тора

На рис. 4.84 показан пример построения фронтальной, горизонтальной и профильной проекций половины открытого тора с фронтально-проецирующей осью i .

Фронтальную проекцию (очерк) тора определяют:

- максимальная и минимальная круговые окружности-параллели $n_1(n_1'')$ и $n_2(n_2'')$, по которым диаметральные точки N_1 и N_2 образующей окружности m вращаются вокруг оси тора i ;

- окружности-параллели $t_1(t_1'')$ и $t_2(t_2'')$ диаметральных точек T_1 и T_2 , которые совпадают между собой и совпадают с проекцией направляющей окружности радиусом R тора (выполняются на чертеже тонкой

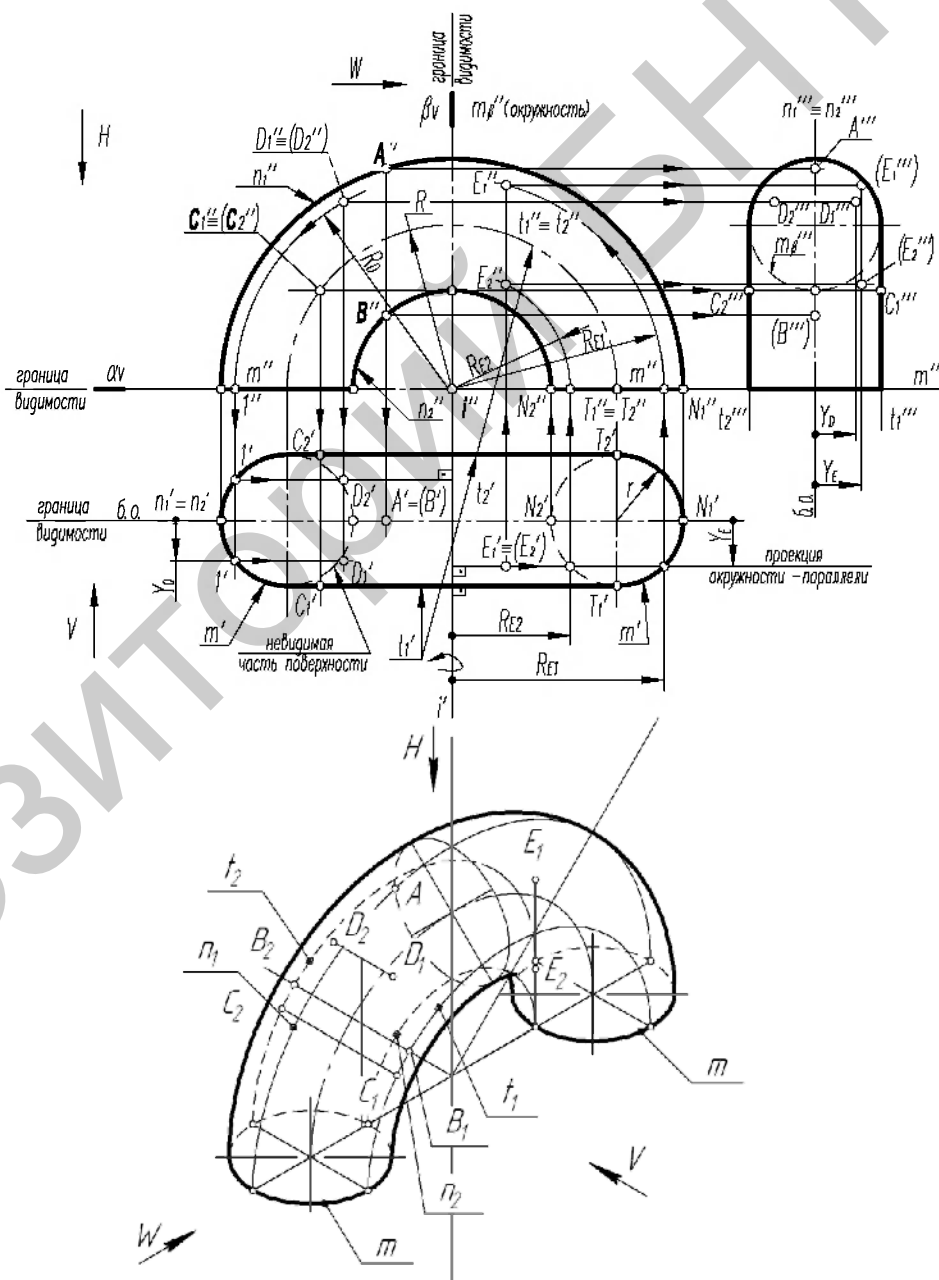


Рис. 4.84

штрихпунктирной линией);

- две горизонт-тальные прямые $m(m'')$ – проекции образующих окружностей m , полученных в сечениях тора горизонтальной плоскостью $\alpha(\alpha_v)$, проходящей через ось вращения тора.

Г о р и з о н т а л ь н у ю п р о е к ц и ю (очерк) тора определяют:

- совпадающие проекции $n_1(n_1')$ и $n_2(n_2')$ окружностей-параллелей фронтального очерка проецируются в прямую линию, перпендикулярную оси $i(i')$ тора, и совпадают с горизонтальной осью симметрии проекции;

- две образующие окружности $m(m')$, лежащие в плоскости среза $\alpha(\alpha_v)$, которые проецируются в натуральную величину и видимыми являются только их половины;

- две горизонтальные линии, в которые проецируются окружности-параллели $t_1(t_1')$ и $t_2(t_2')$, полученные при вращении диаметральных точек T_1 и T_2 (перпендикулярны оси вращения $i(i')$).

П р о ф и л ь н у ю п р о е к ц и ю (очерк) тора определяют:

- совпадающие проекции $n_1(n_1''')$ и $n_2(n_2''')$ окружностей-параллелей фронтального очерка проецируются в прямую вертикальную линию и совпадают с осью симметрии проекции;

- окружность m_β , лежащая в профильной плоскости β (половина ее – невидимая);

- прямая горизонтальная линия совпадающих проекций образующих окружностей $m(m''')$, лежащих в плоскости среза $\alpha(\alpha_v)$;

- две вертикальные прямые – проекции окружностей-параллелей $t_1(t_1''')$ и $t_2(t_2''')$.

!!! Запомните характерные признаки проекций открытого тора на чертеже.

Построение проекций точек, лежащих на поверхности тора

Точки на поверхности тора лежат на круговых параллелях, по которым они вращаются вокруг его оси i .

1. Точки, лежащие на характерных очерковых окружностях тора n_1 и n_2 , t_1 и t_2 и m строятся по их принадлежности этим окружностям.

На рис. 4.84 показаны примеры построения проекций точек по одной заданной проекции.

Например, горизонтальные и профильные проекции точек A и B , заданных своими фронтальными проекциями A'' и B'' , лежат на очерковых окружностях n_1 и n_2 и определяются на проекциях этих окружностей (горизонтальные проекции точек совпадают); профильная проекция $B(B''')$ – невидимая.

Горизонтальные и профильные проекции точек C_1 и C_2 , заданных своими фронтальными совпадающими проекциями, лежат на окружностях t_1 и t_2 и определяются на проекциях этих окружностей.

2. Проекция точек D_1 и D_2 (невидимая), заданных своими совпадающими фронтальными проекциями D_1'' и D_2'' и не лежащие на характерных окружностях тора, строятся по следующему графическому алгоритму (а л г о р и т м I):

1-е действие. Провести вспомогательную круговую параллель радиусом R_D через заданные фронтальные проекции точек $D_1(D_1'') \equiv D_2(D_2'')$.

2-е действие. Провести горизонтальные прямые – проекции этих параллелей – перпендикулярно оси вращения $i(i')$, используя вспомогательные точки $1(1'', 1')$, лежащие на проекциях образующей окружности $m(m_1'', m_2')$.

3-е действие. Построить по линии связи видимые горизонтальные проекции точек $D(D_1')$ и $D(D_2')$ на проекциях этих вспомогательных параллелей.

4-е действие. Профильные видимые проекции точек $D_1(D_1''')$ и $D_2(D_2''')$ построить по координатам y_D .

Проекции точек E_1 и E_2 (невидимая), заданных своими совпадающими горизонтальными проекциями $E_1(E_1'') \equiv E_2(E_2'')$ и не лежащие на характерных окружностях тора, строятся по «обратному» алгоритму II:

1-е действие. Провести на горизонтальной проекции тора прямую, перпендикулярную оси вращения тора $i(i')$. Это горизонтальные совпадающие проекции вспомогательных круговых параллелей радиусами R_{E1} и R_{E2} для точек E_1 и E_2 .

2-е действие. Построить радиусами R_{E1} и R_{E2} фронтальные проекции этих параллелей: R_{E2} – параллель на внутренней поверхности тора, а R_{E1} – параллель на наружной поверхности тора.

3-е действие. Построить по линии связи фронтальные проекции точек $E_1(E_1''')$ и $E_2(E_2''')$ на проекциях этих вспомогательных параллелей.

4-е действие. Профильные невидимые проекции точек $E_1(E_1''')$ и $E_2(E_2''')$ построить по координатам y_E .

Сечения тора плоскостями частного положения

Тор является поверхностью вращения 4-го порядка (образующая и направляющая окружности 2-го порядка – порядки умножаются) и кривые его сечений также являются кривыми 4-го порядка (кроме круговых сечений).

Тор имеет две системы круговых сечений:

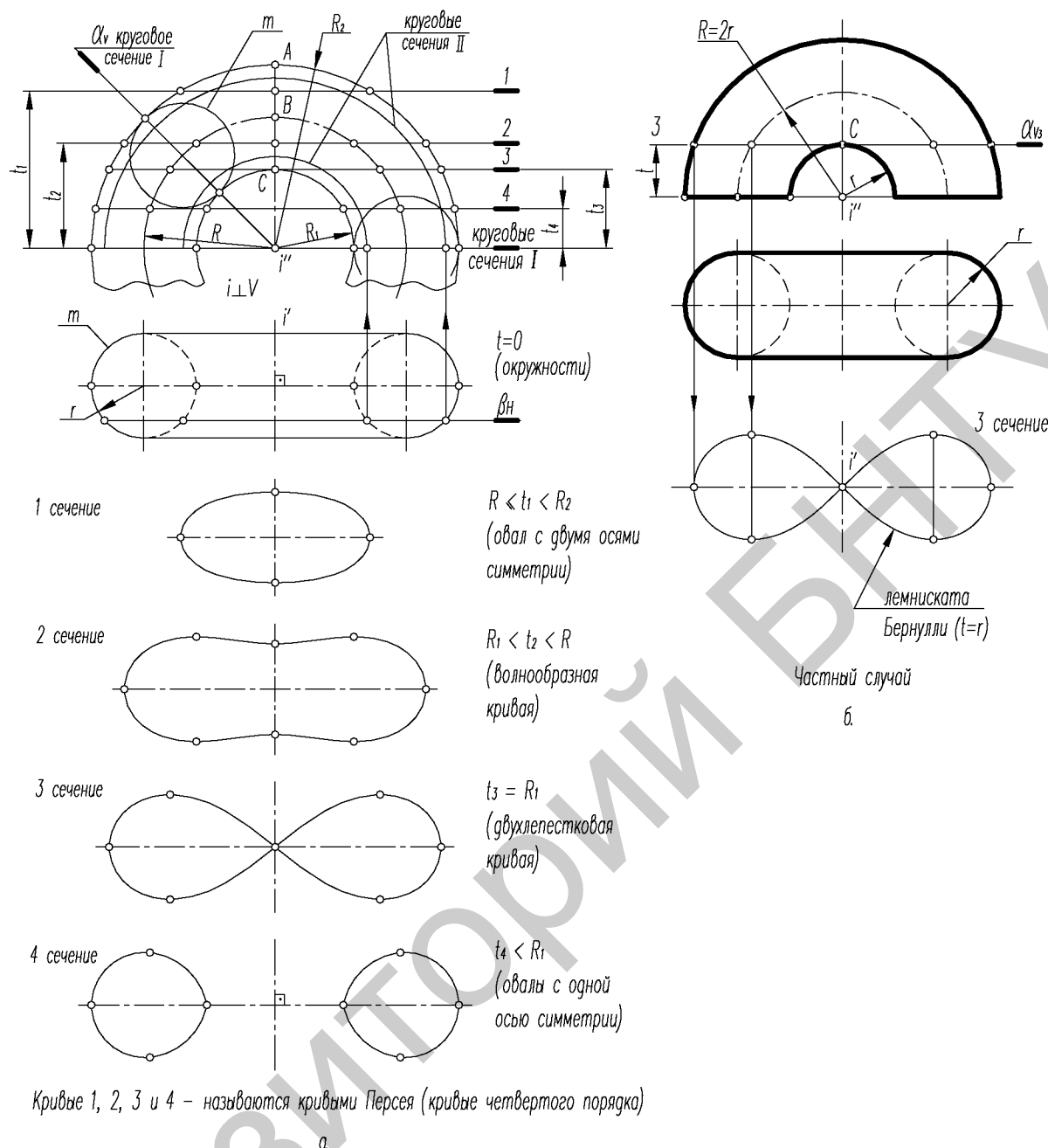
– первая система парных круговых сечений получается во всех плоскостях, проходящих через ось i тора на той его проекции, на которую ось i проецируется в точку, – смотри сечение во фронтально-проецирующей плоскости $\alpha(\alpha_V)$ на фронтальной проекции тора (сечение по образующим окружностям m);

– вторая система круговых сечений получается в плоскостях $\beta(\beta_H)$, перпендикулярных оси тора – смотри сечение во фронтальной плоскости уровня β_H на горизонтальной проекции тора (сечение по круговым параллелям тора).

Тор имеет также третью систему сечений плоскостями уровня, параллельными оси его вращения i .

На рис. 4.85 показаны формы кривых в различных сечениях открытого тора плоскостями уровня (ось тора $i \perp V$).

На рис. 4.85, а сечения проведены параллельно оси тора $i(i'')$ на его фронтальной проекции и являются горизонтальными плоскостями уровня.



В зависимости от расстояния t секущей плоскости до оси тора на его поверхности получается 4 вида кривых, объединенных общим названием — кривые Персея (геометр Древней Греции):

1-е сечение. Плоскость сечения на расстоянии t_1 от оси тора образует на его поверхности кривую линию — овал с двумя осями симметрии (для плоскостей между точками A и B , т.е. $R \leq t_1 < R_2$).

2-е сечение. Плоскость сечения на расстоянии t_2 от оси тора образует на его поверхности волнообразную кривую (для плоскостей между точками B и C , т.е. $R_1 < t_2 < R$).

3-е сечение. Плоскость сечения на расстоянии t_3 от оси тора образует на его поверхности двухлепестковую кривую (для плоскости, проходящей через точку C , т.е. $t_3 = R_1$).

4-е сечение. Плоскость сечения на расстоянии t_4 от оси тора образует на его поверхности два овала с одной осью симметрии (для плоскостей ниже точки C и не проходящих через ось вращения тора $i(i'')$, т.е. когда $t_4 < R_1$).

На рис. 4.85, б изображена фронтальная и горизонтальная проекции открытого тора, у которого $R = 2r$ (частный случай). Кривые сечений этого тора называют овалами Кассини, а двухлепестковая кривая в сечении 3 называется лемнискатой Бернулли.

*Построение проекций открытого тора со срезами плоскостями
частного положения*

На рис. 4.86 показан пример построения проекций открытого тора с комбинированным срезом фронтально-проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_V)$ и горизонтальной плоскостью $\beta(\beta_V)$.

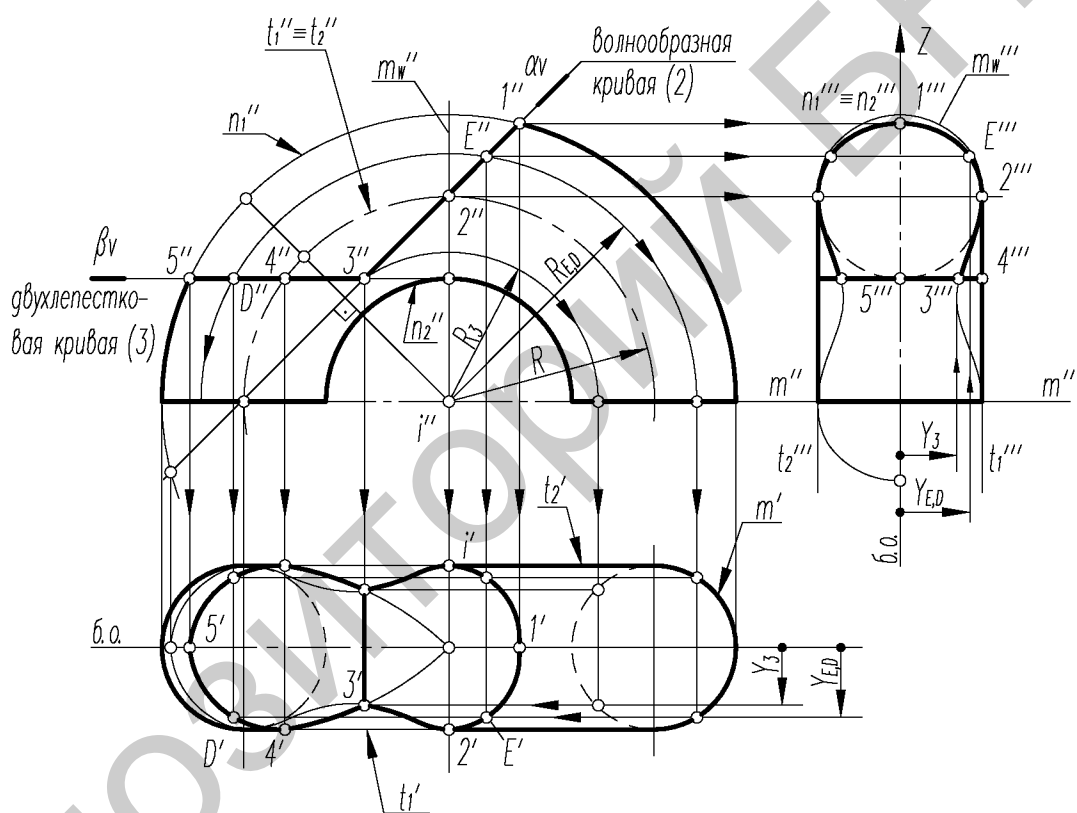


Рис. 4.86

Для построения проекций тора со срезами следует выполнить предлагаемый графический алгоритм, определяющий порядок действий при решении всех подобных задач:

1-е действие. По заданным размерам построить на чертеже тонкими линиями фронтальную, горизонтальную и профильную проекции тора без срезов, а затем выполнить на его фронтальной проекции (или любой другой) заданные по условию срезы фронтально-проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_V)$ и горизонтальной плоскостью $\beta(\beta_V)$.

2-е действие. Обозначить на фронтальной проекции характерные точки и выполнить графо-аналитический анализ сечений:

1. Фронтально-проецирующая плоскость $\alpha(\alpha_v)$ пересекает поверхность тора по участку волнообразной кривой 1-2-3 (сечение 2), часть которой ограничена вырожденной в точку фронтально-проецирующей линией пересечения 3-3 плоскостей среза α и β .

2. Горизонтальная плоскость $\beta(\beta_v)$ пересекает поверхность тора по участку двухлепестковой кривой 3-4-5 (сечение 3).

!!! Поскольку горизонтальная проекция тора имеет вертикальную симметрию, точки обозначены на одной его половине (нижней).

3-е действие. Достроить горизонтальную проекцию тора, построив проекции плоскостей срезов по горизонтальным проекциям отмеченных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

1. Горизонтальная проекция видимого участка волнообразной кривой в плоскости α построена по проекциям обозначенных точек 1(1'), E(E'), 2(2') и 3(3') по их принадлежности характерным n_1 , t_1 и t_2 (точки 1 и 2) и вспомогательным (точки E и 3) параллелям.

2. Горизонтальная проекция видимого участка двухлепестковой кривой в плоскости β построена по проекциям обозначенных точек 3(3'), 4(4'), D(D') и 5(5') по их принадлежности характерным t_1 , t_2 и n_1 (точки 4 и 5) и вспомогательным (точки D) параллелям (точки 3(3') уже построены).

3. Видимый отрезок 3-3(3'-3') – горизонтальная проекция линии пересечения плоскостей срезов α и β , ограничивающая участки кривых в плоскостях срезов.

4-е действие. Выполнить графический анализ построенной горизонтальной проекции тора для определения ее очерка и внутреннего контура:

1. Горизонтальный очерк определяют:

- видимые половины окружностей $m(m')$;
- участки очерковых параллелей $t_1(t_1')$ и $t_2(t_2')$, не существующие между точками 4(4') и 2(2');
- участки кривых 4'-3' и 3'-2'.

2. Внутренний контур определяют:

- невидимые половины окружностей $m(m')$;
- видимые участки кривых 4'-D'-5' и 2'-E'-1'.
- видимый отрезок 3'-3' пересечения плоскостей срезов α и β .

5-е действие. Достроить профильную проекцию тора, построив проекции плоскостей срезов по профильным проекциям обозначенных точек, и определить видимость плоскостей срезов:

1. Профильная проекция видимого участка волнообразной кривой построена по проекциям обозначенных точек 1(1''), E(E''), 2(2'') и 3(3'') по их принадлежности характерным параллелям n_1 , t_1 и t_2 (точки 1(1'') и 2(2'')) и по координатам y (точки E(E'') – y_E , 3(3'') – y_3).

2. Профильная проекция горизонтальной плоскости среза β проецируется в видимый горизонтальный отрезок 4'''-4''' (точки 4(4''')) – на очерковых линиях t_1 и t_2 .

6-е действие. Выполнить графический анализ построенной профильной проекции тора для определения ее очерка и внутреннего контура:

6.1. Профильный очерк определяют:

- слева и справа – проекции очерковых параллелей $t_1(t_1')$ и $t_2(t_2')$ до точек $2(2''')$;
- сверху – видимый участок $2'''-E'''-1'''$ волнообразной кривой;
- снизу – видимые совпадающие проекции образующих окружностей $m(m''')$.

2. Внутренний контур определяют:

- видимый горизонтальный отрезок $4'''-4'''$ (проекция плоскости среза β);
- видимые участки $2'''-4'''$ волнообразной кривой;
- невидимая часть окружности $m_w(m_w''')$ между точками $2'''$.

7-е действие. Оформить чертеж тора, выполнив толстыми сплошными линиями очерки и видимый внутренний контур каждой проекций (оставить тонкими линиями полные очерки проекций и линии построений).

Образец выполнения листа 6 с задачами 11 и 12 показан на рис. 4.87, а и б.

Задача 11. Построить фронтальную, горизонтальную и профильную проекции шара со срезами заданными плоскостями частного положения.

Задача 12. Построить фронтальную, горизонтальную и профильную проекции половины открытого тора со срезами плоскостями частного положения.

Графические условия задач по вариантам даны в табл. 4.7.

Задачи выполнять на одном листе формата А3 чертежной бумаги.

На рис. 4.87, а показан пример построения проекций шара со срезами плоскостями частного положения.

План действий для решения задачи 11 соответствует предлагаемому графическому алгоритму:

1-е действие. По заданному диаметру построить на левой половине чертежа тонкими линиями фронтальную, горизонтальную и профильную проекции шара без срезов, а затем выполнить на его фронтальной проекции заданные срезы горизонтальной плоскостью $\alpha(\alpha_v)$, профильной плоскостью $\beta(\beta_v)$ и фронтально-проецирующей плоскостью $\gamma(\gamma_v)$.

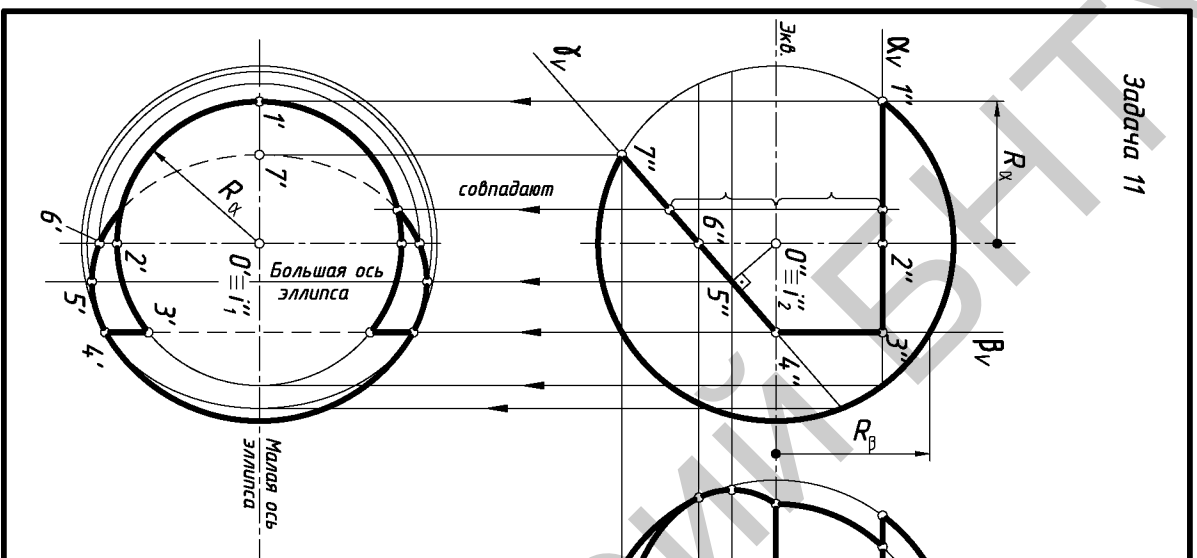
2-е действие. Обозначить на фронтальной проекции характерные точки и выполнить графический анализ сечений:

1. Горизонтальная плоскость $\alpha(\alpha_v)$ пересекает поверхность шара по участку окружности 1-2-3 радиусом R_α , которая проецируется в окружность на горизонтальную проекцию шара, и ограничена вырожденной в точку 3(3'') фронтально-проецирующей линией 3-3 пересечения плоскостей срезов α и β .

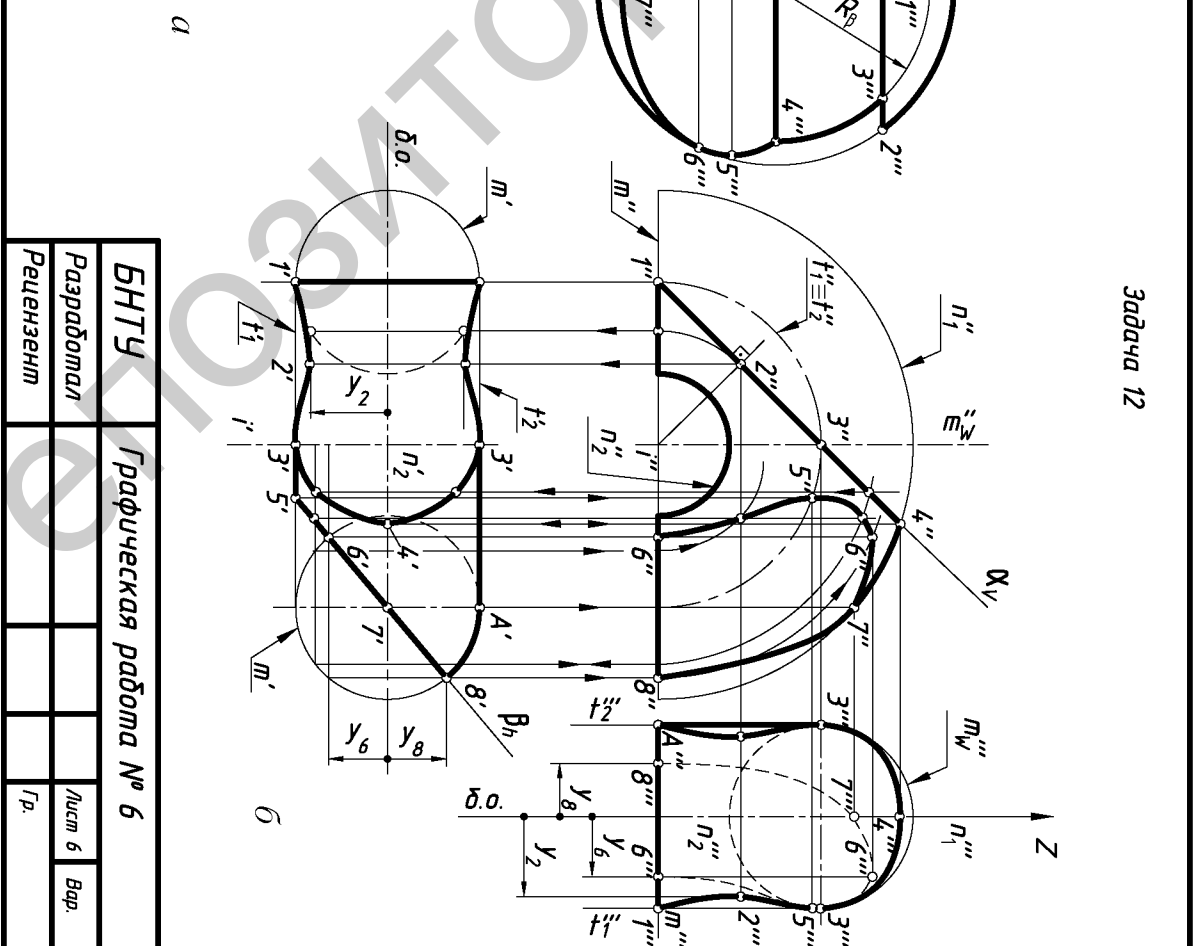
2. Профильная плоскость $\beta(\beta_v)$ пересекает поверхность шара по участкам окружности 3-4 радиусом R_β , которая проецируется в окружность на профильную проекцию шара, и ограничена вырожденными в точки 3(3'') и 4(4'') двумя фронтально-проецирующими линиями пересечения плоскостей паза:

- линия 3-3 – пересечение плоскостей срезов α и β ;
- линия 4-4 – пересечение плоскостей срезов β и γ .

Задача 11



Задача 12



а

б

БНТУ	Графическая работа № 6			
Разработал			Лист 6	Вар.
Рецензент			Гр.	

Рис. 4.87

3. Фронтально-проецирующая плоскость $\gamma(\gamma_V)$ пересекает поверхность шара по участку окружности 4-5-6-7, которая проецируется в участок эллипса на горизонтальную и профильную проекции шара и ограничена вырожденной в точку 4(4'') фронтально-проецирующей линией пересечения плоскостей срезов β и γ .

3-е действие. Достроить горизонтальную проекцию шара, построив проекции плоскостей срезов по горизонтальным проекциям обозначенных точек, и определить видимости плоскостей срезов.

1. Плоскость среза α определяет видимый участок окружности 1'-2'-3' (ее точки лежат на круговой параллели радиусом R_α), который ограничен вертикальным невидимым отрезком 3'-3' – проекцией линии пересечения плоскостей срезов α и β .

2. Плоскость среза β определяет частично невидимый отрезок 4'-4'(3'-3'), в который проецируется профильная плоскость:

- точки 3(3') построены;
- точки 4(4') лежат на проекции экватора;
- участки 3' -4' отрезка над экватором видимые.

3. Плоскость среза β определяет частично видимый эллипс 4'-5'-6'-7', в который проецируется плоскость γ , он ограничен отрезком 4'-4' – проекцией линии пересечения плоскостей среза β и γ :

- точки 4(4') построены;
- точки 5(5') и 6(6') построены по принадлежности соответствующим горизонтальным параллелям;
- точка 7(7') лежит на проекции главного фронтального меридиана.

!!! Поскольку горизонтальная проекция шара имеет вертикальную симметрию, точки обозначены на одной ее половине.

4-е действие. Выполнить графический анализ построенной горизонтальной проекции шара для определения ее очерка и внутреннего контура:

1. Горизонтальный очерк определяют:

- участок экватора 4'-4';
- участок окружности в плоскости α и участок эллипса в плоскости γ .

2. Внутренний контур определяют:

- невидимый участок эллипса;
- невидимый отрезок 3-3'.

5-е действие. Достроить профильную проекцию шара, построив проекции плоскостей срезов по профильным проекциям обозначенных точек, и определить видимость плоскостей срезов.

1. Плоскость среза α определяет видимый отрезок 2'''-2''', в который проецируется горизонтальная плоскость, точки 2(2''') которого лежат на главном профильном меридиане.

2. Плоскость среза β определяют видимые участки 3'''-4''' окружности, построенной по профильной параллели радиусом R_β (ось вращения $i_3 \perp W$); плоскость ограничена двумя видимыми отрезками 3'''-3''' и 4'''-4''' – проекциями линий пересечения плоскостей срезов α и β , β и γ .

3. Плоскость среза γ определяет видимый участок эллипса $4'''-5'''-6'''-7'''$, точки которого построены по принадлежности соответствующим параллелям:

- точки $4(4''')$ построены;
- точки $5(5''')$ построены по принадлежности профильной параллели;
- точки $6(6''')$ лежат на главном профильном меридиане;
- точка $7(7''')$ лежит на проекции главного фронтального меридиана.

6-е действие. Выполнить графический анализ построенной профильной проекции для определения ее очерка и внутреннего контура.

1. Профильный очерк шара определяют:

- участок главного профильного меридиана $2'''-2'''$;
- участок главного профильного меридиана $6'''-6'''$;
- участки окружности $3'''-4'''$;
- участки эллипса $4'''-5'''-6'''$.

2. Внутренний контур определяют:

- видимые отрезки $3'''-3'''$ и $4'''-4'''$ пересечения плоскостей срезов α и β , β и γ ;
- видимый участок эллипса $6'''-7'''-6'''$.

7-е действие. Оформить чертеж шара, выполнив толстыми сплошными линиями очерки и видимые линии внутреннего контура каждой проекции (оставить тонкими линиями полные очерки проекций и линии построения).

На рис. 4.87, б показан пример построения проекций открытого тора со срезами плоскостями частного положения.

План графических действий для решения задачи соответствует предложенному графическому алгоритму (к рис. 4.86):

1-е действие. По заданным размерам построить на правой половине чертежа тонкими линиями фронтальную, горизонтальную и профильную проекции половины открытого тора без срезов, а затем выполнить на его фронтальной и горизонтальной проекциях заданные по условию срезы фронтально-проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_V)$ и горизонтально-проецирующей плоскостью $\beta(\beta_H)$.

2-е действие. Обозначить на фронтальной и горизонтальной проекциях тора характерные и промежуточные точки и выполнить графический анализ плоскостей срезов:

1. Фронтально-проецирующая плоскость $\alpha(\alpha_V)$ пересекает поверхность тора по участку волнообразной кривой $1-2-3-4(1''-2''-3''-4'')$ (соответствует сечению 2).

2. Горизонтально-проецирующая плоскость $\beta(\beta_H)$ пересекает поверхность тора по кривой 4-го порядка $5-6-7-8(5'-6'-7'-8')$.

3-е действие. Достроить горизонтальную и фронтальную проекции тора и определить видимость плоскостей срезов:

1. Достроить горизонтальную проекцию тора, построив участок видимой волнообразной кривой по проекциям обозначенных точек $1(1')$, $2(2')$, $3(3')$ и $4(4')$, принадлежащих параллелям и основанию тора (алгоритм I, см. рис. 4.84); кривая ограничена линией $1'-1'$ пересечения плоскости среза α с окружностью основания $m(m'')$.

2. Достроить фронтальную проекцию тора, построив участок видимой кривой среза горизонтально-проецирующей плоскостью $\beta(\beta_H)$ по проекциям обозначенных точек $5(5'')$, $6(6'')$, $7(7'')$ и $8(8'')$ по их принадлежности параллелям и основанию

(алгоритм II, рис. 4.84).

4-е действие. Выполнить графический анализ достроенных проекций и определить их очерки и внутренний контур.

1. Фронтальный очерк определяют:

- отрезок $1''-4''$ – проекция плоскости среза $\alpha(\alpha_V)$;
- участок $4''-7''$ очерковой окружности $n_1(n_1'')$;
- внутренняя очерковая окружность $n_2(n_2'')$;
- проекции (прямые) окружностей основания $m(m'')$;
- участок $7''-8''$ проекции достроенной кривой в плоскости $\beta(\beta_H)$.

2. Внутренний контур фронтальной проекции определяет видимый участок кривой $6''-5''-6''-7''$ пересечения поверхности тора с плоскостью среза β .

3. Горизонтальный очерк определяют:

- отрезок $5'-8'$ – проекция плоскости среза $\beta(\beta_H)$;
- сверху – участок очерковой параллели t_2' (с частью окружности) и участок $1'-2'-3'$ волнообразной кривой;
- снизу – участок $3'-5'$ очерковой параллели t_1' и участок $1'-2'-3'$ волнообразной кривой.

4. Внутренний контур горизонтальной проекции определяют:

- видимый участок волнообразной кривой $3'-4'-3'$;
- невидимые участки окружностей оснований $m(m')$.

5-е действие. Достроить профильную проекцию тора, построив проекции плоскостей срезов по проекциям обозначенных точек, и определить видимость плоскостей срезов.

1. Плоскость среза α определяет видимый участок волнообразной кривой $1'''-2'''-3'''-4'''$, построенной по принадлежности точек $4(4''')$, $3(3''')$ и $1(1''')$ характерным линиям тора, а точка $2(2''')$ построена по координате y_2 .

2. Плоскость среза β определяет невидимый участок кривой среза $6'''-5'''-6'''-7'''-8'''$, построенный по принадлежности точек $5(5''')$ и $7(7''')$ соответствующим характерным линиям тора, а точки $6(6''')$ и $8(8''')$ построены по координатам y_6 и y_8 .

6-е действие. Выполнить графический анализ построенной профильной проекции для определения ее очерка и внутреннего контура.

1. Профильный очерк определяют:

- видимый участок волнообразной кривой $1'''-2'''-3'''-4'''$;
- справа – участок $3'''-5'''$ очерковой линии $t_1(t_1''')$;
- слева – участок $3'''-A'''$ очерковой линии $t_2(t_2''')$;
- совпадающие проекции (горизонтальная прямая) окружностей основания тора $m(m''')$.

2. Внутренний контур определяют:

- невидимый участок кривой $6'''-5'''-6'''-7'''-8'''$;
- невидимый участок образующей окружности $m_W(m_W''')$.

7-е действие. Оформить чертеж тора, выполнив толстыми сплошными линиями очерки и видимые линии внутреннего контура каждой проекции (оставить тонкими линиями полные очерки проекций и линии построения).

4.7. Графическая работа № 7 (лист 7, задача 13): геометрические тела; комбинированное геометрическое тело

Для решения задачи 13 следует повторить предыдущий материал начертательной геометрии о построении проекций геометрических тел со срезами плоскостями частного положения.

Тема 7. Поверхности. Геометрические тела:

1. Проекция прямой правильной призмы и правильной пирамиды.
2. Проекция прямого кругового цилиндра и прямого кругового конуса.
3. Проекция шара и тора.
4. Построение проекций точек на поверхностях геометрических тел.
5. Сечения геометрических тел плоскостями частного положения.

Задача 13. По заданным фронтальной и горизонтальной проекциям комбинированного тела с отверстиями и срезами плоскостями частного положения построить его профильную проекцию. Если требуется по условию задачи – достроить заданные проекции.

Графические условия вариантов задачи 13 даны в табл. 4.8.

Решение задач со сложными геометрическими формами, наружную и внутреннюю поверхность которых образуют комбинации нескольких простых геометрических тел со срезами, вырезами и отверстиями, учит читать чертежи пространственных форм любой сложности и оперировать этими формами в воображении, развивает пространственное мышление и является основой для изучения последующих разделов инженерной графики – проекционного и машиностроительного черчения.

Для успешного решения задач с комбинированными телами следует научиться выполнять последовательный графический анализ заданного условия, основанный на знании простых геометрических тел, который позволит не только решить задачу, но и создать в воображении пространственный образ комбинированного тела.

Последовательный графический анализ условия задачи определяет логический порядок графических действий для решения задачи, т.е. графический алгоритм.

На рис. 4.88, а, б, в показан пример поэтапного решения задачи, форма которой задана комбинированным телом, по предлагаемому графическому алгоритму:

1-е действие. Построить на чертеже по заданным размерам фронтальную и горизонтальную проекции комбинированного тела и определить положение базовой оси (б.о.) на горизонтальной проекции и положение базовой оси Z для построения его профильной проекции.

2-е действие. Выполнить графический анализ заданных проекций комбинированного тела:

1. Определить по характерным признакам на заданных проекциях геометрические тела, образующие форму комбинированного тела (см. рис. 4.88, а):

– прямой круговой горизонтально-проецирующий цилиндр ζ_1 определяется по прямоугольнику на фронтальной проекции и окружности на горизонтальной проекции;

– в цилиндре ζ_1 выполнено соосное горизонтально-проецирующее отверстие ζ_2 – определяется по тем же характерным признакам (образующие выполнены штриховыми линиями);

– прямая правильная горизонтально-проецирующая шестиугольная призма $Пр$ определяется по прямоугольнику на фронтальной проекции и шестиугольнику, вписанному в окружность, на горизонтальной проекции.

2. Определить формы линий пересечения, по которым плоскости срезов и вырезов пересекают поверхности формообразующих геометрических тел, и обозначить характерные точки, принадлежащие этим линиям (см. рис. 4.88, а):

– поверхности цилиндра ζ_1 и цилиндрического отверстия ζ_2 срезаны двумя симметричными профильными плоскостями $\alpha(\alpha_v)$, пересекающими эти поверхности по образующим 1-2 и 1_о-2_о (точки внутреннего контура отмечены знаком «о»);

– поверхности цилиндра ζ_1 и отверстия ζ_2 срезаны симметричными горизонтальными плоскостями $\beta(\beta_v)$,

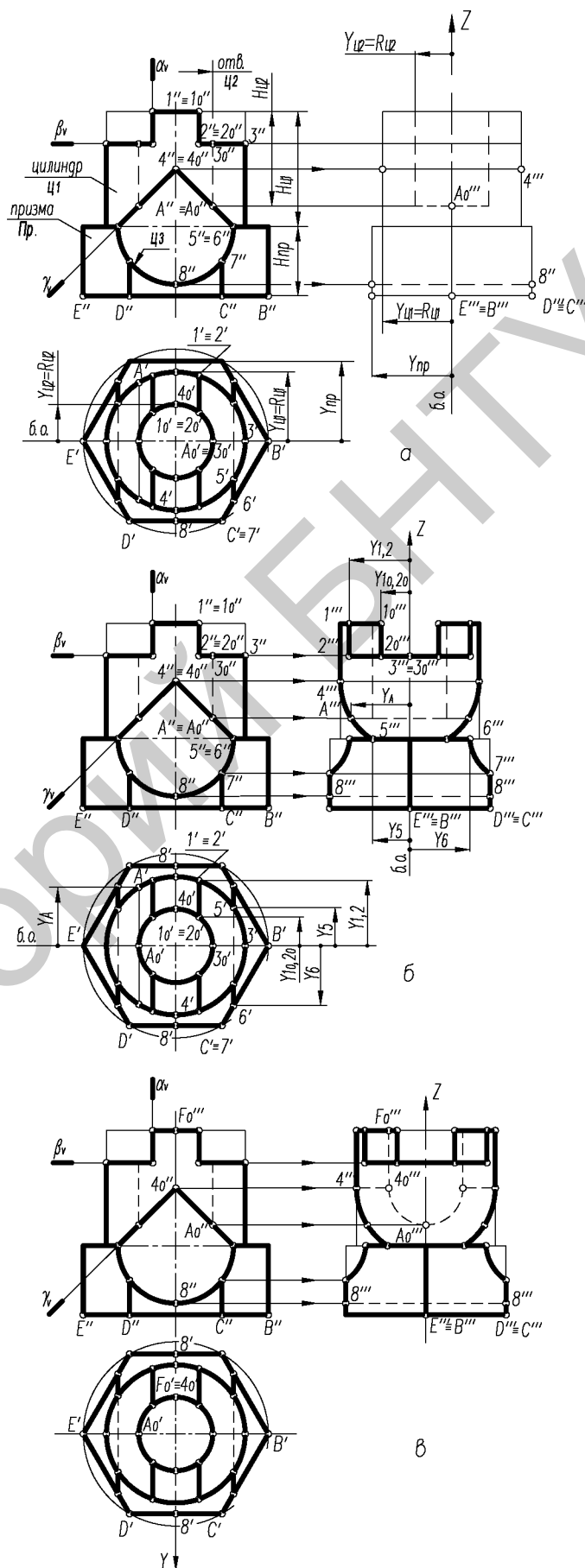


Рис. 4.88

пересекающими эти поверхности по участкам окружностей 2-3-2 и 2_о-3_о-2_о;

- в цилиндре Ц1 выполнено призматическое сквозное отверстие двумя симметричными фронтально-проецирующими плоскостями $\gamma(\gamma_V)$, пересекающими поверхность цилиндра Ц1 по участкам эллипсов 4-А-5, отверстие Ц2 – по участкам эллипсов 4_о-А_о;

- в шестиугольной призме Пр выполнено полуцилиндрическое фронтально-проецирующее сквозное отверстие Ц3, пересекающее грани призмы по участкам эллипсов 6-7 (грани ВС и DE) и по участкам окружностей 7-8 (грани CD).

!!! Поскольку заданные проекции комбинированного тела симметричны, точки обозначены на одной какой-либо половине каждой проекции.

3. Построить горизонтальные проекции отмеченных точек:

- точки 1(1'), 2(2'), 3(3'), 4(4') и 5(5') лежат на окружности радиусом $R_{Ц1}$ (проекция боковой поверхности Ц1);

- точки 6(6'), 7(7') и 8(8') лежат на сторонах шестиугольника (проекция боковой поверхности призмы Пр);

- точки 1_о(1_о'), 2_о(2_о'), 3_о(3_о'), А_о(А_о') и 4 (4_о') лежат на окружности радиусом $R_{Ц2}$ (проекция боковой поверхности цилиндрического отверстия Ц2).

3-е действие. Если по условию задачи в формообразовании комбинированного тела участвуют геометрические тела с непроецирующей боковой поверхностью (пирамида, конус, шар, тор или тороид), требуется в соответствии с выполненным графическим анализом по проекциям обозначенных точек д о с т р о и т ь на заданных проекциях (одной или обеих) линии пересечения поверхностей этих геометрических тел с плоскостями заданных срезов и вырезов (рис. 4.89, образец) и оформить очерки достроенных проекций.

В рассматриваемом примере формообразующими геометрическими телами являются горизонтально-проецирующие цилиндры и призма и, следовательно, 3-е действие выполнять не нужно.

4-е действие. Построить тонкими линиями (без заданных срезов и вырезов) профильные проекции формообразующих геометрических тел и внутренних элементов (рис. 4.88, а).

1. Профильную проекцию определяют:

- проекция цилиндра Ц1 – прямоугольник, ограниченный двумя очерковыми образующими с координатами $y_{Ц1}$, равными его радиусу $R_{Ц1}$, а по высоте $H_{Ц1}$ – горизонтальными отрезками проекций верхнего и нижнего оснований;

- проекция призмы Пр – прямоугольник, ограниченный двумя вырожденными в линии боковыми гранями CD с координатами $y_{Пр}$, а по высоте $H_{Пр}$ – горизонтальными отрезками проекций оснований (ребра E(E'') и B(B'')) совпадают с осью симметрии проекции и базовой осью Z).

2. Внутренний контур профильной проекции, предварительно выполненный тонкими штриховыми линиями, определяют:

- проекция цилиндрического отверстия Ц2 – прямоугольник, ограниченный двумя очерковыми образующими с координатами $y_{Ц2}$, равными его радиусу $R_{Ц2}$, с условной высотой $H_{Ц2}$;

- горизонтальные отрезки: проекция горизонтальной плоскости среза β ; линия 4-4(4'''-4''') пересечения фронтально-проецирующих плоскостей выреза γ .

профильно-проецирующая невидимая очерковая образующая $8-8(8'''-8''')$ фронтально-проецирующего отверстия $\zeta 3$; образующая $6-6(6'''-6''')$ отверстия $\zeta 3$ совпадает с проекцией верхнего основания призмы $Пр$.

5-е действие. Достроить профильную проекцию комбинированного тела, построив на его наружной и внутренней поверхностях линии пересечения с заданными плоскостями срезов и выреза:

1. Достроить линии пересечения на наружных поверхностях формообразующих геометрических тел – цилиндра $\zeta 1$ и призмы $Пр$ – по профильным проекциям обозначенных точек (см. рис. 4.88, б):

- построить видимые проекции образующих $1-2(1'''-2''')$ и $1_0-2_0(1_0'''-2_0''')$ по координатам $Y_{1,2}$ и $Y_{1_0,2_0}$ и горизонтальную видимую линию $2'''-2'''$, в которую проецируются участки окружности в плоскостях срезов $\beta(\beta_V)$;

- построить видимые участки эллипсов $4-A-5$ по проекциям точек: точки $4(4''')$ – на очерковых образующих цилиндра $\zeta 1$, точки $A(A''')$ и $5(5''')$ – по координатам Y_A и Y_5 ;

- построить видимые участки эллипсов $6-7$ на гранях $BC(\equiv DE)$ призмы по проекциям точек: точки $6(6''')$ – по координатам Y_6 ; точки $7(7''')$ – по принадлежности совпадающим проекциям ребер $C(C''')$ и $D(D''')$;

- проекции участков окружностей $7-8(7'''-8''')$ совпадают с проекциями граней $CD(C''' D''')$.

2. Достроить линии пересечения на внутренней поверхности комбинированного тела по профильным проекциям обозначенных точек (рис. 4.88, в):

- построить невидимые участки эллипсов 4_0-A_0 по проекциям точек: точки $4_0(4_0''')$ по принадлежности очерковым образующим F_0 отверстия $\zeta 2$ и точки $A_0(A_0''')$ – на образующих, совпадающих с осью этого отверстия.

6-е действие. Выполнить графический анализ построенной проекции для определения ее очерка и внутреннего контура.

1. Профильный очерк определяют:

- слева и справа – отрезки $1'''-4'''$ – участки очерковых образующих цилиндра $\zeta 1$; отрезки $7'''-C'''(-D''')$, совпадающие с вырожденными боковыми гранями CD призмы; участки эллипсов $4'''-A'''-5'''$ и $6'''-7'''$;

- сверху – горизонтальные отрезки до точек $1_0'''$ – участки верхнего основания цилиндра $\zeta 1$;

- снизу – горизонтальная линия нижнего основания призмы.

2. Внутренний видимый контур определяют:

- видимая горизонтальная линия $6'''-6'''$ – участок верхнего основания призмы;

- видимая вертикальная линия $E'''(\equiv B''')$ – ребра призмы, совпадающие с осью симметрии проекции;

- видимые образующие $1'''-2'''$ и $1_0'''-2_0'''$.

3. Внутренний невидимый контур проекции определяют:

- слева и справа – невидимые отрезки $F_0'''-4_0'''$ – существующие участки очерковых образующих отверстия $\zeta 2$;

- горизонтальные отрезки $4'''-4_0'''$ – существующие участки невидимой линии пересечения двух плоскостей выреза γ ;

- невидимый участок эллипса $4_0'''-A_0'''$;
- горизонтальная невидимая линия $8'''-8'''$ – очерковая образующая отверстия

ЦЗ.

7-е действие. Оформить чертеж комбинированного тела, выполнив толстыми линиями очерки и внутренний контур каждой проекции и штриховыми линиями невидимые контуры проекций (оставить тонкими линиями полные очерки геометрических тел и линии построения).

Образец выполнения листа 7 с задачей 13 показан на рис. 4.89.

Задача 13. По заданным фронтальной и горизонтальной проекциям комбинированного тела построить его профильную проекцию, построив, если требуется по условию, заданные проекции.

Графические условия вариантов задачи 13 даны в табл. 4.8.

Задачу выполнить на формате А3 чертежной бумаги.

План графических действий для решения задачи 13 соответствует предложенному алгоритму.

1-е действие. Построить на чертеже по заданным размерам фронтальную и горизонтальную проекции комбинированного тела и определить положение базовой оси (б.о.) на его горизонтальной проекции и базовой оси Z для построения профильной проекции.

2-е действие. Выполнить графический анализ заданных проекций комбинированного тела.

1. Определить по характерным признакам на заданных проекциях геометрические тела, образующие форму комбинированного тела:

- полушар в основании определяется по полуокружности на фронтальной проекции и окружности на горизонтальной проекции;

- прямая правильная четырехугольная горизонтально-проецирующая призма определяется по прямоугольнику на фронтальной проекции и четырехугольнику, вписанному в окружность, на горизонтальной проекции;

- цилиндрическое сквозное горизонтально-проецирующее отверстие определяется по прямоугольнику на фронтальной проекции (образующие выполнены штриховыми линиями) и окружности на горизонтальной проекции;

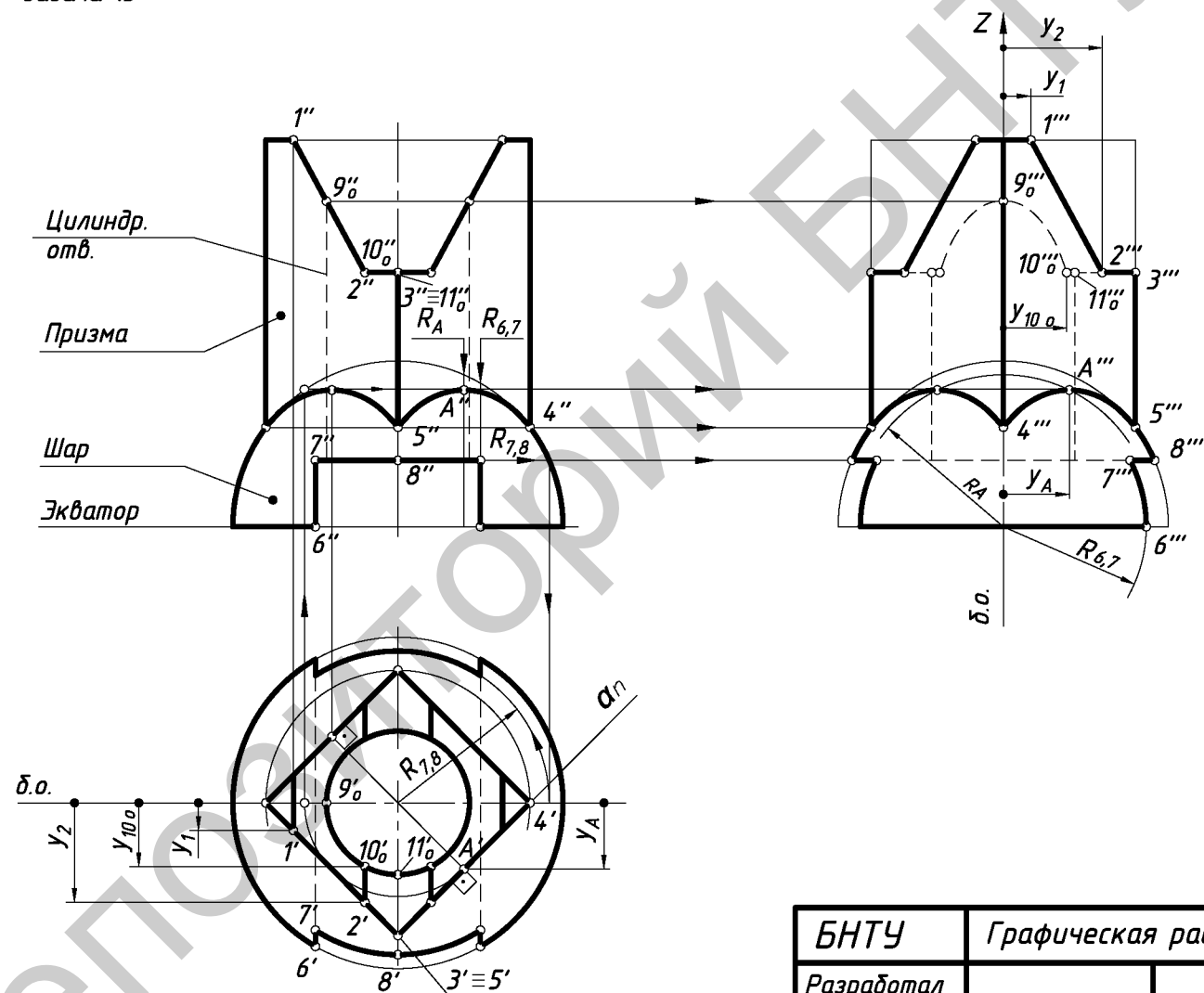
2. Определить формы линий пересечения, по которым плоскости вырезов пересекают поверхности формообразующих геометрических тел, и обозначить характерные точки, принадлежащие этим линиям:

- поверхность призмы пересекает сквозной призматический паз, образованный двумя симметричными фронтально-проецирующими плоскостями и горизонтальной плоскостью, по отрезкам 1-2 и 2-3 ломаной, а цилиндрическое отверстие – по участкам эллипса 9_0-10_0 и участкам окружности 10_0-11_0 ;

- поверхность шара пересекают две симметричные профильные плоскости по участкам окружностей 6-7 радиусом $R_{6,7}$, а горизонтальная плоскость – по участкам окружности 7-8-7 радиусом $R_{7,8}$; плоскости образуют в основании шара сквозной прямоугольный паз.

!!! Поскольку заданные проекции комбинированного тела симметричны, точки обозначены на одной половине проекции.

Задача 13



БНТУ	Графическая работа № 7			
Разработал			Лист 7	Вар.
Рецензент			Гр.	

Рис. 4.89

3. Построить горизонтальные проекции обозначенных точек:

– точки $1(1')$, $2(2')$ и $3(3')$ лежат на четырехугольнике боковой поверхности призмы;

– точки $9_0(9'_0)$, $10_0(10'_0)$ и $11_0(11'_0)$ лежат на окружности боковой поверхности цилиндрического отверстия.

3-е действие. Поскольку в формообразовании комбинированного тела участвует полушар, не имеющий боковой проецирующей поверхности, заданные фронтальную и горизонтальную проекции нужно достроить и оформить очерки этих проекций.

1. Достроить на фронтальной проекции линии пересечения боковых граней призмы с поверхностью шара:

– грани призмы пересекают поверхность шара по участкам окружностей $4-A-5$, горизонтальные проекции которых совпадают со сторонами четырехугольника (проекцией боковой поверхности призмы), а на фронтальную и профильную проецируются в виде участков эллипсов;

– построить видимые фронтальные проекции участков эллипсов $4-A-5(4''-A''-5'')$, построив фронтальные проекции этих точек;

– внутренний контур фронтальной проекции определяют два участка эллипсов $4-A-5(4''-A''-5'')$ (главный фронтальный меридиан шара не существует между точками $4(4'')$ и выполнен тонкой линией).

2. Достроить на горизонтальной проекции линии пересечения $6-7-8$ плоскостей паза с поверхностью шара:

– горизонтальная плоскость паза пересекает поверхность шара по окружности радиусом $R_{7,8}$, на которой определяются точки $7(7')$ и $8(8')$ видимых участков этой окружности;

– боковые профильные плоскости паза пересекают поверхность шара по участкам окружностей радиусом $R_{6,7}$, которые проецируются в видимые участки $6'-7'$ вертикальных прямых и невидимые отрезки $7'-7''$ (выполнены штриховыми линиями);

– горизонтальный очерк определяют видимые участки линий $6-7-8(6'-7'-8')$ (экватор шара не существует между точками $6(6')$ и выполнен тонкими линиями).

4-е действие. Построить тонкими линиями (без срезов и вырезов) профильные проекции формообразующих геометрических тел и внутренних элементов.

1. Профильную проекцию определяют:

– проекция шара – полуокружность заданным радиусом шара;

– проекция призмы – прямоугольник, ограниченный боковыми ребрами и линией верхнего основания.

Внутренний контур профильной проекции определяют:

– очерковые невидимые линии цилиндрического отверстия;

– горизонтальные отрезки: невидимая линия $2'''-2'''$ и видимые участки $3'''-2'''$ (проекция горизонтальной плоскости выреза в призме); невидимая линия $8'''-8'''$ (проекция горизонтальной плоскости паза).

5-е действие. Достроить профильную проекцию комбинированного тела,

построив на его наружной и внутренней поверхностях линии пересечения с заданными плоскостями вырезом:

1. Достроить линии пересечения на наружной поверхности полушара и призмы по профильным проекциям обозначенных точек:

- построить видимые участки ломаных $1-2-3(1''-2''-3'')$ на поверхности призмы;

- построить видимые участки эллипсов $4-A-5(4''-A''-5'')$ – линии пересечения полушара и призмы;

- построить видимые участки линии $6-7-8(6''-7''-8'')$ на поверхности полушара.

2. Достроить линии пересечения на внутренней поверхности комбинированного тела по профильным проекциям обозначенных точек:

- построить невидимый участок эллипса $9_0''-10_0''$: по принадлежности точек 9_0 характерным образующим цилиндрического отверстия, а точки 10_0 – по координате y_{10} .

- построить невидимые отрезки 10_0-11_0 – проекции горизонтальной плоскости выреза в призме.

6-е действие. Выполнить графический анализ построенной профильной проекции для определения ее очерка и внутреннего контура.

1. Профильный очерк определяют:

- слева и справа – участки $3''-5''$ очерковых ребер призмы; ломаные линии $1''-2''-3''$ выреза в призме; участки $5''-8''$ профильного меридиана шара; линии $6''-7''-8''$ призматического паз в шаре;

- сверху – отрезок $1''-1''$ верхнего основания призмы;

- снизу – отрезок $6''-6''$ основания (экватора) шара.

2. Внутренний видимый контур проекции определяют:

- участок ребра, совпадающий с осью симметрии профильной проекции;

- участки эллипсов $4''-A''-5''$.

3. Внутренний невидимый контур проекции определяют:

- слева и справа – невидимые отрезки очерковых образующих цилиндрического отверстия от точек $11_0''$ до горизонтальной невидимой линии $8''-8''$ (паз в шаре);

- невидимый участок эллипса $9_0''-10_0''$;

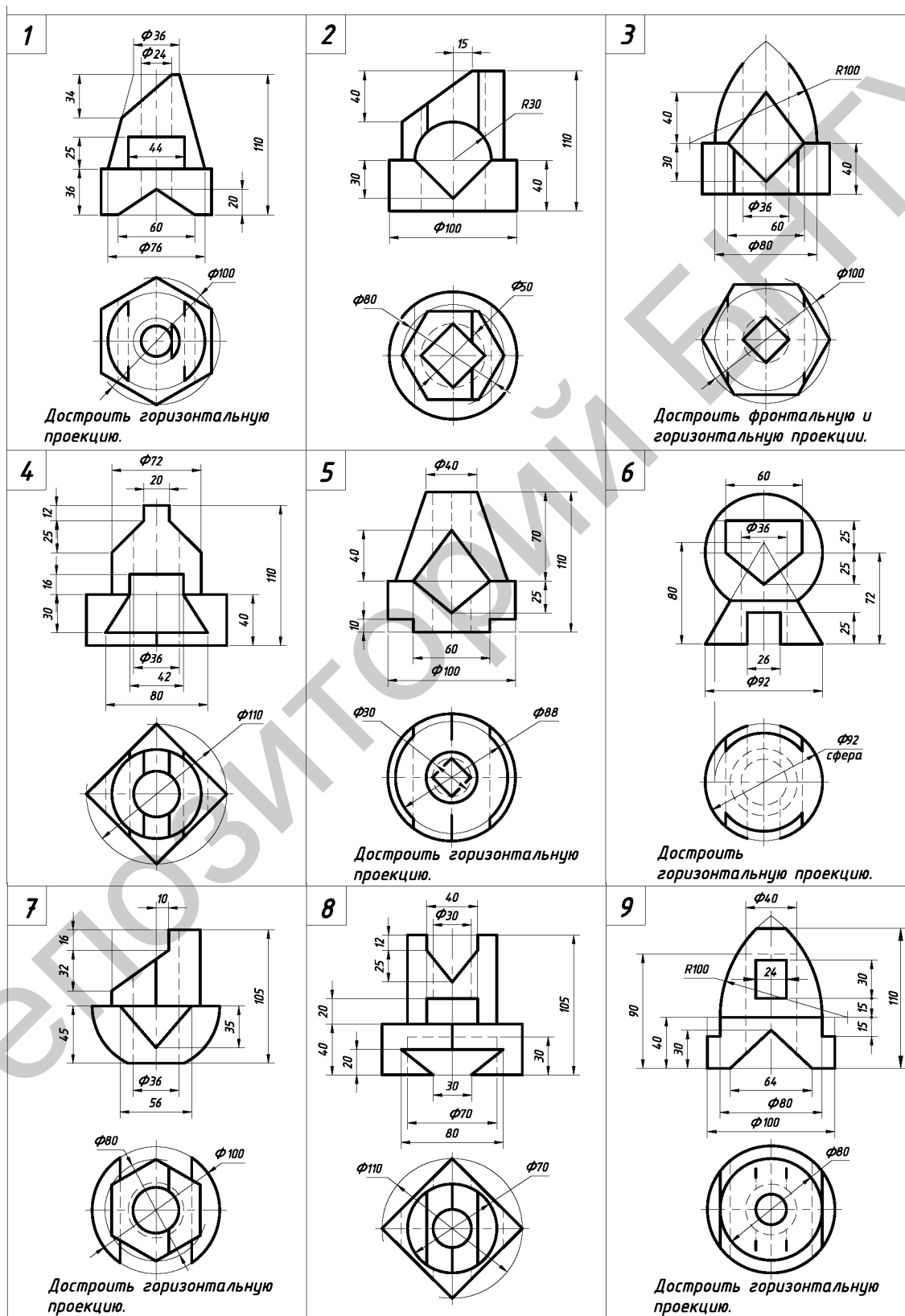
- невидимые горизонтальные отрезки $10_0''-2''$.

7-е действие. Оформить чертеж комбинированного тела, выполнив толстыми линиями видимые очерки и внутренние контуры каждой проекции и штриховыми линиями невидимые контуры проекций (оставить тонкими линиями полные очерки геометрических тел и линии построений).

Графическая работа № 7

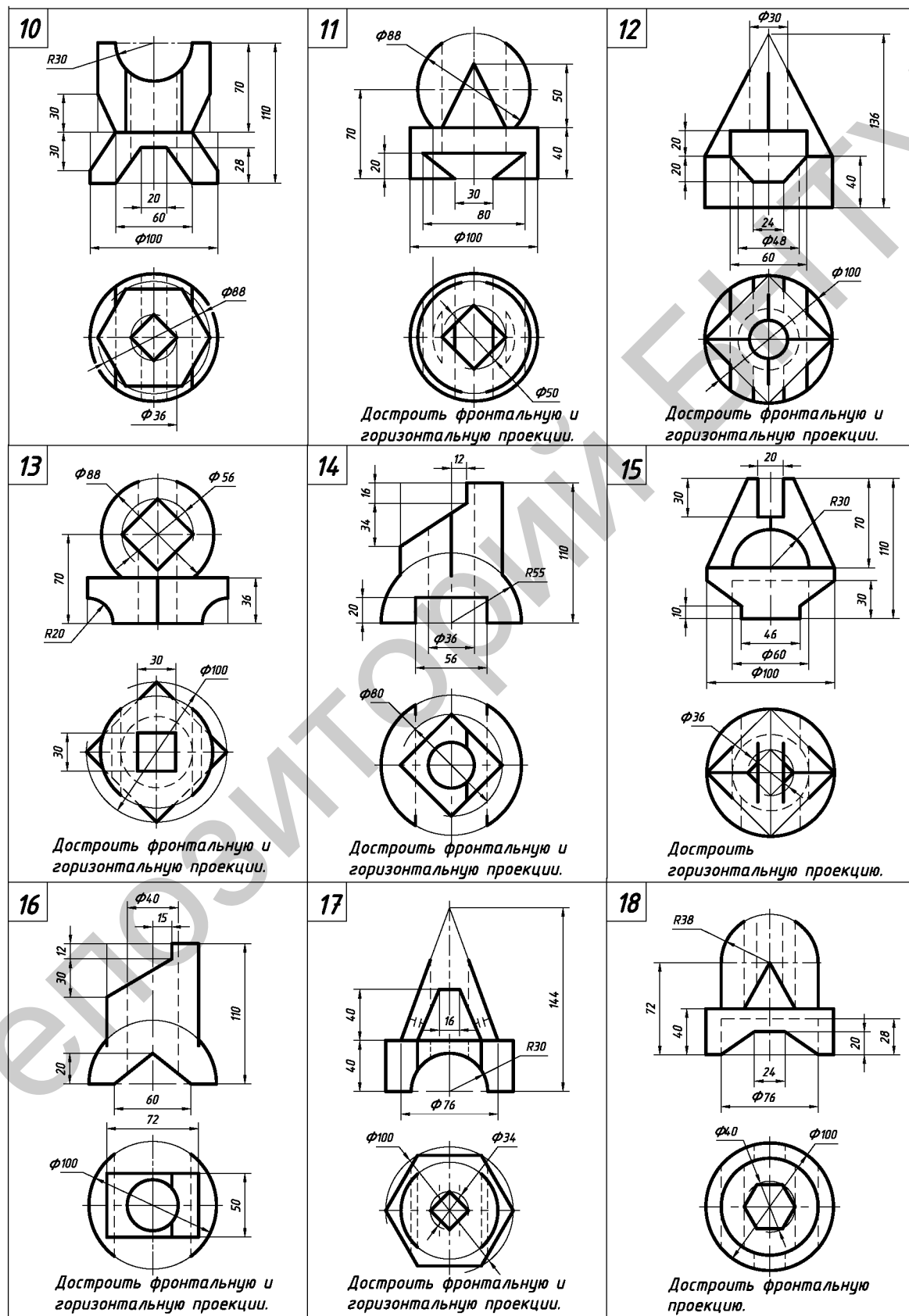
Лист 7. Задача 13 (варианты 1–9).

Тема: геометрические тела; комбинированное геометрическое тело



Лист 7. Задача 13 (варианты 10–18).

Тема: геометрические тела; комбинированное геометрическое тело



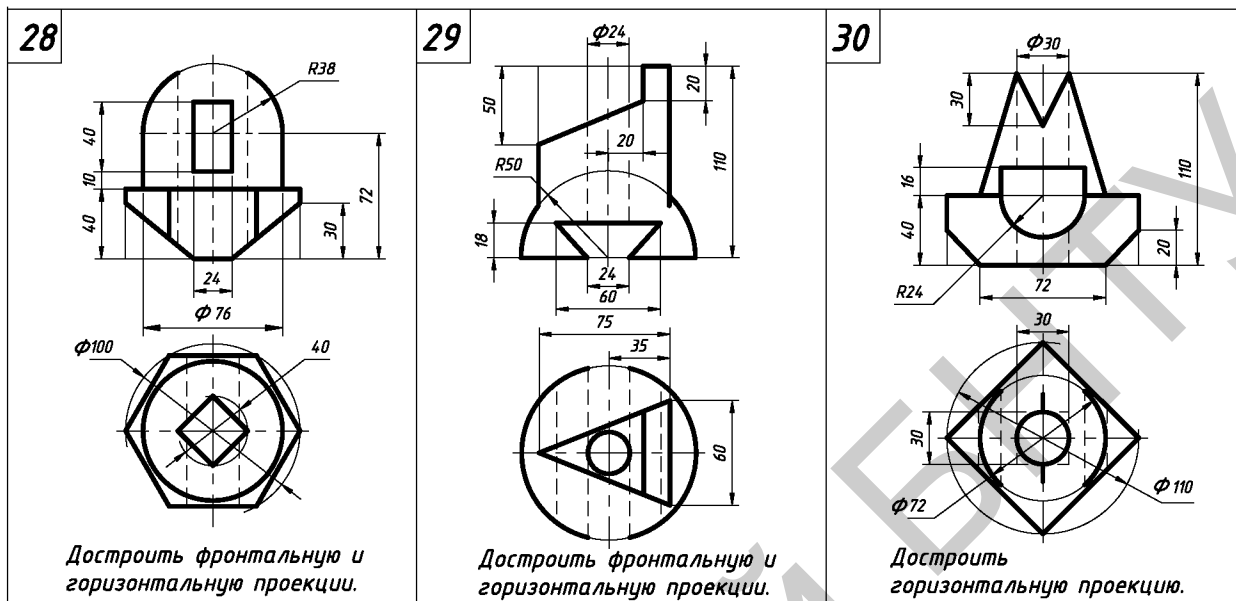
Лист 7. Задача 13 (варианты 19–27).

Тема: геометрические тела; комбинированное геометрическое тело

19 Достроить фронтальную и горизонтальную проекции	20 Достроить фронтальную и горизонтальную проекции	21 Достроить фронтальную и горизонтальную проекции
22 Достроить фронтальную и горизонтальную проекции	23 Достроить горизонтальную проекцию	24 Достроить горизонтальную проекцию
25 Достроить фронтальную и горизонтальную проекции	26 Достроить фронтальную и горизонтальную проекции.	27 Достроить фронтальную и горизонтальную проекции.

Лист 7. Задача 13 (варианты 28–30).

Тема: геометрические тела; комбинированное геометрическое тело

**4.8. Графическая работа № 8 (лист 8, задача 14):**

сечение поверхности плоскостью общего положения

Для решения задачи 14 следует повторить изложенные выше темы начертательной геометрии.

Плоскость:

– плоскости общего и частного положения (плоскости проецирующие и плоскости уровня);

– прямые особого положения в плоскости: фронталь и горизонталь плоскости;

Поверхности – геометрические тела:

– проекции геометрических тел (призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара, тора и тороида);

– построение проекций точек на поверхности геометрических тел;

– сечение геометрических тел плоскостями частного положения.

Преобразование чертежа:

– способ замены плоскостей проекций (задачи 1, 2, 3 и 4).

Тема 8. Сечение поверхности плоскостью общего положения

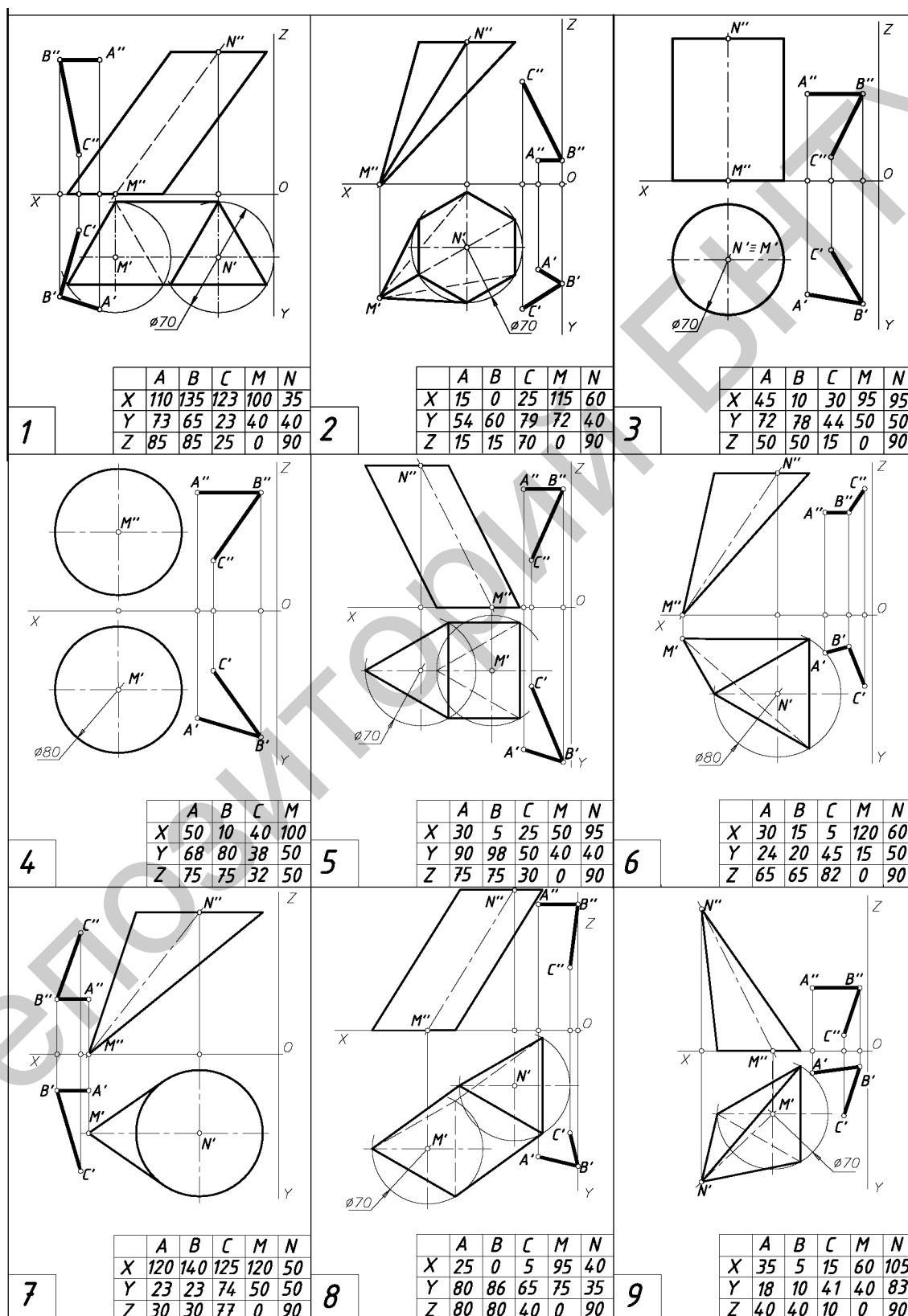
Задача 14. Построить натуральную величину сечения геометрического тела плоскостью общего положения способом замены плоскостей проекций и достроить горизонтальную и фронтальную проекции линии пересечения геометрического тела с плоскостью с учетом видимости этой линии на проекциях геометрического тела. Преобразование плоскости выполнять относительно горизонтали плоскости.

Графические условия вариантов задачи 14 даны в табл. 4.9.

Графическая работа № 8

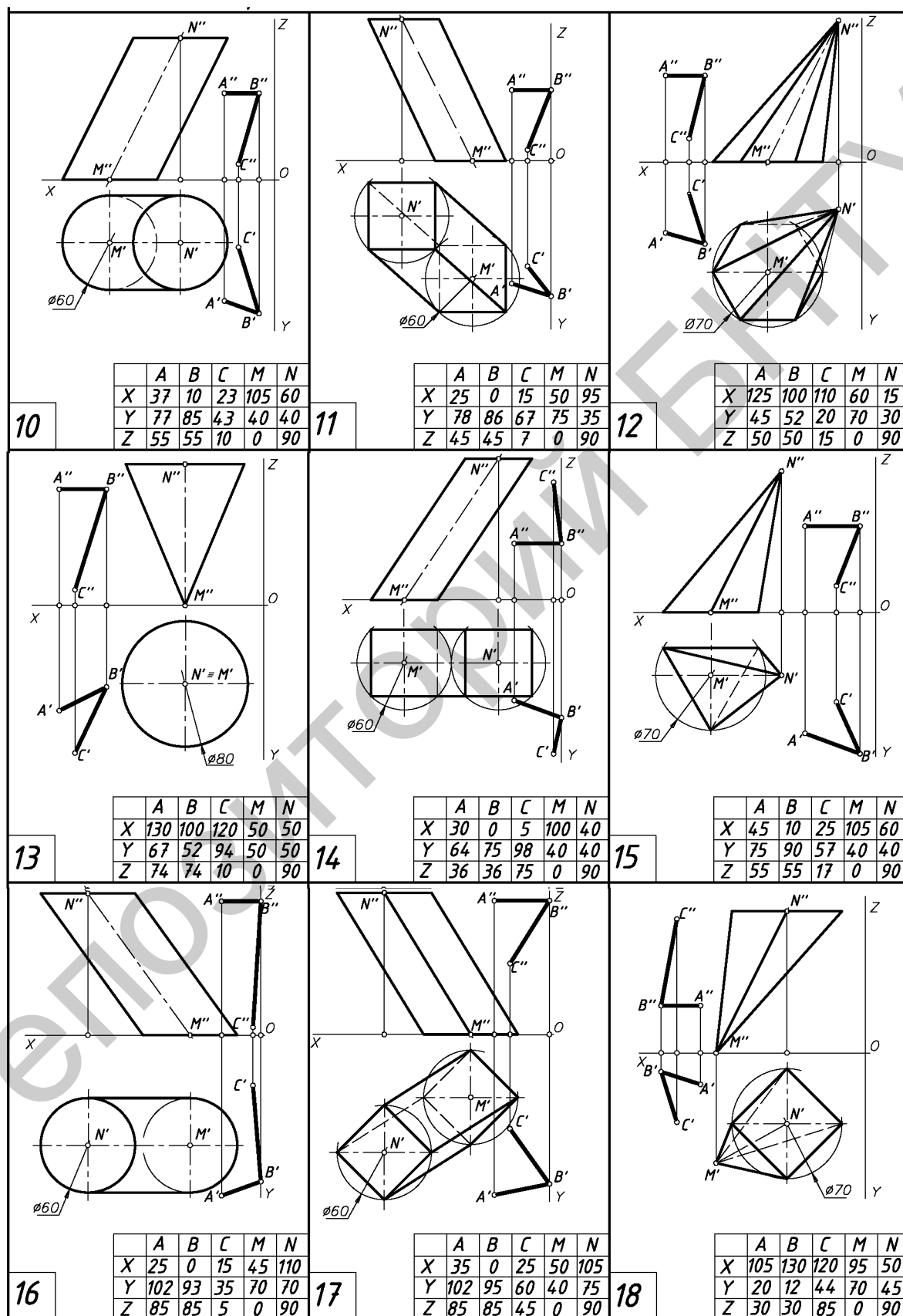
Лист 8. Задача 14 (варианты 1–9).

Тема: сечение поверхности плоскостью общего положения



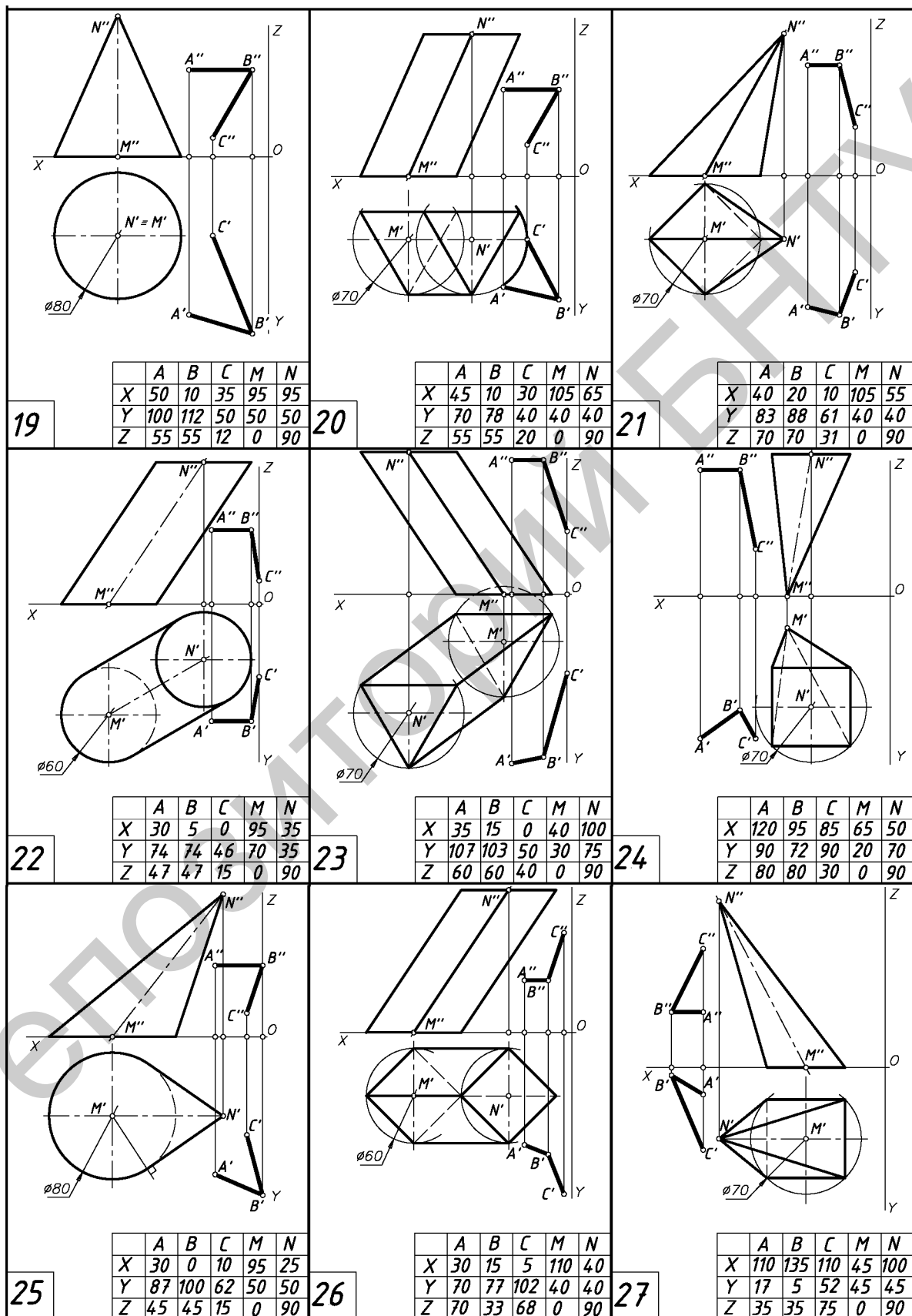
Лист 8. Задача 14 (варианты 10–18).

Тема: сечение поверхности плоскостью общего положения



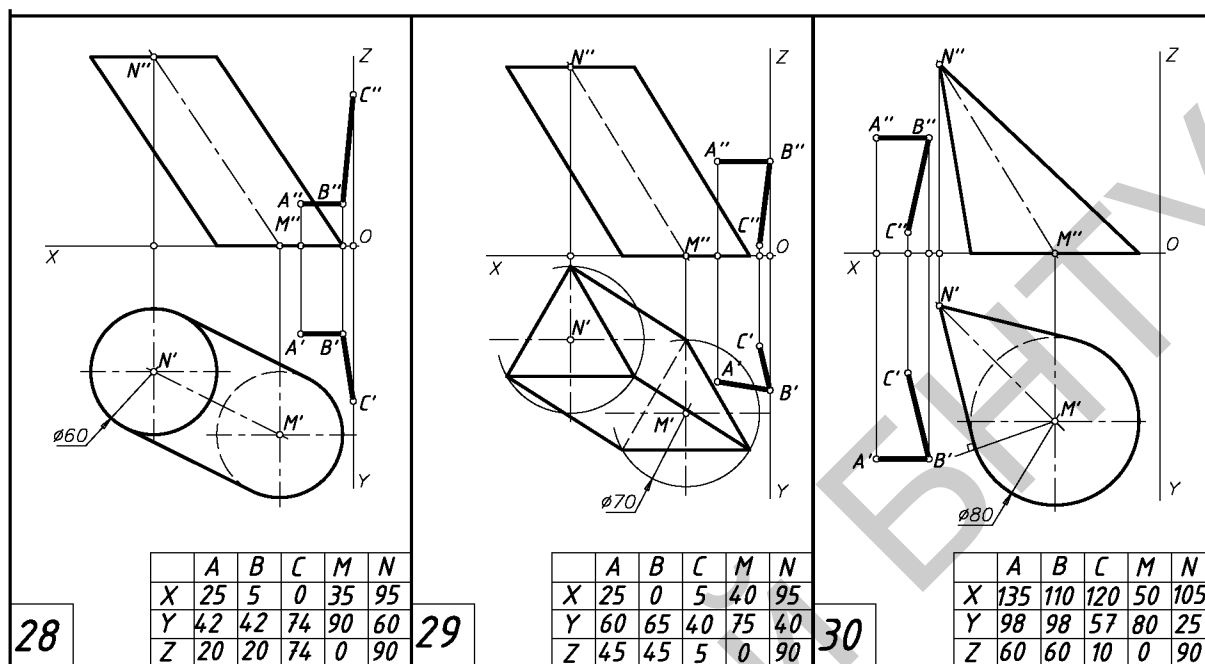
Лист 8. Задача 14 (варианты 19–27).

Тема: сечение поверхности плоскостью общего положения



Лист 8. Задача 14 (варианты 28–30).

Тема: сечение поверхности плоскостью общего положения



Поверхности геометрических тел могут пересекаться плоскостями, занимающими относительно плоскостей проекций частные (проецирующие или уровня) или общие положения:

Первый случай, когда сечения геометрических тел выполнены плоскостями частного положения, был подробно рассмотрен в темах 4, 5 и 6: «Поверхности. Поверхности гранные. Поверхности вращения». Построение проекций линии пересечения выполнялось в этих частных случаях по принадлежности точек их линий поверхностям геометрических тел по определенным графическим алгоритмам, приведенным в рассмотренных темах.

На рис. 4.90 показан еще один пример построения горизонтальной проекции линии пересечения поверхности тороида (самопересекающийся тор) фронтально-проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_V)$.

Графические действия для построения горизонтальной проекции линии пересечения в этом случае выполняется в следующем порядке:

1-е действие. Обозначить характерные 1, 4 и 6 и промежуточные 2, 3 и 5 точки на заданной фронтальной проекции линии пересечения, совпадающей с вырожденной проекцией плоскости сечения α .

2-е действие. Построить горизонтальные проекции обозначенных точек по их принадлежности параллелям тороида.

3-е действие. Соединить построенные горизонтальные проекции точек плавной кривой, имеющей форму овала (видимая кривая).

Во втором случае, когда сечения геометрических тел выполнены плоскостями общего положения, для более удобного решения задачи следует изменить заданное графическое условие таким образом, чтобы один из графических образов занял

относительно плоскостей проекций частное положение, т.е. привести условие к первому частному случаю.

По условию задачи преобразовать в частное положение из двух заданных образов (геометрического тела и плоскости) возможно только плоскость общего положения.

Напоминаем, что для преобразования плоскости общего положения в плоскость проецирующую следует выполнить задачу 3 преобразования способом замены плоскостей проекций (см. рис. 4.51). Это возможно только в том случае, если прямая уровня заданной плоскости — горизонталь или фронталь — преобразуется в проецирующую прямую (задача 2, см. рис. 4.47 и 4.48): для преобразования в горизонтально-проецирующую плоскость используется фронталь, для преобразования во фронтально-проецирующую плоскость — горизонталь.

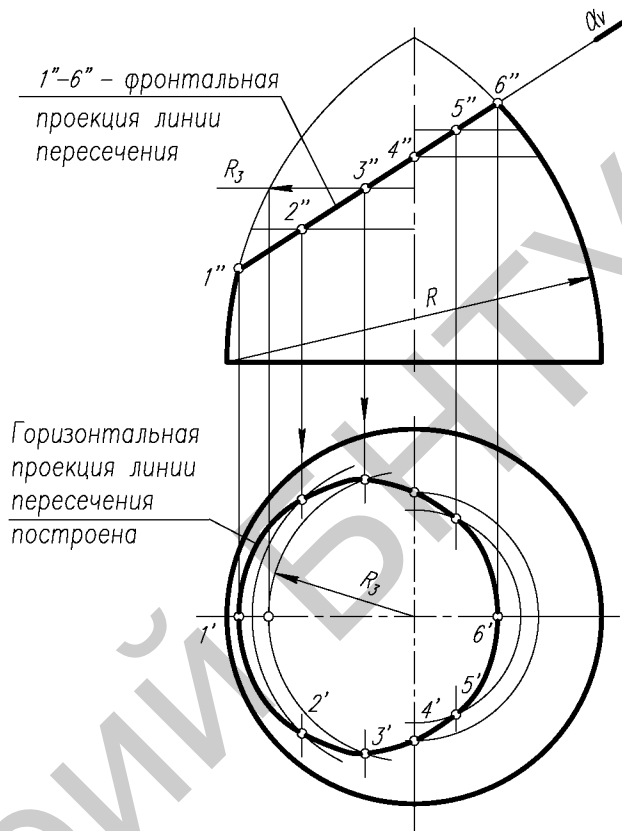


Рис. 4.90

Для определения натуральной величины сечения поверхности заданной плоскостью следует далее преобразовать построенную после 1-го преобразования проецирующую плоскость в плоскость уровня, т.е. решить задачу 4 замены плоскостей проекций (см. рис. 4.54).

На рис. 4.91 показано последовательное двойное преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня способом замены плоскостей проекций.

Графический алгоритм последовательного преоб-

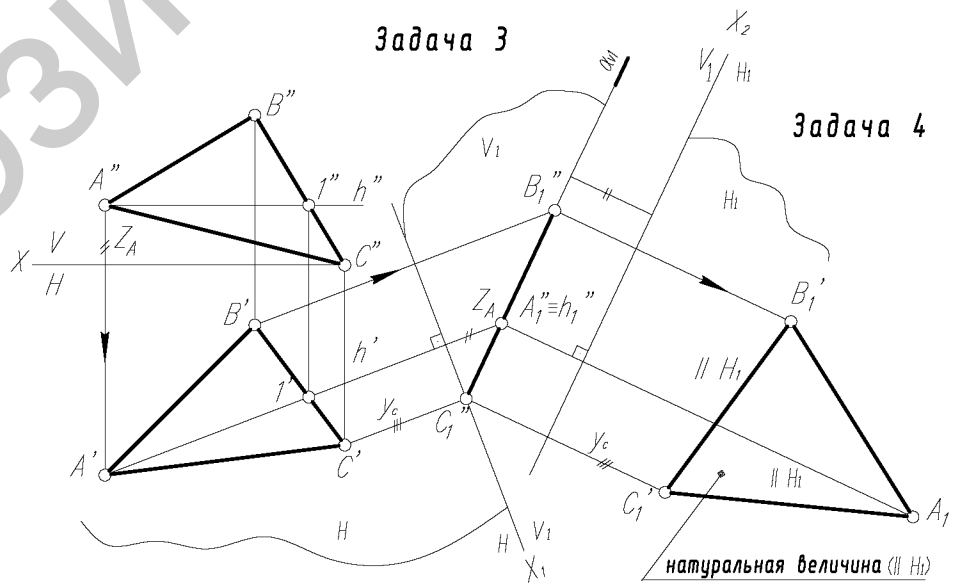


Рис. 4.91

разования заданной плоскости общего положения $\alpha(\Delta ABC)$ в плоскость уровня выполняется двумя заменами плоскостей проекций в следующем порядке:

1-е действие. Задать на чертеже ось исходной системы плоскостей проекций $x-V/H$ (через точку C (C'')).

2-е действие. Провести в плоскости линию уровня. В данной задаче провести горизонталь $h(h'', h')$.

I. Первая замена плоскостей проекций – преобразовать плоскость общего положения ABC в плоскость проецирующую (задача 3):

3-е действие. Ввести первую дополнительную систему плоскостей проекций x_1-H/V_1 с осью проекций x_1 , перпендикулярной горизонтальной проекции горизонтали $h(h')$ плоскости.

4-е действие. Построить в первой дополнительной системе фронтальную проекцию $A''_1 B''_1 C''_1$ плоскости ABC по координатам $z(z_A)$, взятым из заданной исходной системы $x-V/H$: плоскость спроецировалась в линию, т.е. преобразовалась во фронтально-проецирующую плоскость (перпендикулярна V_1).

II. Вторая замена плоскостей проекций – преобразовать плоскость проецирующую в плоскость уровня (задача 4):

5-е действие. Ввести вторую дополнительную систему плоскостей проекций x_2-V_1/H_1 с осью проекций x_2 , параллельной вырожденной в линию проекции плоскости $ABC(A''_1 B''_1 C''_1)$, построенной в результате первого преобразования.

6-е действие. Построить во второй дополнительной системе горизонтальную проекцию $A'_1 B'_1 C'_1$ плоскости ABC по координатам $y(y_C)$, взятым из предыдущей системы x_1-H/V_1 до предыдущей оси проекций x_1 : плоскость спроецировалась в треугольник $A'_1 B'_1 C'_1$, имеющий натуральную величину как плоскость уровня (параллельна H_1).

На рис. 4.92 показан пример построения натуральной величины сечения прямой правильной четырехугольной призмы плоскостью общего положения $\alpha(ABC)$, заданной треугольником, и построение проекций линии пересечения поверхности призмы этой плоскостью на заданных проекциях призмы.

Задача решена двумя заменами плоскостей проекций, т.е. двумя последовательными преобразованиями по следующему графическому алгоритму:

1-е действие. Построить проекции геометрического тела и секущей плоскости $\alpha(ABC)$ и задать на чертеже систему плоскостей проекций $x-V/H$ так, чтобы ось проекций x совпала с фронтальной проекцией нижнего основания заданной призмы.

2-е действие. Провести в плоскости горизонталь $h(h'', h')$; по заданному графическому условию, горизонталью $h(h'', h')$ плоскости является ее сторона AB .

I. Первая замена плоскостей проекций – преобразовать плоскость общего положения $\alpha(ABC)$ в проецирующую.

3-е действие. Ввести первую дополнительную систему плоскостей проекций x_1-H/V_1 с осью x_1 , перпендикулярной горизонтальной $h(h')$ проекции горизонтали (стороне $A'B'$).

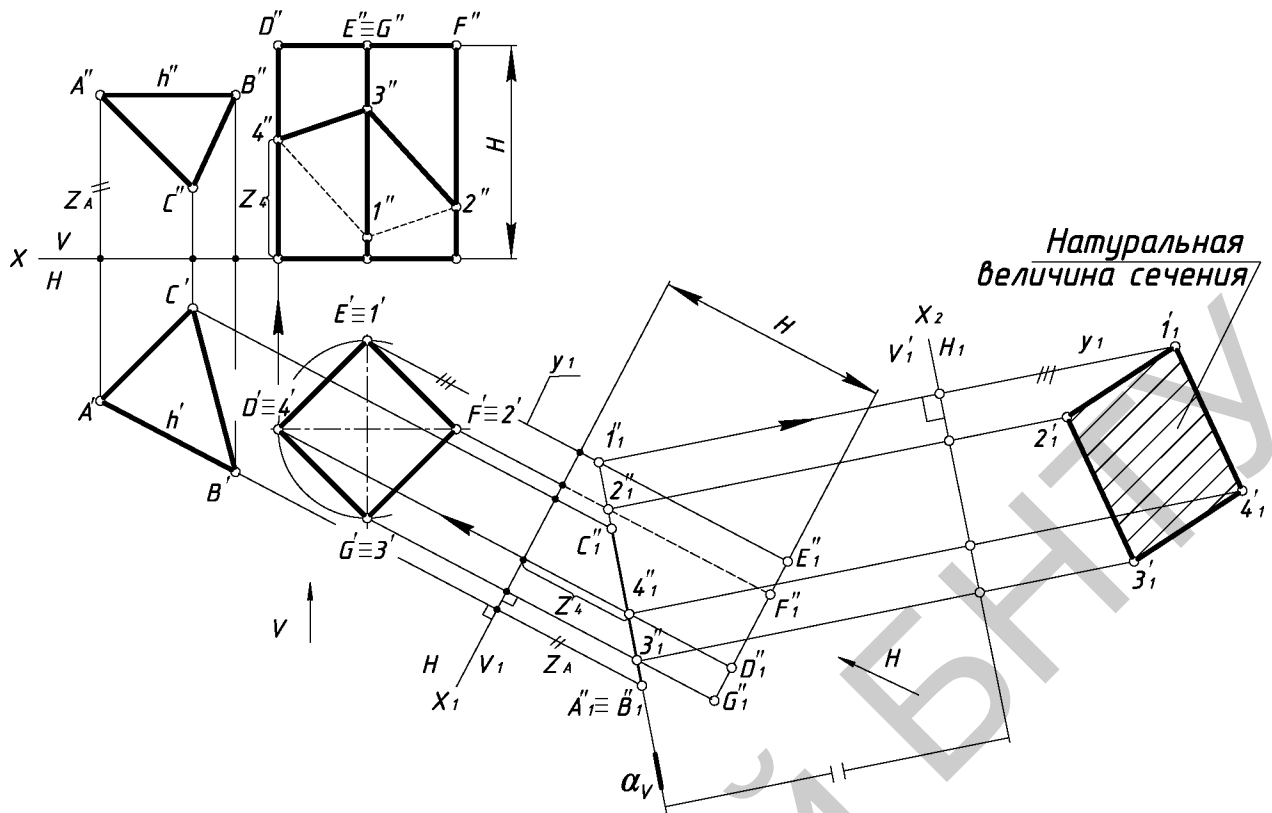


Рис. 4.92

4-е действие. Построить тонкими линиями в первой дополнительной системе фронтальные проекции плоскости ABC и призмы $DEFG$ (точки отмечены на верхнем основании призмы) по координатам $z(z_A)$, взятым из заданной системы $X-V/H$; в результате преобразования плоскость спроецировалась в прямую линию и заняла положение фронтально-проецирующей, а призма спроецировалась в прямоугольник высотой H .

1. Обозначить на преобразованной проекции характерные точки $1(1_1'')$, $2(2_1'')$, $3(3_1'')$ и $4(4_1'')$ на ребрах призмы, по которым плоскость сечения пересекает ее поверхность (плоская ломаная линия $1_1''-2_1''-3_1''-4_1''$ пересечения совпадает с вырожденной проекцией плоскости сечения).

!!! В результате выполнения первой замены плоскостей проекций графическое условие задачи преобразовано в частный случай сечения геометрического тела фронтально-проецирующей плоскостью.

II. Вторая замена плоскостей проекций – преобразовать плоскость сечения в плоскость уровня.

5-е действие. Ввести вторую дополнительную систему плоскостей проекций X_2-V_1/H_1 с осью проекций X_2 , параллельной вырожденной проекции плоскости сечения, полученной в результате первого преобразования.

6-е действие. Построить во второй дополнительной системе горизонтальную $1_1'-2_1'-3_1'-4_1'$ проекцию ломаной линии сечения по координатам $y(y_1)$, взятым из предыдущей дополнительной системы x_1-H/V_1 до оси проекций X_1 ; полученная в результате второго преобразования проекция плоскости сечения параллельна

дополнительной плоскости проекций H_1 , т.е. является плоскостью уровня и определяет натуральную величину сечения.

III. Достроить на заданных проекциях призмы горизонтальную и фронтальную проекции ломаной линии пересечения секущей плоскости α с поверхностью призмы и определить видимость этой линии на проекциях.

7-е действие. Построить по линиям обратной связи горизонтальную проекцию ломаной линии сечения $1'-2'-3'-4'$ на заданной горизонтальной проекции призмы по принадлежности обозначенных точек ребрам призмы (обратным проецированием) и определить ее видимость (линия совпадает с проекцией боковой поверхности призмы).

8-е действие. Построить по линиям обратной связи фронтальную проекцию $1''-2''-3''-4''$ ломаной линии сечения на заданной фронтальной проекции призмы по принадлежности обозначенных точек ребрам призмы, используя координаты $Z(Z_4)$ из первой дополнительно системы x_1-H/V_1 ; определить видимость ломаной линии пересечения на поверхности призмы: невидимый участок $2''-1''-4''$ – на невидимых гранях призмы; видимый участок $2''-3''-4''$ – на видимых гранях призмы.

О б р а з е ц выполнения листа 8 с задачей 14 показан на рис. 4.93.

Задача 14. Построить натуральную величину сечения наклонной четырехугольной пирамиды плоскостью общего положения $\alpha(AB \cap BC)$, заданной двумя пересекающимися прямыми AB и BC , и построить проекции ломаной линии пересечения плоскости α с поверхностью пирамиды на заданных проекциях.

Задачу выполнить на формате А3 чертежной бумаги.

Графические условия вариантов задачи 14 даны в табл. 4.9.

П л а н графических действий для решения задачи соответствует предложенному графическому алгоритму:

1-е действие. Построить на чертеже по заданным координатам фронтальную и горизонтальную проекции наклонной пирамиды и плоскости сечения $\alpha(AB \cap BC)$ и задать на чертеже систему плоскостей проекций $x-V/H$ с осью проекций x , совпадающей на фронтальной проекции пирамиды с ее основанием.

2-е действие. Провести в плоскости горизонталь $h(h'', h')$ – использовать прямую $AB(A''B'', A'B')$ заданной плоскости сечения.

I. Первая замена плоскостей проекций – преобразовать плоскость общего положения $\alpha(AB \cap BC)$ во фронтально-проецирующую плоскость.

3-е действие. Ввести первую дополнительную систему плоскостей проекций x_1-H/V_1 с осью проекций x_1 , перпендикулярной горизонтальной проекции h' горизонтали $(A'B')$.

4-е действие. Построить в первой дополнительной системе фронтальные проекции плоскости α и наклонной пирамиды по координатам Z (отмечены двумя черточками для точек $A(A'')$ и $B(B'')$ и тремя черточками для точки $N(N''')$), взятым в заданной системе $x-V/H$; в результате преобразования секущая плоскость спроецировалась в прямую и заняла положение фронтально-проецирующей, а пирамида спроецировалась в треугольник.

Задача 14

	A	B	C	M	N
x					
y					
z					

Заполнить

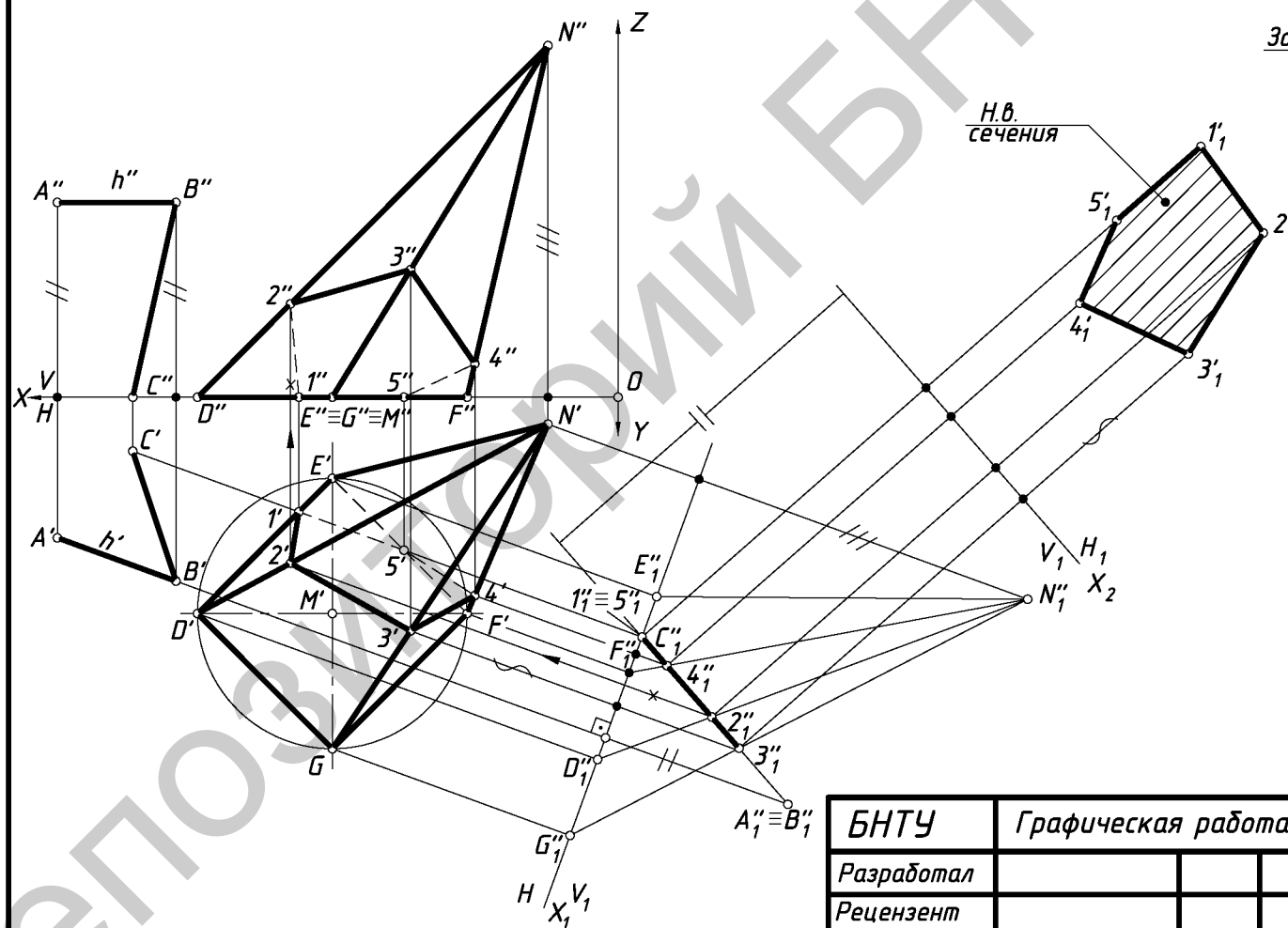


Рис. 4.93

Обозначить характерные точки $1(1'')$, $2(2'')$, $3(3'')$, $4(4'')$ и $5(5'')$ ломаной линии, по которой плоскость сечения пересекает ребра и основание пирамиды (проекция точек $1_1''$ и $5_1''$ совпадают).

II. Вторая замена плоскостей проекций – преобразовать плоскость сечения пирамиды в плоскость уровня.

5-е действие. Ввести вторую дополнительную систему плоскостей проекций x_2-V_1/H_1 с осью проекций x_2 , параллельной плоскости сечения, полученной в результате первого преобразования.

6-е действие. Построить во второй дополнительной системе горизонтальную проекцию сечения $1_1'-2_1'-3_1'-4_1'-5_1'$ по координатам y (y_3) (отмечена знаком «~» для точки $3_1'$), взятым из предыдущей дополнительной системы x_1-H/V_1 до оси проекций x_1 ; полученная в результате второго преобразования проекция плоскости сечения параллельна дополнительной плоскости проекций H_1 , т.е. является плоскостью уровня и определяет натуральную величину сечения.

III. Достроить на заданных проекциях пирамиды горизонтальную и фронтальную проекции ломаной линии пересечения секущей плоскости с поверхностью пирамиды и определить видимость этой линии на проекциях.

7-е действие. Построить по линиям обратной связи горизонтальную проекцию $1'-2'-3'-4'-5'$ ломаной линии пересечения на заданной горизонтальной проекции пирамиды по принадлежности обозначенных точек ребрам и основанию пирамиды; определить видимость ломаной: участок $1'-2'-3'-4'$ – видимый (лежит на видимых гранях), участок $4'-5'-1'$ – невидимый.

8-е действие. Построить по линиям связи фронтальную проекцию ломаной линии $1''-2''-3''-4''-5''$ пересечения на заданной фронтальной проекции пирамиды по принадлежности обозначенных точек ребрам и основанию пирамиды; определить видимость ломаной: участок $2''-3''-4''$ – видимый на видимых гранях, а участки $4''-5''$ и $1''-2''$ – невидимые, участок $1''-5''$ лежит на основании пирамиды.

4.9. Графическая работа № 9 (лист 9, задачи 15 и 16): пересечение поверхностей

Для решения задач 15 и 16 следует проработать и усвоить необходимый материал по начертательной геометрии:

Тема 9. Пересечение поверхностей и способы построения линий пересечения поверхностей.

1. Частные случаи пересечения поверхностей.
2. Общие случаи пересечения поверхностей, когда для построения линий пересечения применяются специальные способы построения с помощью посредников:

- а) способ вспомогательных секущих плоскостей уровня;
- б) способ вспомогательных концентрических сфер;
- в) способ вспомогательных эксцентрических сфер.

Задача 15. Построить проекции линии пересечения поверхностей способом вспомогательных секущих плоскостей на двух заданных по условию проекциях пересекающихся геометрических тел.

Графические условия вариантов задачи 15 даны в табл. 4.10.

Задача 16. Построить проекции линии пересечения способом вспомогательных концентрических или эксцентрических сфер на двух заданных проекциях пересекающихся геометрических тел.

Графические условия вариантов задачи 16 даны в табл. 4.11.

Краткое изложение материала начертательной геометрии к задачам 15 и 16

Пересечение поверхностей и способы построения линий пресечения

Линия пересечения принадлежит обеим пересекающимся поверхностям и образуется множеством их общих точек. Следовательно, построение линии пересечения поверхностей сводится к построению этих общих точек.

При пересечении поверхностей вращения порядок линии пересечения определяется умножением порядков пересекающихся поверхностей. Например, если пересекаются круговой конус (поверхность 2-го порядка) и сфера (поверхность 2-го порядка), то линия пересечения является кривой 4-го порядка.

Определение способа построения линии пересечения зависит от взаимного расположения пересекающихся поверхностей, а также от их расположения относительно плоскостей проекций.

Из всех возможных вариантов пересечения поверхностей геометрических тел в зависимости от их взаимного расположения можно выделить четыре случая, которые позволяют определить и представить форму линии пересечения поверхностей:

I случай. Частичное врезание (рис. 4.94). В этом случае линией пересечения – одна замкнутая пространственная линия.

II случай. Полное проникание (рис. 4.95). В этом случае линией пересечения являются две замкнутые пространственные линии.

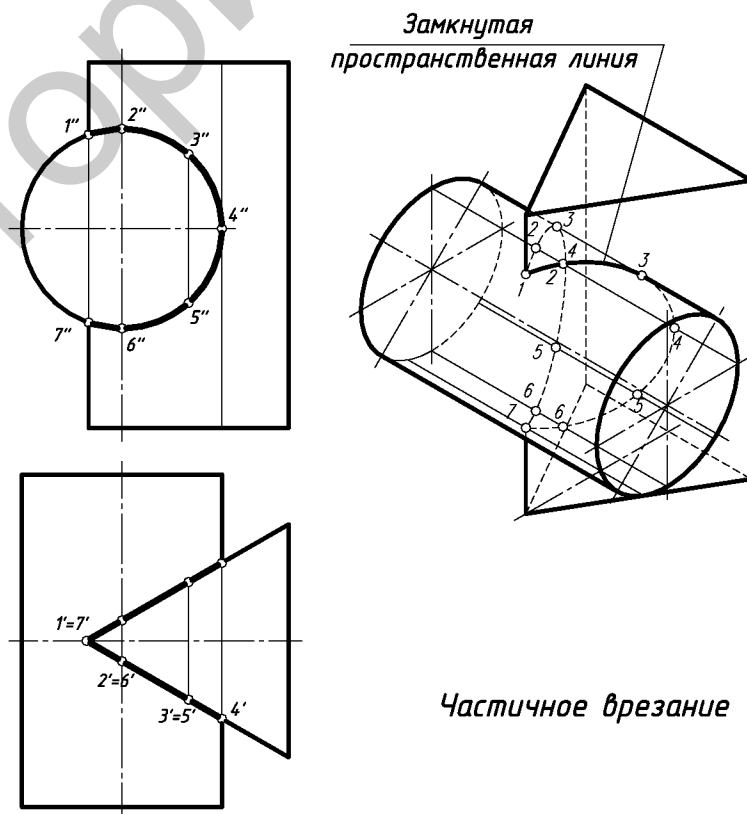
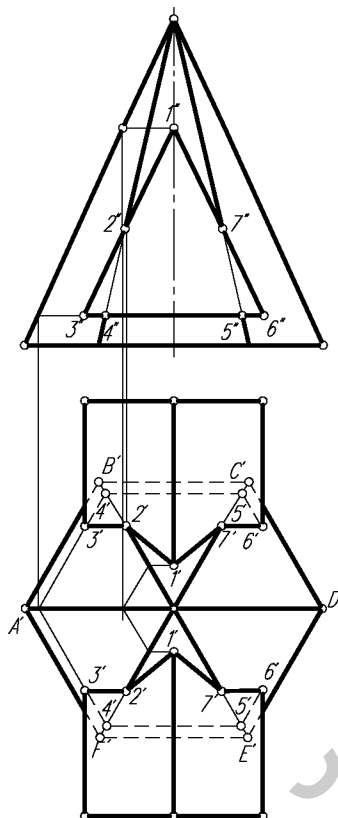


Рис. 4.94

III случай. Одно-
стороннее сопри-
косновение (рис. 4.96).
В этом случае
поверхности
соприкасаются в одной
общей точке K_1 и линия их
пересечения, проходя
через эту точку,
распадается на две
замкнутые
пространственные линии
(поверхности имеют одну
общую касательную
плоскость).

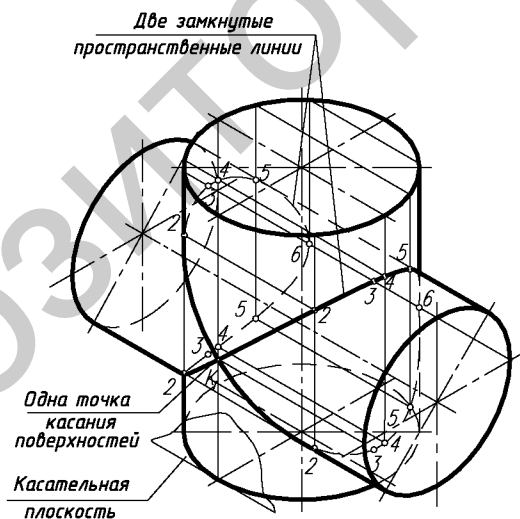
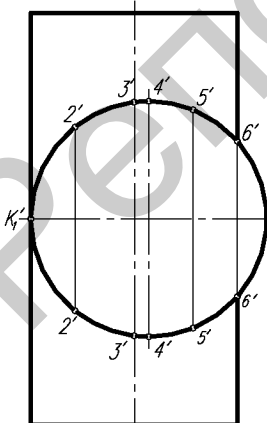
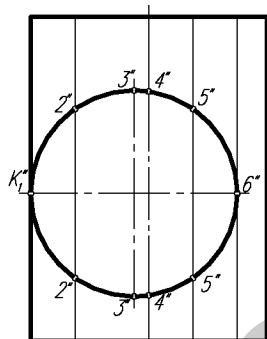
IV случай.
Двойное
соприкоснове-
ние (рис. 4.97).

В этом случае поверх-
ности имеют две точки со-
прикосновения K_1 и K_2 и линия их пересечения рас-
падается на две плоские кривые
в соответствии с теоремой 2 (С.А. Фролов «Начертательная геометрия»): если две



Полное проникание

Рис. 4.95



Одностороннее касание

Рис. 4.96

поверхности вращения
второго порядка имеют
касание в двух точках, то
линия их пересечения
распадается на две кривые
второго порядка, плоскости
которых проходят через
пря-мую m , соединяющую
точки касания (поверхности
имеют две общие
касательные плоскости).

В зависимости от
расположения пе-
ресекающихся геометри-
ческих тел относительно
плоскостей проекций и
участия в пересечении
геометрических тел, име-
ющих проецирующую
поверхность (как призма
или цилиндр) или не
имеющих проецирующей

поверхности (пирамида, конус, шар, тор, тороид, наклонная призма или наклонный цилиндр, глобоид и др.), следует выбрать оптимальный способ построения проекций линии пересечения поверхностей на чертеже.

По этим признакам способы построения линий пересечения поверхностей можно объединить в две группы:

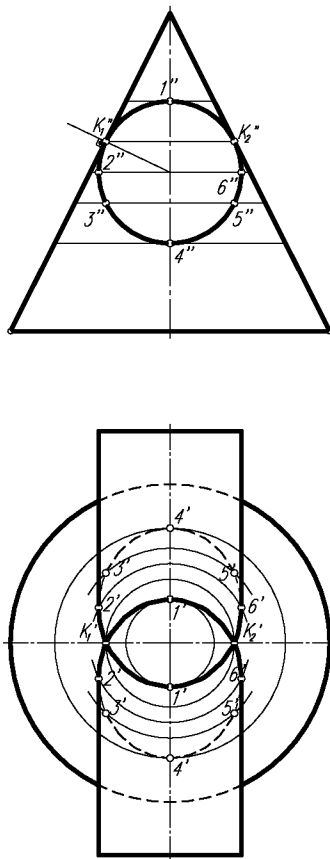


Рис. 4.97

Первая группа: частные случаи пересечения поверхностей, когда для построения линий пересечения не требуется применения специальных способов, а используется частное положение пересекающихся геометрических тел относительно плоскостей проекций.

Вторая группа: общие случаи пересечения поверхностей, когда для построения линий пересечения требуется применить специальные способы посредников.

Частные случаи пересечения поверхностей

К первой группе частных случаев пересечения поверхностей относятся следующие четыре случая:

1 случай: пересечение геометрических тел, боковые поверхности которых являются проецирующими, т.е. перпендикулярны какой-либо плоскости проекций.

2 случай: пересечение геометрических тел, у одного из которых боковая поверхность является проецирующей.

3 случай: пересечение соосных поверхностей вращения, т.е. имеющих общую ось вращения.

4 случай: пересечение поверхностей вращения второго порядка, описанных вокруг сферы (по теореме Г. Монжа).

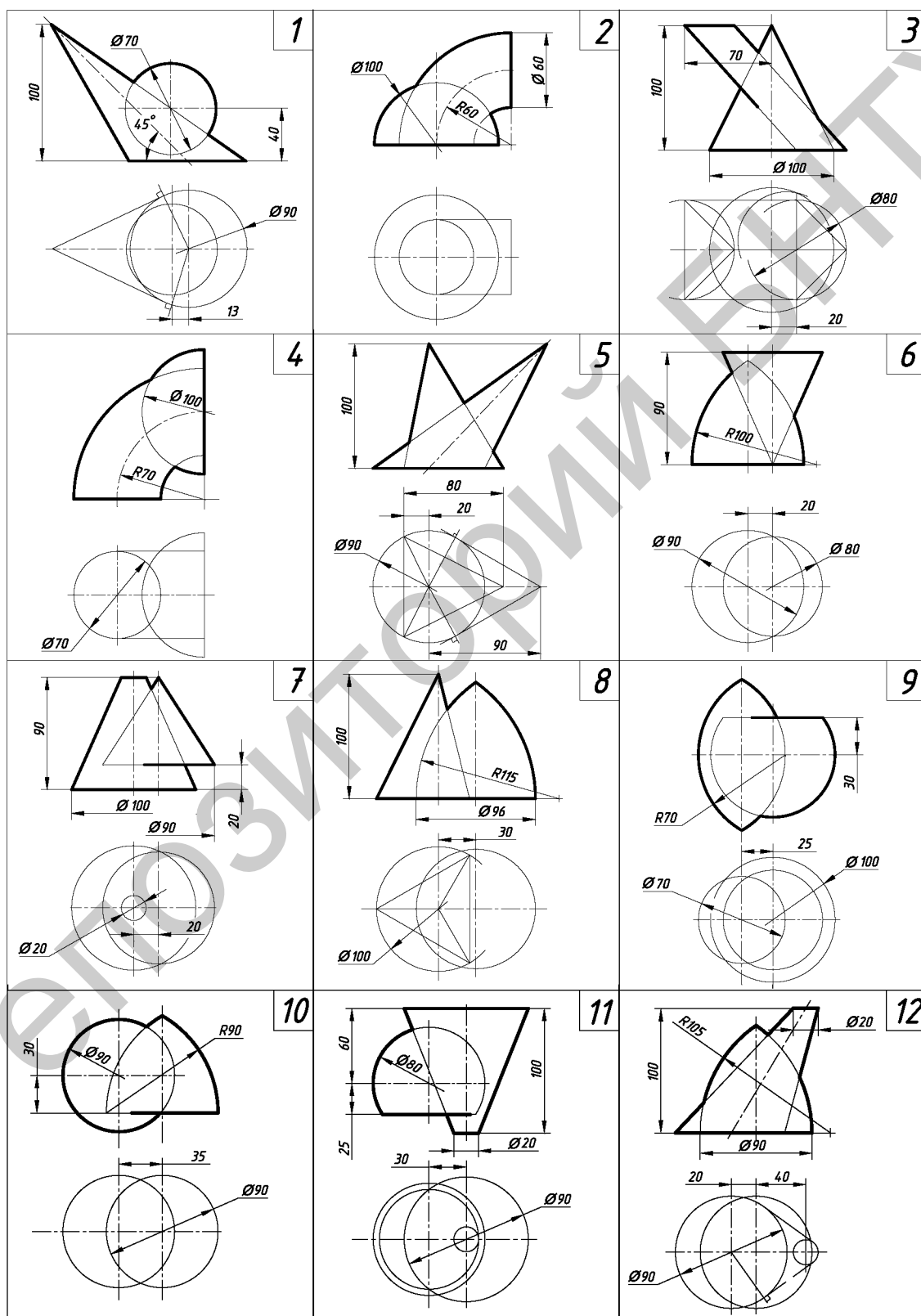
Рассмотрим на примерах построение проекций линий пересечения поверхностей геометрических тел в четырех частных случаях первой группы.

Следует отметить, что перечисленные частные случаи пересечения поверхностей наиболее часто встречаются при формообразовании различных реальных деталей.

Графическая работа № 9

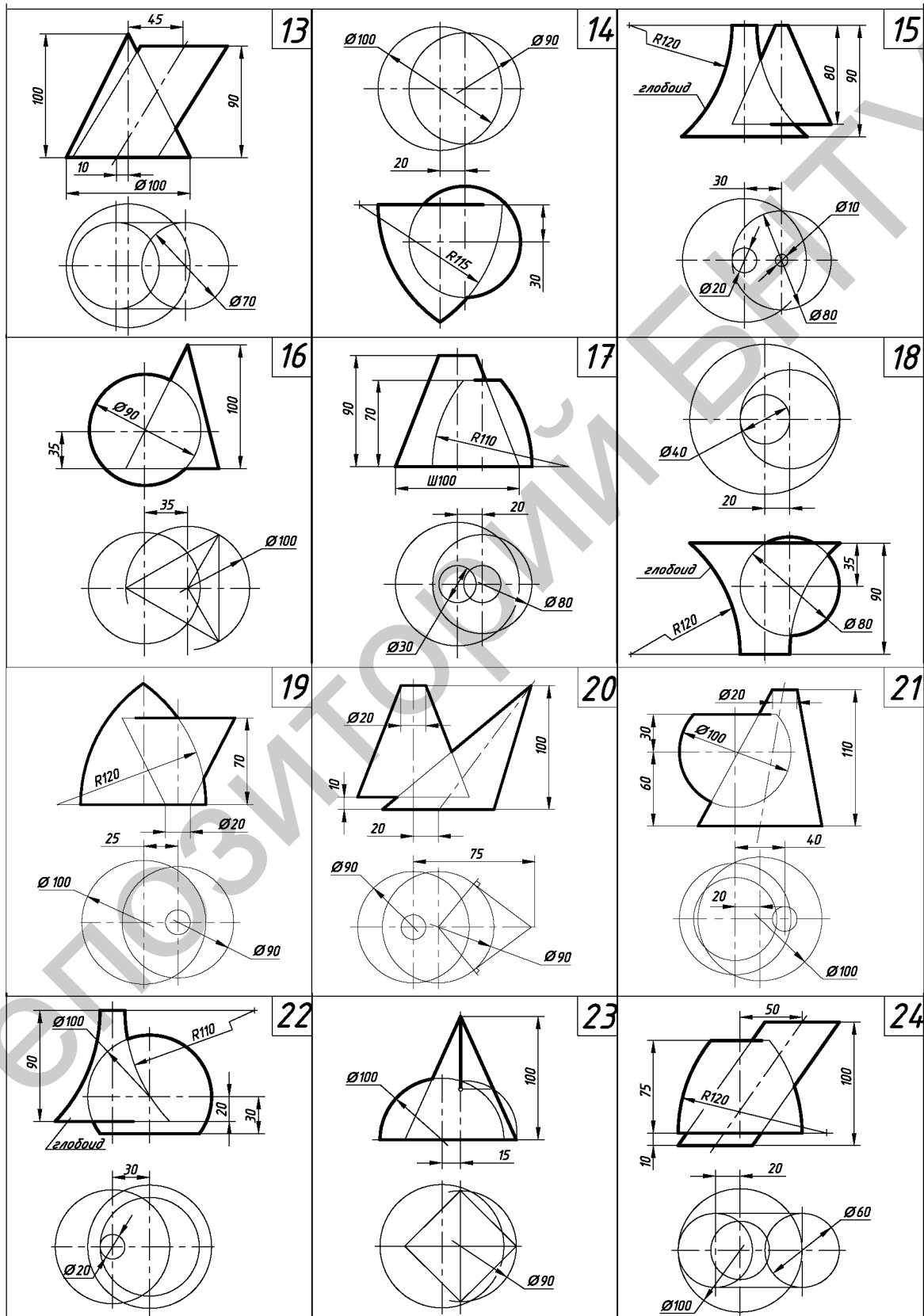
Лист 9. Задача 15 (варианты 1–12).

Тема: пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих плоскостей)



Лист 9. Задача 15 (варианты 13–24).

Тема: пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих плоскостей)



Лист 9. Задача 15 (варианты 25–30)

Тема: пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих плоскостей)

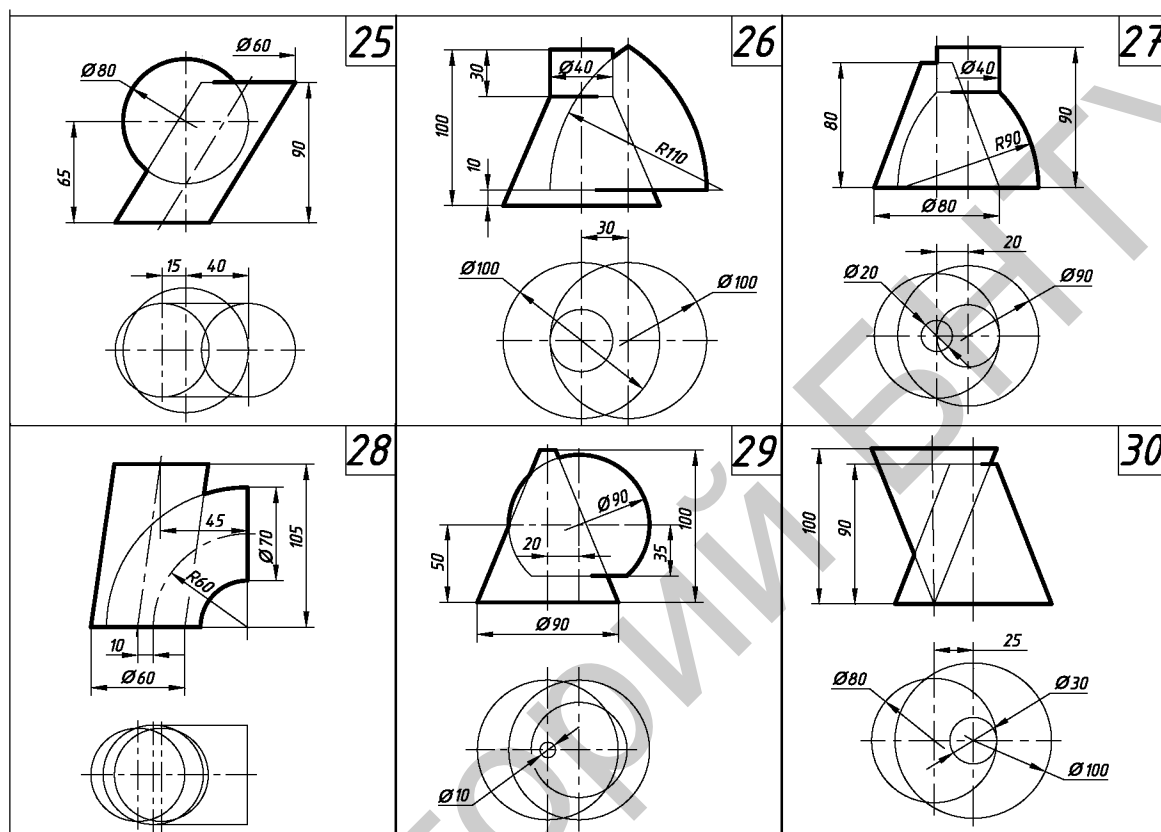
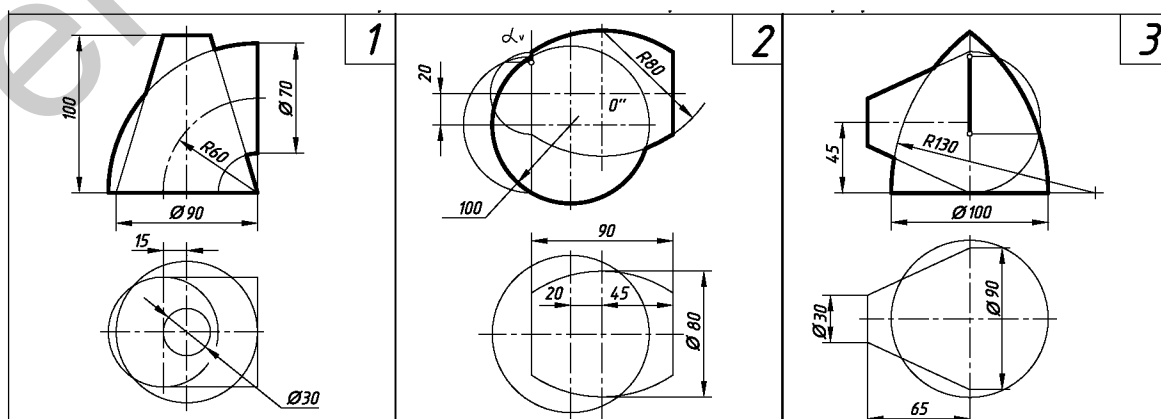


Таблица 4.11

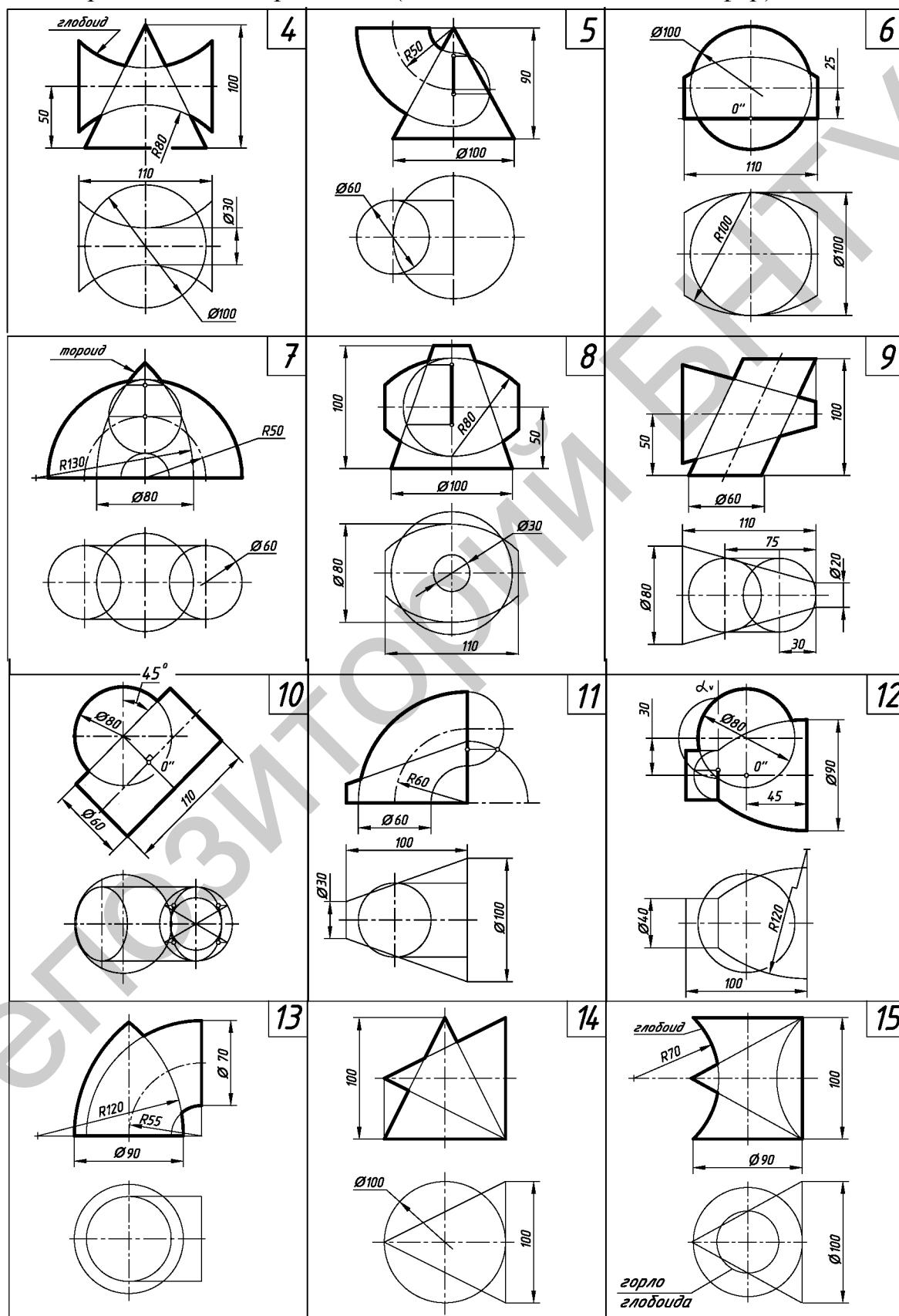
Графическая работа № 9**Лист 9. Задача 16** (варианты 1–3).

Тема: пересечение поверхностей (метод вспомогательных сфер)



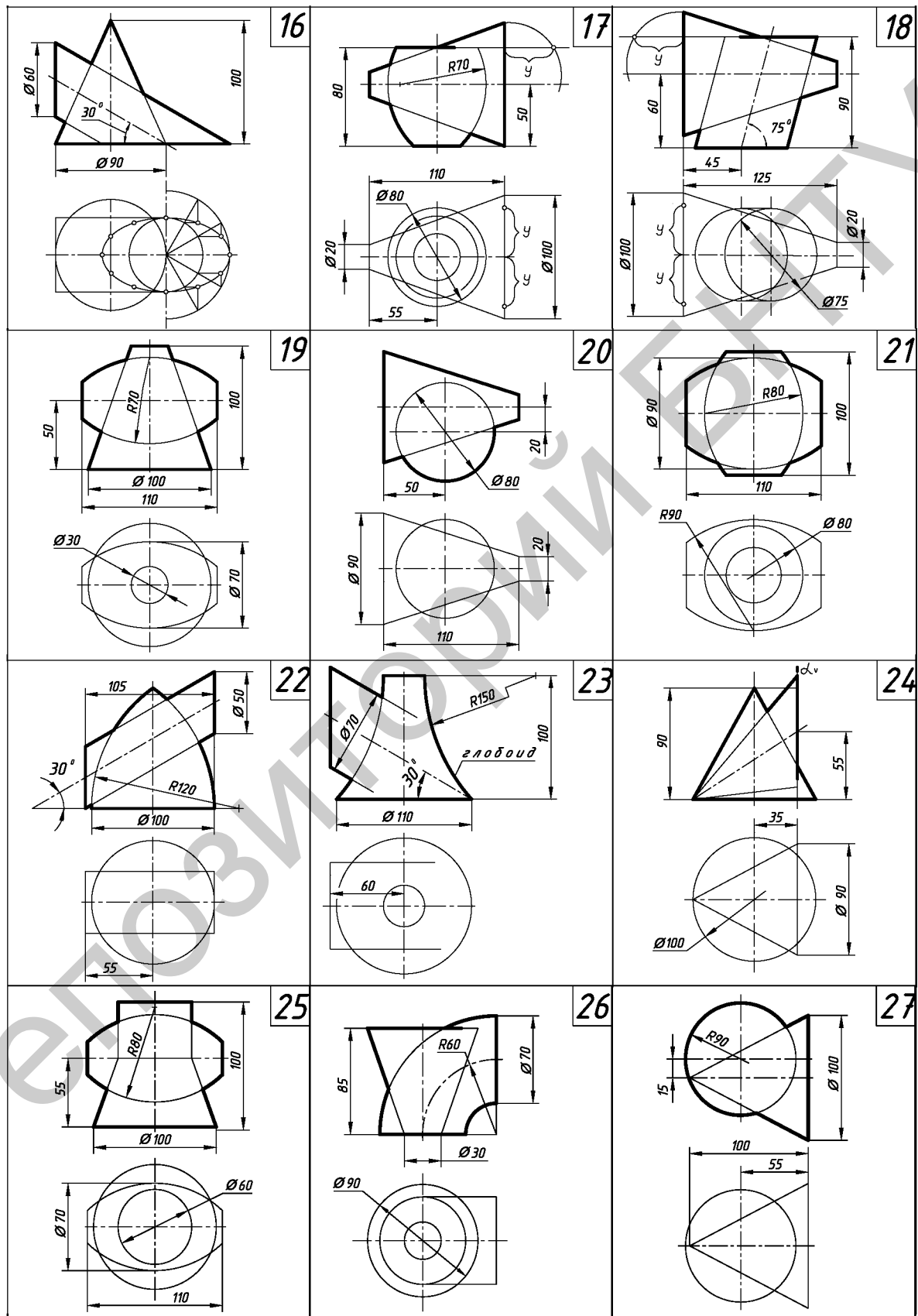
Лист 9. Задача 16 (варианты 4–15).

Тема: пересечение поверхностей (метод вспомогательных сфер)



Лист 9. Задача 16 (варианты 16–27).

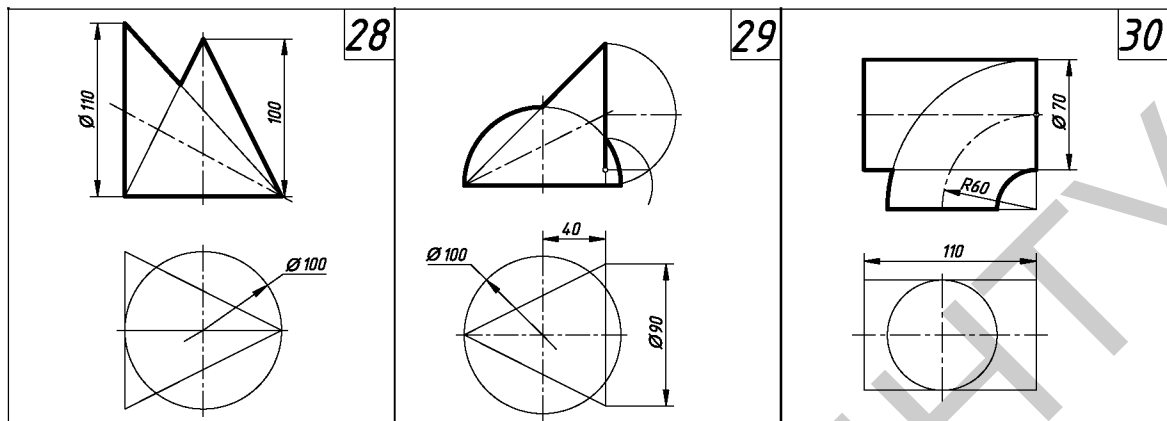
Тема: пересечение поверхностей (метод вспомогательных сфер)



Окончание табл. 4.11

Лист 9. Задача 16 (варианты 28–30).

Тема: пересечение поверхностей (метод вспомогательных сфер)



1-й частный случай.

На рис. 4.98 показан пример построения проекций линии пересечения поверхностей горизонтально-проецирующего цилиндра и фронтально-проецирующей прямой правильной треугольной призмы, т.е. пересекаются два геометрических тела, боковые поверхности которых занимают относительно плоскостей проекций проецирующее положение.

Характерный признак 1-го частного случая: на заданных проекциях тел определяются две проекции искомой линии пересечения:

- фронтальная проекция ($л''п''$) линии пересечения $1''-2''-3''-4''$ совпадает с вырожденной в ломаную линию боковой поверхностью призмы;

- горизонтальная проекция ($л'п'$) линии пересечения $1'-2'-3'-4'$ совпадает с участком окружности, которая является вырожденной проекцией боковой поверхности цилиндра.

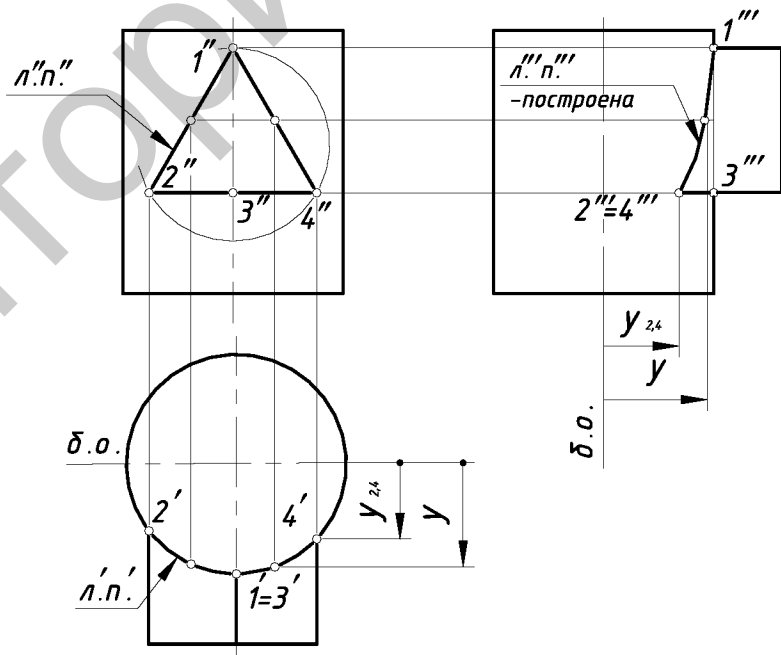


Рис. 4.98

Следовательно, требуется достроить только профильную проекцию ($л'''п'''$) линии пересечения, построив профильные проекции обозначенных точек по их принадлежности одному из тел (в данной задаче – цилиндру), и соединить их плавной кривой с учетом ее видимости на поверхностях.

2-й частный случай.

На рис. 4.99 показан пример построения проекций линии пересечения поверхностей прямого кругового конуса и фронтально-проецирующего цилиндра, т.е. пересекающихся геометрических тел, у одного из которых боковая поверхность проецирующая.

Характерный признак 2-го частного случая: на заданных проекциях тел определяется одна проекция линии пересечения:

– фронтальная проекция ($л''п''$) линии пересечения $1''-2''-3''-4''$ совпадает с окружностью, которая является вырожденной проекцией боковой поверхности цилиндра.

Следовательно, требуется достроить горизонтальную ($л'п'$) и профильную ($л'''п'''$) проекции линии пересечения, построив горизонтальные и профильные проекции обозначенных точек по их принадлежности конусу, и соединить построенные на проекциях точки плавными кривыми линиями с учетом их видимости на поверхностях.

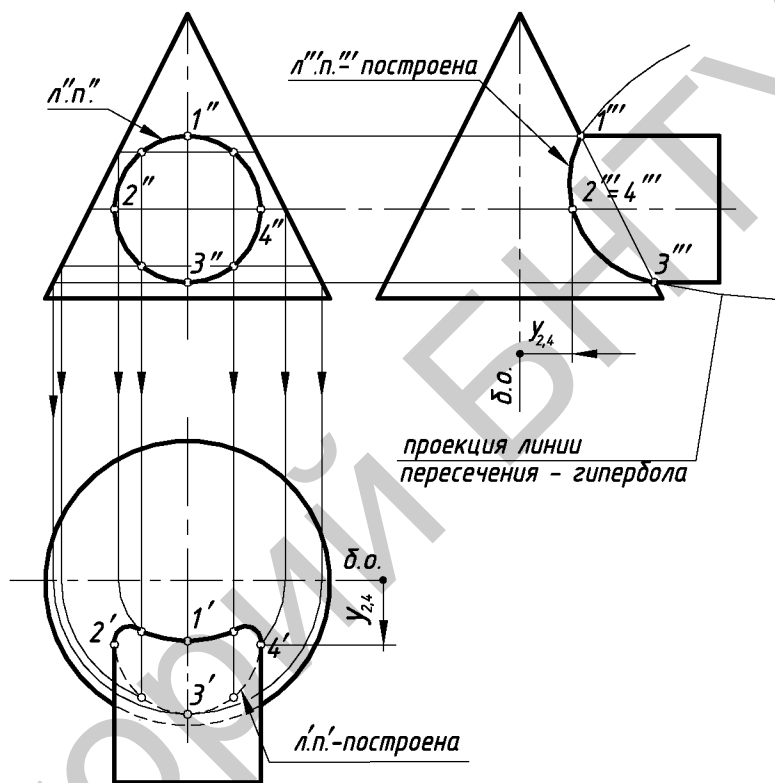


Рис. 4.99

!!! На профильную проекцию предмета пространственная кривая линия пересечения 4-го порядка проецируется в виде участка г и п е р б о л ы .

3-й частный случай. Пересечение соосных геометрических тел.

Соосными называются геометрические тела вращения, имеющие общую ось вращения i . Поверхности соосных тел пересекаются по окружностям, перпендикулярным их общей оси. Если общая ось i соосных геометрических тел является прямой проецирующей (т.е. она перпендикулярна какой-либо одной плоскости проекций, а двум другим параллельна), то окружность пересечения проецируется дважды в прямую линию, перпендикулярную их общей оси, на те плоскости проекций, которым эта общая ось параллельна.

На рис. 4.100 показан пример построения линии пересечения соосных геометрических тел – конуса и горизонтально-проецирующего цилиндра, имеющих общую горизонтально-проецирующую ось i (ось перпендикулярна H и параллельна V и W). Линией пересечения является окружность, фронтальная ($л''п''$) и профильная ($л'''п'''$) проекции которой представляют собой прямые линии, перпендикулярные их общей оси i и проходящие через точки пересечения фронтальных и профильных очерков поверхностей. Горизонтальная проекция этой

окружности пересечения $л'п'$) совпадает с вырожденной горизонтальной проекцией боковой поверхности цилиндра.

На рис. 4.101 показан пример построения линий пересечения двух пар соосных поверхностей:

– поверхности шара и горизонтально-проецирующего цилиндра, соосных относительно горизонтально-проецирующей оси i_1 , окружности пересечения которых проецируются в прямые линии на фронтальную и профильную проекции;

– поверхности шара и сквозного профильно-проецирующего цилиндрического отверстия $Ц_{отв}$ в шаре, соосных относительно профильно-проецирующей оси i_2 , окружности пересечения которых проецируются в прямые линии на фронтальную и горизонтальную проекции.

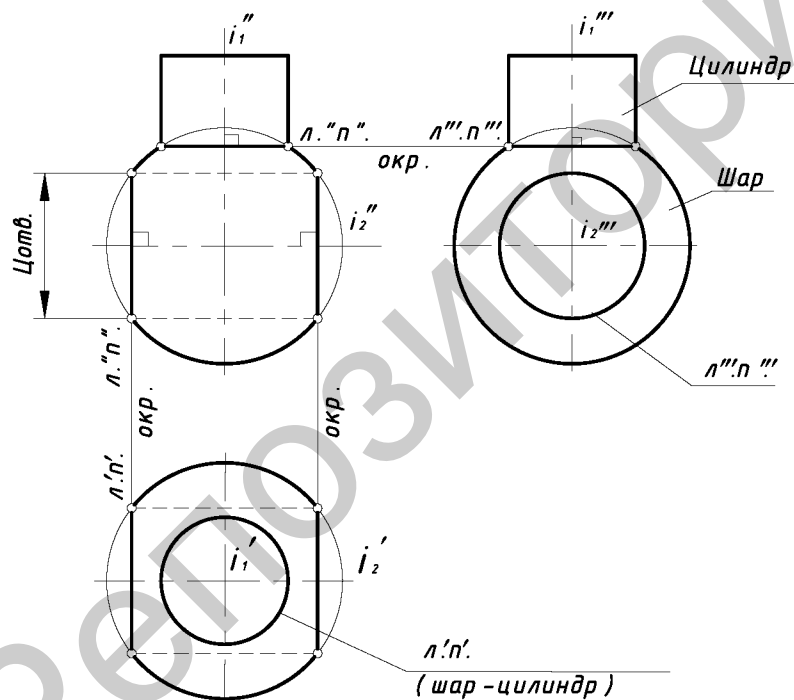


Рис. 4.101

закрытый и самопересекающийся), глобиды и тороиды относятся к поверхностям вращения четвертого порядка!

В 4-м частном случае имеет место двойное соприкосновение пересекающихся поверхностей вращения второго порядка, описанных вокруг сферы, и построение линии пересечения основано на теореме 2 (С.А. Фролов «Начертательная геометрия»):

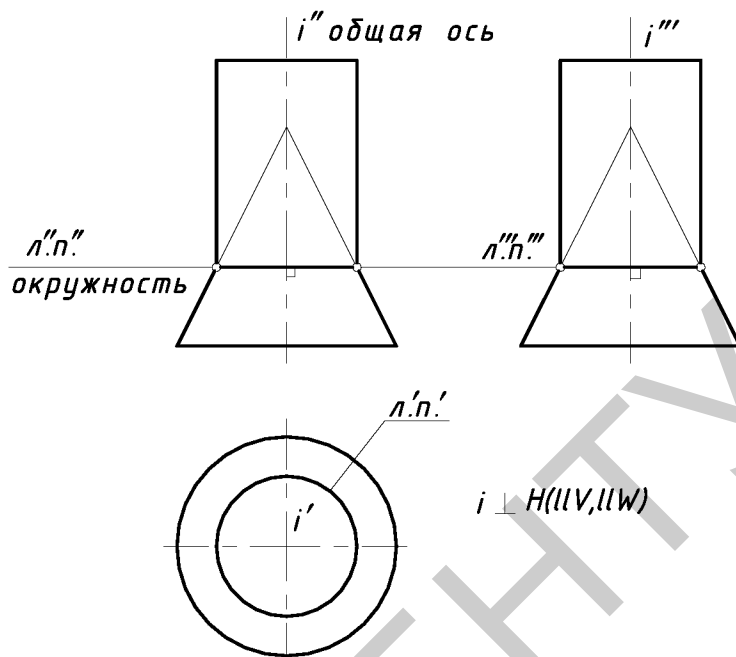


Рис. 4.100

4-й частный случай.

Пересечение поверхностей вращения второго порядка, описанных вокруг сферы (по теореме Г. Монжа).

Напоминаем, к поверхностям вращения второго порядка относятся круговой цилиндр и конус, шар, эллипсоиды, параболоид, одно- и двуполостные гиперболоиды.

Эллиптические цилиндры и конусы, а также наклонный круговой конус – это не поверхности вращения!

Все торы (открытый,

Т е о р е м а 3, известная как теорема Г. Монжа, вытекает из теоремы 2: если две поверхности вращения второго порядка описаны вокруг третьей поверхности второго порядка или вписаны в нее, то линия их пересечения распадается на две кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки касания.

Практическое применение теоремы возможно в том случае, когда две поверхности вращения второго порядка описаны вокруг сферы или вписаны в нее.

Использовать теорему Г. Монжа для построения на чертеже линии пересечения поверхностей можно при наличии в задаче четырех обязательных графических условий:

1. Пересекаются поверхности вращения второго порядка.
2. Оси поверхностей вращения должны пересекаться (точка пересечения – центр вписанной сферы).
3. Поверхности описаны вокруг общей сферы или вписаны в нее.
4. Общая плоскость симметрии, проходящая через оси поверхностей, является плоскостью уровня.

При соблюдении этих четырех условий на одной из заданных проекций можно построить проекции двух плоских кривых, на которые распадается искомая линия пересечения:

- плоские кривые проецируются в отрезки прямых линий на ту проекцию предмета, которая расположена на плоскости проекций, параллельной общей плоскости симметрии поверхностей;

- точки пересечения очерков поверхностей на этой проекции принадлежат искомой линии пересечения и через эти точки проходят прямые, в которые проецируются плоские кривые пересечения;

- прямые, как проекции плоских кривых, пересекаются в точке, с которой совпадают проекции двух точек $K_1 \equiv K_2$ соприкосновения поверхностей и соответственно проекция прямой $m(m', m'')$, соединяющей эти точки соприкосновения (точки касания).

!!! Точки касания (соприкосновения) поверхностей $K_1(K_1'')$ и $K_2(K_2'')$ определяются на пересечении проекций окружностей касания вписанной сферы с каждой из поверхностей.

На рис. 4.102 показан пример построения проекций линии пересечения поверхностей вращения второго порядка – прямого кругового конуса и наклонного кругового цилиндра, описанных вокруг общей сферы. Для решения задачи использована теорема Г. Монжа, поскольку здесь соблюдены все четыре обязательные условия ее применения:

1. Пересекаются прямой круговой конус и круговой наклонный цилиндр, т.е. поверхности вращения второго порядка.
2. Оси конуса и цилиндра пересекаются в точке $O(O'')$.

3. Обе поверхности описаны вокруг общей для них сферы с центром в точке $O(O'')$.

4. Общая плоскость симметрии поверхностей $\alpha(\alpha_H)$ является фронтальной плоскостью уровня ($//V$).

Построение проекций линии пересечения поверхностей по теореме Г. Монжа выполняется по следующему графическому алгоритму:

1-е действие.
Определить проекцию предмета, на которую плоские кривые проецируются в отрезки прямых линий: в данной задаче это фронтальная проекция, так как общая плоскость симметрии $\alpha(\alpha_H)$ параллельна фронтальной плоскости проекций V .

2-е действие. Построить фронтальные совпадающие проекции $K_1 \equiv K_2$ точек соприкосновения заданных поверхностей, лежащих на пересечении проекций окружностей касания вписанной сферы с каждой из поверхностей (прямые линии – проекций этих окружностей касания – строятся как линии пересечения соосных поверхностей, так как вписанная сфера образует две пары соосных поверхностей – конус/сфера с общей осью i_1 и цилиндр/сфера с общей осью i_2 . На чертеже проекции этих окружностей касания проходят через точки, полученные на пересечении перпендикуляров, проведенных из точки $O(O'')$ – центра вписанной сферы – к образующим конуса (окружность касания 1) и цилиндра (окружность касания 2).

3-е действие. Отметить на фронтальной проекции точки $A(A'')$, $B(B'')$, $C(C'')$ и $D(D'')$ пересечения очерков поверхностей и построить фронтальные проекции плоских кривых пересечения 2-го порядка, соединив прямыми линиями $A-B(A''-B'')$ и $C-D(C''-D'')$ противоположные точки пересечения очерков (обе прямые обязательно должны пройти через построенные проекции точек соприкосновения поверхностей $K_1 \equiv K_2 (K''_1 \equiv K''_2)$);

4-е действие. Построить горизонтальные проекции двух плоских кривых пересечения – эллипсов, по горизонтальным проекциям обозначенных точек A, B, C, D, K_1 и K_2 , построенных по принадлежности поверхности конуса; обозначить и построить точки $E(E')$ и $F(F')$, которые лежат на очерковых образующих горизонтальной проекции цилиндра и определяют границу видимости

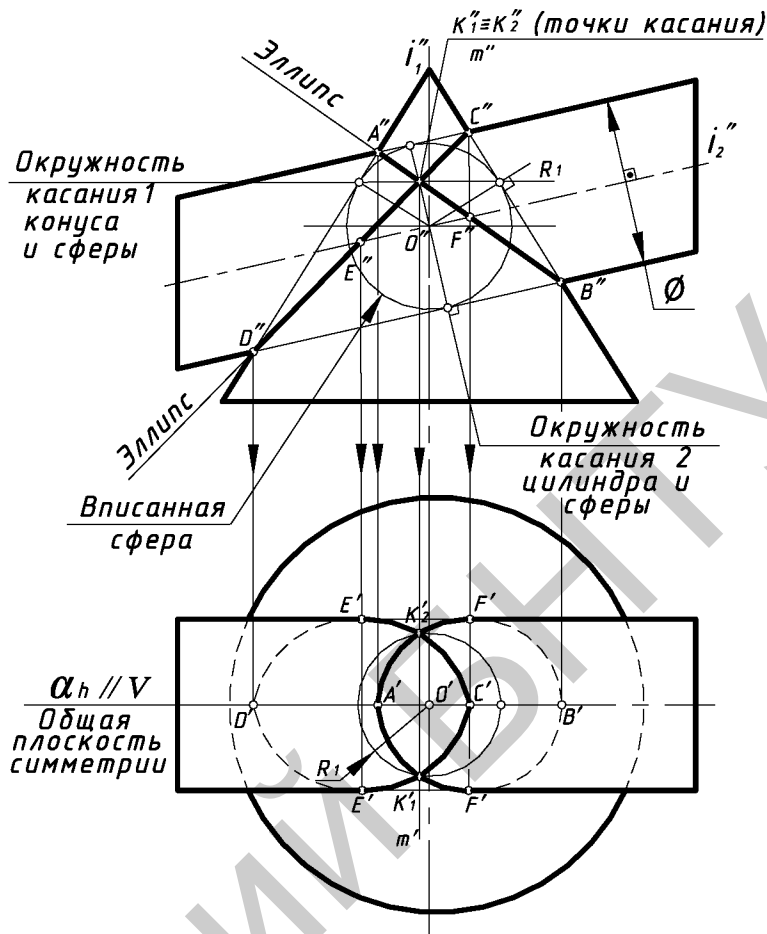


Рис. 4.102

кривых на горизонтальной проекции предмета, а также отметить и построить необходимое количество промежуточных точек (здесь не обозначены).

5-е действие. Оформить фронтальный и горизонтальный очерки пресекающихся поверхностей.

!!! Построение точек соприкосновения $K_1 \equiv K_2$ поверхностей особенно важно в задачах, где по условию нельзя определить одну из четырех точек пересечения очерков поверхностей. Совпадающие проекции точек соприкосновения в этом случае определяют направление одной из двух прямых линий – проекций плоских кривых пересечения.

Общие случаи пересечения поверхностей и способы построения линий пересечения поверхностей

Ко второй рассматриваемой группе относятся общие случаи пересечения геометрических тел, боковые поверхности которых могут занимать относительно плоскостей проекций непроецирующее положение (это наклонные призмы и цилиндры), а также геометрические тела, поверхности которых непроецирующие – это конус, сфера, торы, глобоид, эллипсоид, параболоид и гиперболоиды. Сюда же относятся наклонный эллиптический цилиндр, имеющий круговые сечения, и наклонный круговой конус.

Для построения линий пересечения поверхностей в этом случае применяются специальные способы вспомогательных посредников – плоскостей уровня или поверхностей (сфер, цилиндров, конусов), из которых мы рассматриваем следующие:

- 1) способ вспомогательных секущих плоскостей уровня;
- 2) способ вспомогательных концентрических сфер;
- 3) способ вспомогательных эксцентрических сфер.

Применение одного из указанных способов для построения линий пересечения поверхностей геометрических тел возможно при наличии некоторых обязательных графических условий расположения геометрических тел относительно плоскостей проекций и зависит от того, какие именно геометрические тела пересекаются в конкретной задаче.

Линия пересечения поверхностей является общей для обеих поверхностей и образуется множеством общих точек, которые строятся с помощью вспомогательных посредников.

Предварительно требуется выполнить графический анализ условия задачи для выбора рационального способа ее решения, определить проекцию предмета, на которой следует начинать решение задачи, и границы введения посредников.

Для построения проекций точек, принадлежащих линии пересечения поверхностей, способом посредников следует применять общий для всех рассматриваемых способов графический алгоритм.

Графический алгоритм I:

1-е действие. Ввести вспомогательную плоскость- или поверхность-посредник.

2-е действие. Построить вспомогательные линии пересечения плоскости- или поверхности-посредника с каждой из заданных поверхностей.

3-е действие. Определить точки пересечения построенных вспомогательных линий пересечения – эти точки принадлежат искомой линии пересечения.

Рассмотрим на примерах применение различных способов вспомогательных посредников для построения проекций линий пересечения поверхностей.

Способ вспомогательных секущих плоскостей уровня

Применение способа вспомогательных секущих плоскостей рационально при наличии двух графических условий:

1. Общая плоскость симметрии пересекающихся геометрических тел является плоскостью уровня; при соблюдении этого условия точки пересечения очерков поверхностей принадлежат искомой линии пересечения и определяют верхнюю и нижнюю границу введения плоскостей-посредников на соответствующей проекции предмета.

2. Сечениями геометрических тел в одной из плоскостей уровня должны быть простые в построении линии пересечения – прямые линии (образующие) или окружности; эту плоскость уровня и следует выбрать в качестве посредника.

На рис. 4.103 показан пример построения проекций линии пересечения прямого конуса и половины шара.

Для решения задачи требуется предварительно выполнить графический анализ заданных проекций предмета.

Выбираем для решения задачи способ вспомогательных секущих плоскостей, так как здесь соблюдены два графических условия его применения:

– общая плоскость симметрии $\beta(\beta_H)$ геометрических тел – конуса и полушара – является фронтальной плоскостью уровня (первое условие применения);

– горизонтальные плоскости уровня, которые пересекают поверхности конуса и полушара по окружностям, выбираем в качестве вспомогательных плоскостей-посредников (второе условие применения).

Решение задачи, т.е. введение плоскостей-посредников, начинаем

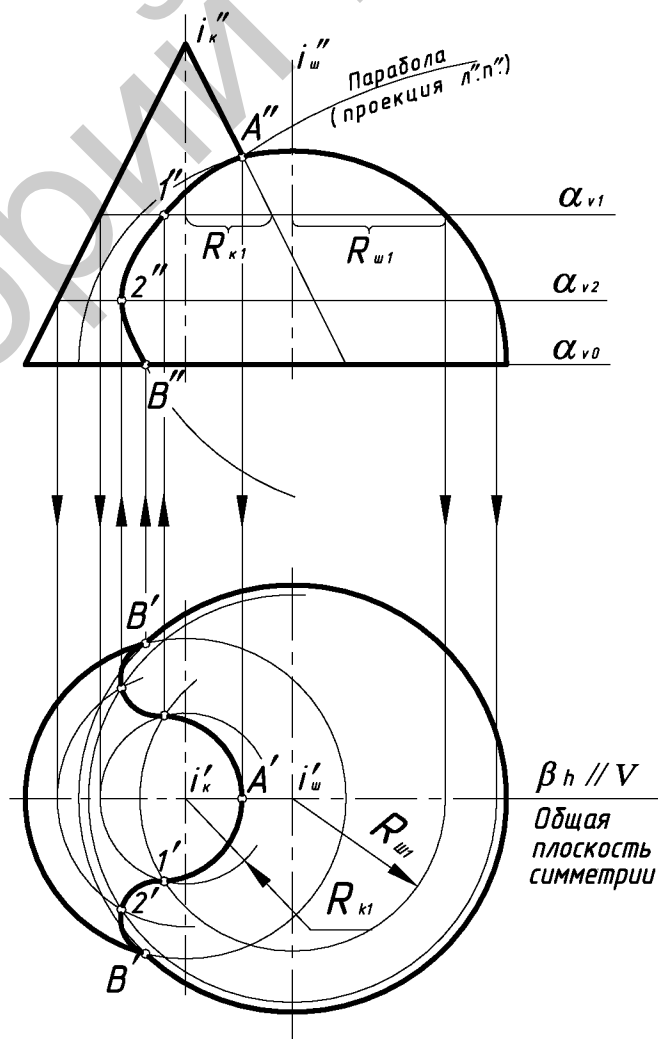


Рис. 4.103

на фронтальной проекции предмета, так как общая плоскость симметрии геометрических тел является фронтальной плоскостью уровня.

Определяем границы введения плоскостей-посредников – это точка $A(A'')$ пересечения фронтальных очерков и точки $B(B', B'')$ пересечения окружностей оснований конуса и полушара, лежащие в горизонтальной плоскости уровня $\alpha(\alpha_{V0})$.

Построить проекции точек искомой линии пересечения, выполнив действия предложенного графического алгоритма I:

1-е действие. Ввести на фронтальной проекции предмета первую вспомогательную секущую горизонтальную плоскость-посредник $\alpha(\alpha_{V1})$ произвольно и ниже точки $A(A'')$.

2-е действие. Построить на горизонтальной проекции предмета вспомогательные окружности радиусами R_{K1} и $R_{ш1}$, по которым секущая плоскость-посредник $\alpha(\alpha_{V1})$ пересекает поверхности конуса и шара.

3-е действие. Определить на пересечении построенных вспомогательных окружностей горизонтальные проекции точек $1(1')$, принадлежащих линии пересечения; фронтальные совпадающие проекции $1(1'')$ этих точек определяются по линии связи на фронтальной проекции плоскости-посредника $\alpha(\alpha_{V1})$.

Повторить действия основного графического алгоритма, введя вторую плоскость-посредник $\alpha_2(\alpha_{V2})$, и построить проекции точек $2(2', 2'')$ и т. д.

Дополнительные действия:

4-е действие. Соединить проекции построенных точек на фронтальной и горизонтальной проекциях предмета плавными кривыми линиями с учетом их видимости на проекциях: на фронтальную проекцию предмета пространственная кривая пересечения проецируется в видимую плоскую кривую второго порядка (участок параболы), поскольку горизонтальная проекция предмета имеет фронтальную симметрию; на горизонтальную проекцию предмета – в участок видимой кривой 4-го порядка сложной формы.

5-е действие. Оформить очерки поверхностей на заданных проекциях предмета с учетом их относительной видимости:

– на фронтальной проекции – очерк конуса существует влево от точки $A(A'')$, а очерк шара – вправо от точки $A(A'')$ (несуществующие очерки конуса и шара оставить тонкими линиями);

– на горизонтальной проекции – окружность основания конуса существует влево от точек $B(B')$, а окружность основания шара существует вправо от точек $B(B')$ (несуществующие части окружностей оснований конуса и шара оставить тонкими линиями).

!!! Способ вспомогательных секущих плоскостей позволяет строить одновременно две проекции искомой линии пересечения.

Способ вспомогательных концентрических сфер

Основанием для применения сферы в качестве вспомогательной поверхности-посредника являются две ее характерные особенности:

– в сфере можно провести через ее центр бесконечное количество осей;

– сфера может быть соосна любой поверхности вращения (кроме открытого и закрытого тора); соосные поверхности пересекаются по окружностям, проекции которых легко построить (см. рис. 4.100 и 4.101).

Сфера-посредник образует две пары соосных поверхностей с каждой из заданных поверхностей. Каждая образованная пара соосных поверхностей пересекается по соответствующим окружностям, которые проецируются в прямые, перпендикулярные общей оси каждой пары, и проходят через точки пересечения очерков каждой пары соосных поверхностей.

Применение способа вспомогательных концентрических сфер для построения линии пересечения поверхностей возможно при наличии трёх следующих графических условий:

1. Пересекаются поверхности вращения (кроме открытого и закрытого тора).
2. Общая плоскость симметрии пересекающихся поверхностей является плоскостью уровня; при этом условии точки пересечения очерков на проекции предмета, изображенного на параллельной общей плоскости симметрии плоскости проекций, принадлежат искомой линии пересечения.
3. Оси поверхностей пересекаются; точка пересечения осей является центром всех вспомогательных сфер.

На рис. 4.104 показан пример построения проекций линии пересечения усеченного конуса и тороида (самопересекающийся тор).

Рассмотренный способ вспомогательных секущих плоскостей здесь применять не следует, так как ни одна плоскость уровня не пересекает поверхности одновременно по окружностям (одно из условия применения).

Для решения задачи требуется предварительно выполнить графический анализ заданных проекций предмета.

Выбираем для решения задачи способ вспомогательных концентрических сфер, так как здесь соблюдены три графических условия его применения:

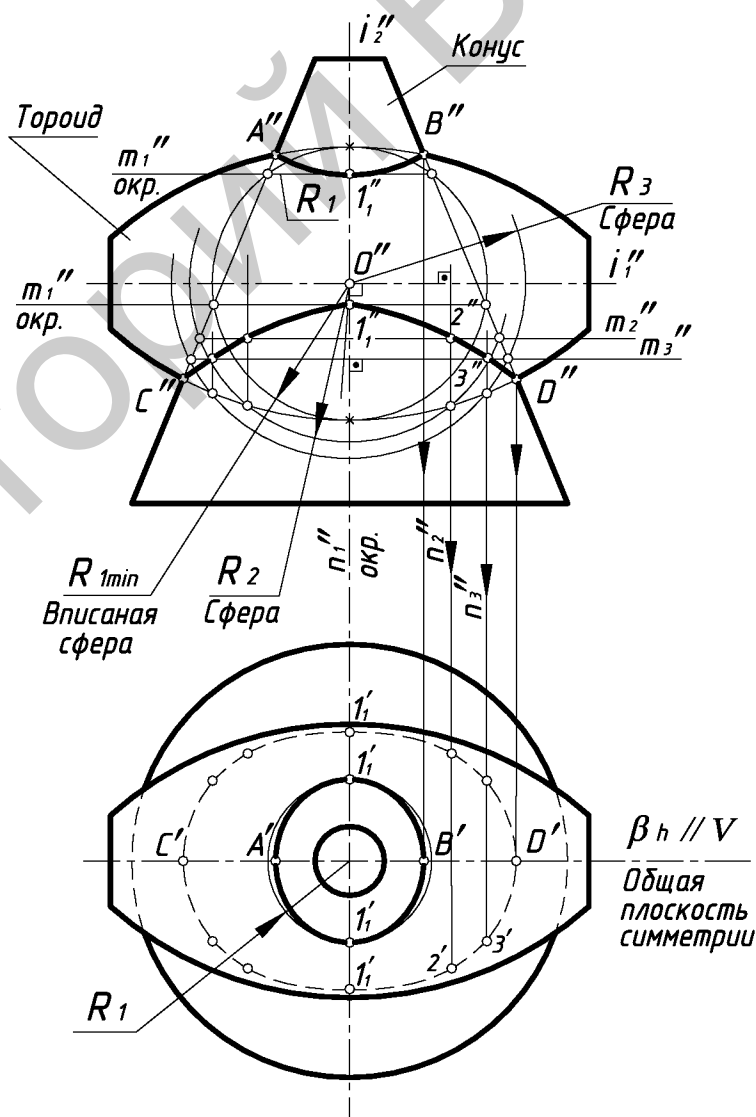


Рис. 4.104

– пересекаются поверхности вращения – прямой круговой конус и тороид (самопересекающийся тор);

– общая плоскость симметрии геометрических тел $\beta(\beta_H)$ является фронтальной плоскостью уровня;

– оси поверхностей пересекаются в точке $O(O'')$ – центр всех вспомогательных сфер.

Решение задачи, т.е. введение вспомогательных сфер-посредников, начинаем на фронтальной проекции предмета, так как общая плоскость симметрии является фронтальной плоскостью уровня и точки $A(A'')$, $B(B'')$, $C(C'')$ и $D(D'')$ пересечения фронтальных очерков принадлежат линии пересечения.

Определяем границы введения сфер – это точки $C(C'')$ и $D(D'')$ пересечения фронтальных очерков пересекающихся геометрических тел.

Построить проекции точек линии пересечения, выполнив действия предложенного графического алгоритма I.

1-е действие. Ввести на фронтальной проекции вспомогательную сферу-посредник минимального радиуса R_{1min} , с центром в точке $O(O'')$, вписанную в тороид (минимальная сфера-посредник должна в одну из поверхностей вписываться, а с другой поверхностью – пересекаться).

2-е действие. Построить проекции вспомогательных окружностей пересечения двух пар соосных поверхностей, образованных сферой-посредником с каждой заданной поверхностью:

– первая пара соосных поверхностей – сфера-посредник и тороид имеют горизонтальную общую ось i_1'' и пересекается по окружности касания n_1'' , которая проецируется в прямую линию (совпадает с осью конуса);

– вторая пара соосных поверхностей – сфера-посредник и конус имеют вертикальную общую ось вращения i_2'' и пересекается по двум вспомогательным окружностям m_1'' , которые проецируются в прямые линии.

3-е действие. Определить точки $1(1_1'')$ пересечения построенных проекций вспомогательных окружностей m_1'' и n_1'' , которые принадлежат искомым линиям пересечения (по две пары совпадающих точек).

!!! Здесь имеет место случай полного проникания (II-й случай) и линия пересечения распадается на две замкнутые кривые.

Дополнительные действия:

4-е действие. Повторить действия основного графического алгоритма, введя вспомогательные сферы большего радиуса R_2 и R_3 с тем же центром в точке $O(O'')$, и построить следующие пары точек $2(2'')$ и $3(3'')$.

1. Достроить горизонтальные проекции построенных точек линии пересечения по принадлежности параллелям конуса.

2. Соединить проекции построенных точек на фронтальной и горизонтальной проекциях предмета плавными кривыми линиями с учетом их видимости на проекциях (только линия пересечения $D'-3'-2'-1_1'-C'$ будет невидимой на горизонтальной проекции предмета).

5-е действие. Оформить очерки поверхностей на заданных проекциях предмета с учетом их относительной видимости.

Способ вспомогательных эксцентрических сфер

Наименование способа говорит о том, что вспомогательные сферы имеют разные центры, которые и нужно определять в процессе построения проекций линии пересечения поверхностей.

Способ вспомогательных эксцентрических сфер для построения линии пересечения поверхностей возможно применять при наличии трех следующих графических условий:

1. Пересекаются:

– поверхности вращения 4-го порядка, т.е. торовые поверхности – открытый или закрытый тор;

– поверхности эллиптических цилиндра и конуса, имеющие круговые сечения.

2. Общая плоскость симметрии поверхностей является плоскостью уровня.

3. Оси поверхностей пересекаются или скрещиваются.

Поскольку в этом способе центр каждой вспомогательной сферы нужно определять графическими построениями, первое действие графического алгоритма для построения проекций точек линии пересечения дополняется построением центра каждой вспомогательной сферы.

Порядок графических действий для построения линий пересечения способом вспомогательных эксцентрических сфер показан на двух примерах.

На рис. 4.105 показан пример построения проекции линии пересечения профильно-проецирующего цилиндра с поверхностью четвертой части открытого тора. Задача решается способом вспомогательных эксцентрических сфер, так как здесь соблюдены три необходимых условия для применения этого способа:

— одна из
пересекающихся
поверхностей —

открытый тор, имеющий
круговые сечения во фронтально-проецирующих плоскостях, проходящих через
его ось вращения l'''_m ;

– общая плоскость симметрии поверхностей – фронтальная плоскость уровня (подразумевается), поэтому точка $A(A'')$ пересечения фронтальных очерков принадлежит искомой линии пересечения;

– оси поверхностей – i_u и i_m – скрещиваются.

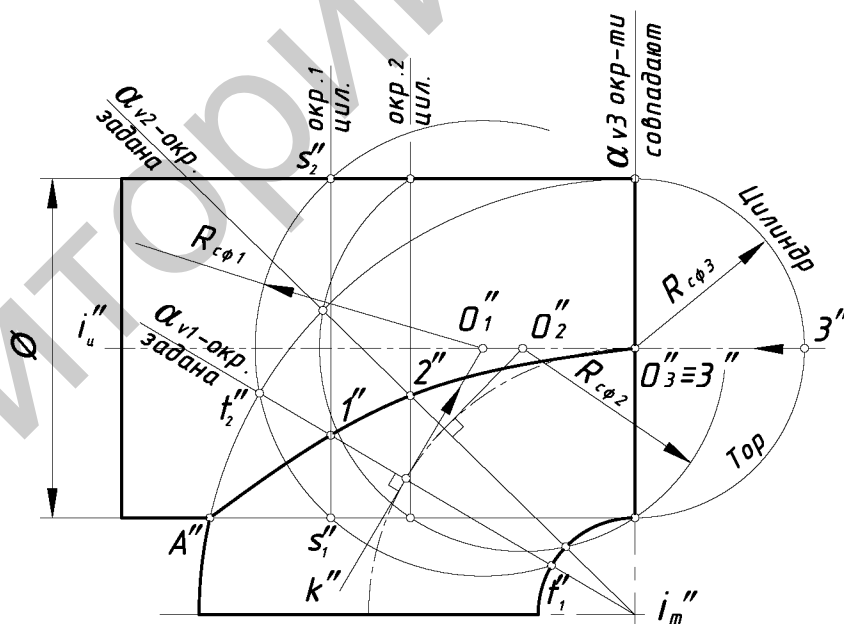


Рис. 4.105

Построение проекций точек линии пересечения поверхностей выполняется на заданной фронтальной проекции предмета по предлагаемому графическому алгоритму II.

Графический алгоритм II:

1-е действие. Ввести вспомогательную сферу, выполнив предварительно следующие графические действия:

1. Задать произвольное круговое сечение поверхности тора фронтально-проецирующей плоскостью α_{V1} , проходящей через его ось i''_m ; окружность t_1-t_2 , (ее проекция – прямая линия $t''_1-t''_2$) – это заданная ЛИНИЯ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ТОРА С ИСКОМОЙ ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ СФЕРОЙ, центр которой должен лежать на перпендикуляре к проекции этой окружности – прямой $t''_1-t''_2$ (хорда окружности, в которую проецируется вспомогательная сфера).

2. Провести к прямой $t''_1-t''_2$ через ее середину перпендикуляр k'' и на его пересечении с осью цилиндра i''_c определить центр первой вспомогательной сферы – точку O''_1 .

3. Провести окружность – проекцию вспомогательной сферы-посредника – с центром в точке O''_1 , радиус которой $R_{сф.1}$ определяется расстоянием от точки O''_1 до одной из крайних точек t''_1 или t''_2 прямой $t''_1-t''_2$.

2-е действие. Построить проекцию окружности пересечения построенной сферы-посредника с поверхностью соосного ей цилиндра – это прямая $s''_1-s''_2$, проходящая через точки s''_1 и s''_2 пересечения очерков цилиндра и сферы-посредника.

3-е действие. Определить на пересечении построенных проекций заданной окружности $t''_1-t''_2$ и построенной окружности $s''_1-s''_2$ совпадающие точки $1(1'')$, принадлежащие искомой линии пересечения заданных поверхностей.

Дополнительные действия:

4-е действие. Повторить действия графического алгоритма и построить достаточное количество точек линии пересечения. В данном примере дополнительными сечениями вспомогательных плоскостей α_{V2} и α_{V3} и вспомогательными сферами $R_{сф.2}$ и $R_{сф.3}$ с центрами O_2 и O_3 построены точки 2 и 3, принадлежащие линии пересечения. Причем в плоскости α_{V3} окружности сечений совпадают и совпадающие точки 3 делят существование этих окружностей на две половины – верхняя часть принадлежит цилиндру, а нижняя – тору.

5-е действие. На фронтальной проекции соединить плавной видимой кривой точки $A''-1''-2''-3''$ линии пересечения.

6-е действие. Оформить очерки поверхностей на заданной проекции.

На рис. 4.106 показан пример построения линии пересечения наклонного кругового цилиндра ζ_1 с осью i''_1 и наклонного эллиптического цилиндра с осью i''_2 , у которого есть круговые сечения в горизонтальных плоскостях уровня.

Выполнить графический анализ условия и исключить нерациональный способ решения задачи.

Рассмотренный способ вспомогательных секущих плоскостей применять не следует, так как на заданной фронтальной проекции ни одна плоскость уровня не

пересекает поверхности одновременно по окружностям или образующим (одно из условий применения).

Рассмотренный способ вспомогательных концентрических сфер применять нельзя, так как проведенные сферы с центром в точке пересечения осей образуют соосные пары только с одной заданной поверхностью ζ_1 (одно из условий применения).

Выбираем для решения задачи способ вспомогательных эксцентрических сфер, так как здесь соблюдены три условия его применения:

- пересекаются наклонный круговой цилиндр ζ_1 и эллиптический цилиндр ζ_2 (поверхность не вращения);
- общая плоскость симметрии поверхностей является фронтальной плоскостью уровня (подразумевается);
- оси поверхностей i_1 и i_2 пересекаются.

Решение задачи, т.е. введение сечений цилиндра ζ_2 (параллельных заданному) горизонтальными плоскостями уровня α начинаем на фронтальной проекции предмета, так как общая плоскость симметрии является фронтальной плоскостью уровня и точки $A(A'')$ и $B(B'')$ пересечения фронтальных очерков принадлежат линии пересечения.

Определяем границы введения сечений цилиндра ζ_2 – это точки $A(A'')$ и $B(B'')$ пересечения фронтальных очерков пересекающихся геометрических тел.

Построить проекции точек линии пересечения поверхностей, выполнив действия предложенного графического алгоритма II.

Графический алгоритм II:

1-е действие. Ввести вспомогательную сферу, выполнив предварительные графические действия.

1. Задать произвольное круговое сечение эллиптического цилиндра ζ_2 горизонтальной плоскостью уровня α_{v1} – прямую t_1-t_2 . Эта заданная линия t_1-t_2 – окружность пересечения эллиптического цилиндра с искомой вспомогательной сферой, центр которой лежит на перпендикуляре, проведенном из середины этой прямой.

2. Провести к прямой t_1-t_2 через ее середину перпендикуляр k'' и на пересечении с осью i_1 кругового цилиндра ζ_1 определить точку O_1 – центр первой вспомогательной сферы-посредника.

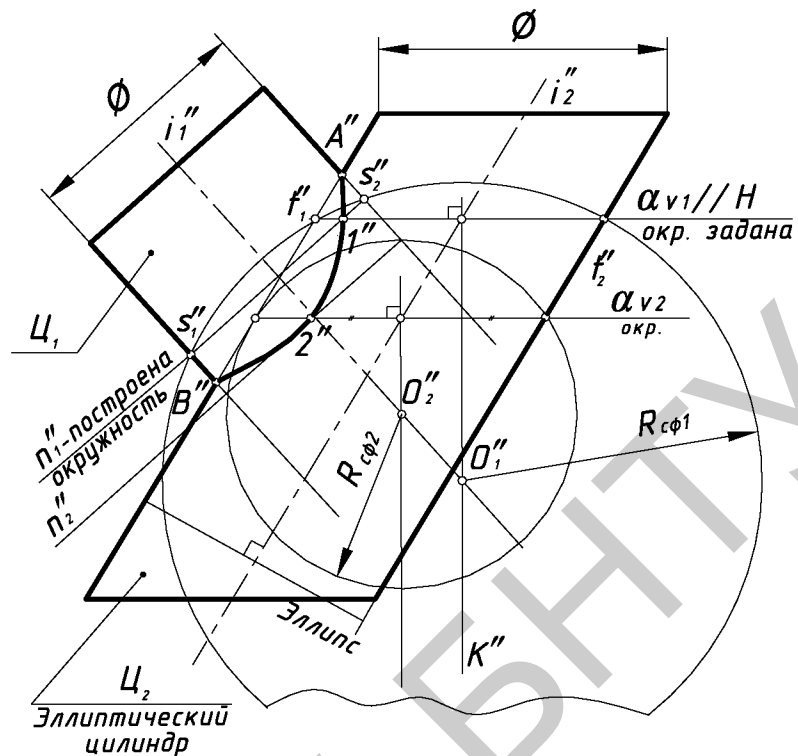


Рис. 4.106

3. Провести окружность сферы-посредника радиусом $R_{сф.1}$, который определяется расстоянием от точки O''_1 до одной из точек t''_1 или t''_2 прямой t_1-t_2 .

2-е действие. Построить проекцию окружности пересечения сферы-посредника с соосной ей поверхностью кругового цилиндра ζ_1 – это прямая s_1-s_2 , проходящая через точки пересечения очерков сферы и цилиндра.

3-е действие. Определить на пересечении заданной окружности $t_1''-t_2''$ и построенной окружности $s_1''-s_2''$ совпадающие точки $1(1'')$, принадлежащие искомой линии пересечения.

Дополнительные действия:

4-е действие. Повторить действия графического алгоритма II и построить проекции точек $2(2'')$.

5-е действие. На фронтальной проекции соединить плавной видимой кривой точки $A''-1''-2''-B''$ линии пересечения.

6-е действие. Оформить очерки поверхностей на заданной проекции.

Образец выполнения листа 9 с задачами 15 и 16 показан на рис. 4.107, а и б.

Задачи выполнять на формате А3 белой чертежной бумаги. Графические условия вариантов задачи 15 и 16 даны соответственно в табл. 4.10 и 4.11.

Задача 15. Построить проекции линии пересечения поверхностей способом вспомогательных секущих плоскостей на заданных проекциях. Задачу выполнить на левой половине поля чертежа.

В задаче 15 комбинированное тело образовано пересечением прямого кругового конуса и тороида.

Выбираем для решения задачи первый рассмотренный способ вспомогательных секущих плоскостей, так как здесь соблюдены два условия его применения:

- общая плоскость симметрии $\beta(\beta_H)$ является фронтальной плоскостью уровня;
- горизонтальные плоскости уровня α , которые пересекают поверхность конуса и тороида по окружностям, выбираем в качестве вспомогательных плоскостей-посредников.

Решение задачи, т.е. введение плоскостей-посредников, начинаем на фронтальной проекции предмета, так как общая плоскость симметрии является фронтальной плоскостью уровня.

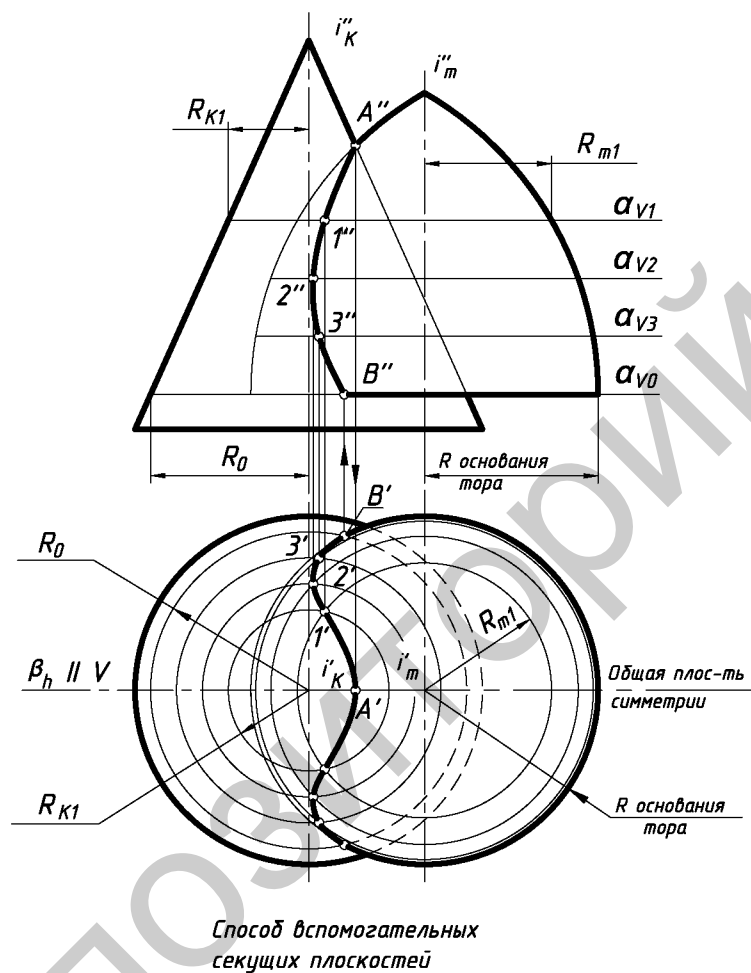
Определяем границы введения вспомогательных плоскостей-посредников – это точка $A(A'')$ пересечения фронтальных очерков и точки $B(B'')$ пересечения окружностей в горизонтальной плоскости уровня $\alpha(\alpha_{v0})$, проходящей через основание тороида.

План графических действий для решения задачи соответствует предложенному графическому алгоритму I (см. рис. 4.103):

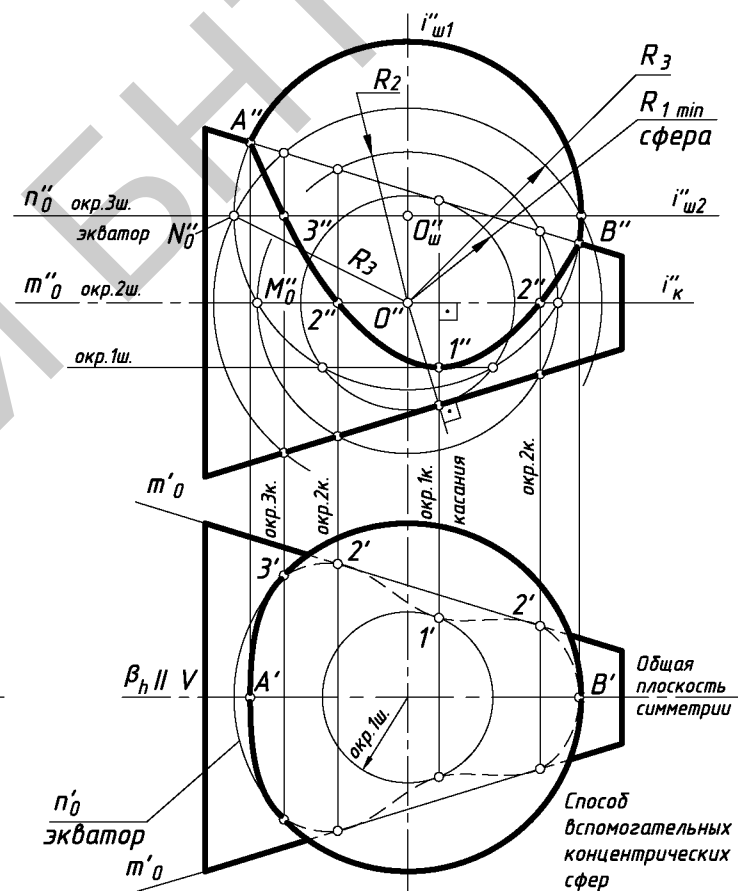
1-е действие. Ввести на фронтальной проекции предмета первую горизонтальную плоскость-посредник α_{v1} (произвольно и ниже точки A'').

2-е действие. Построить на горизонтальной проекции вспомогательные окружности радиусами R_{k1} и R_{m1} пересечения первой вспомогательной плоскости-посредника с каждой заданной поверхностью.

Задача 15



Задача 16



БНТУ	Графическая работа № 9			
Разработал			Лист 9	Вар.
Рецензент			Гр.	

3-е действие. Определить на пересечении построенных вспомогательных окружностей две горизонтальные проекции точек $1(1')$ (отмечены с одной стороны), принадлежащих искомой линии пересечения. Фронтальные проекции точек $1(1'')$ строятся по линии связи на фронтальной проекции плоскости-посредника α_{V1} .

Дополнительные действия:

4-е действие. Повторить действия графического алгоритма и построить проекции точек 2 и 3 линии пересечения.

5-е действие. На заданных проекциях соединить плавными кривыми линиями построенные проекции точек линии пересечения с учетом их видимости на поверхностях геометрических тел.

6-е действие. Оформить на проекциях очерки поверхностей (оставить тонкими сплошными линиями несуществующие очерки поверхностей и линии построения).

Задача 16. Построить проекции линии пересечения поверхностей способом вспомогательных концентрических или эксцентрических сфер на заданных проекциях. Задачу выполнить на правой половине поля чертежа.

В задаче 16 комбинированное тело образовано пересечением шара и кругового усеченного конуса с горизонтальной осью $i(i_k'')$.

Выполнив графический анализ условия задачи, определяем, что рассмотренный способ вспомогательных секущих плоскостей применять не следует, так как на заданных проекциях нельзя провести плоскости уровня, пересекающие по окружностям обе заданные поверхности.

Выбираем для решения задачи второй рассмотренный способ вспомогательных секущих плоскостей, так как здесь соблюдены три условия его применения:

- пересекаются поверхности вращения;
- общая плоскость симметрии $\beta(\beta_H)$ является фронтальной плоскостью уровня;
- оси поверхностей пересекаются и центр вспомогательных сфер – точка $O(O'')$ – лежит на пересечении горизонтальной оси конуса i_k и вертикальной оси шара $i_{ш1}$.

Решение задачи, т.е. введение сфер-посредников, начинаем на фронтальной проекции предмета, так как общая плоскость симметрии является плоскостью уровня.

Определяем границы введения сфер-посредников – это точки $A(A'')$ и $B(B'')$ пересечения фронтальных очерков.

План графических действий для решения задачи соответствует предложенному графическому алгоритму I (см. рис. 4.104):

1-е действие. Ввести первую вспомогательную минимальную сферу радиусом R_{1min} с центром в точке O'' , вписанную в коническую поверхность.

2-е действие. Построить проекции окружностей (прямые), по которым сфера-посредник пересекается с конусом и шаром:

- первая пара соосных поверхностей – конус и вписанная вспомогательная сфера пересекаются по окружности касания – *окр. 1к* касательная;

- вторая пара соосных поверхностей – заданная сфера и вспомогательная сфера пересекаются по окружности – *окр. 1ш*.

3-е действие. Определить на пересечении построенных вспомогательных

проекций окружностей совпадающие точки $1(1'')$, принадлежащие искомой линии пересечения.

Дополнительные действия:

4-е действие. Повторить действия основного графического алгоритма, введя вспомогательные концентрические сферы радиусами R_2 и R_3 с тем же центром $O(O'')$, и построить точки $2(2'')$ и $3(3'')$, принадлежащие линии пересечения.

При выборе радиусов ВТОРОЙ и ТРЕТЬЕЙ вспомогательных концентрических сфер нужно учесть графическое условие данной задачи:

- радиус R_2 второй вспомогательной сферы выбран так, чтобы были построены точки $2(2'', 2')$ искомой линии пересечения, лежащие на характерных для горизонтальной проекции образующих конуса $m_o(m_o'', m_o')$, фронтальные проекции m'' которых совпадают с осью конуса i''_k , т.е. радиус второй сферы R_2 должен быть равен расстоянию от точки O'' до точки M_o'' , которая лежит на пересечении оси конуса i_k с очерком заданного шара (главного фронтального меридиана).

- радиус R_3 третьей вспомогательной сферы выбран так, чтобы были построены точки $3(3'', 3')$ искомой линии пересечения, лежащие на экваторе шара $n_o(n_o'', n_o')$, фронтальная проекция которого совпадает с горизонтальной осью шара $i''_{ш2}$, т.е. радиус третьей сферы R_3 должен быть равен расстоянию от точки O'' до точки N_o'' , которая лежит на пересечении экватора шара $n_o(n_o'')$ с его фронтальным очерком.

1. Достроить горизонтальные проекции точек $1(1')$, $2(2')$ и $3(3')$ линии пересечения:

- точки $1(1')$ – по принадлежности параллели шара (окр. 1 ш);
- точки $2(2')$ – по принадлежности очерковым образующим конуса $m_o(m_o')$;
- точки $3(3')$ – по принадлежности экватору шара $n_o(n_o')$.

2. Соединить плавными кривыми линиями фронтальные и горизонтальные проекции построенных точек линии пересечения с учетом их видимости на проекциях геометрических тел – невидимыми будут участки $3'-2'-1'-2'-B'$ пространственной кривой 4-го порядка на горизонтальной проекции.

5-е действие: Оформить очерки поверхностей на заданных проекциях с учетом их относительной видимости (оставить тонкими линиями несуществующие очерки геометрических тел и линии построения).

4.10. Графическая работа № 10 (лист 10, задача 17): развертки поверхностей

Для решения задачи 17 следует проработать и усвоить необходимый материал начертательной геометрии.

Тема 10. Развертки поверхностей:

1. Развертка боковой поверхности призмы:

- а) способом нормального сечения;
- б) способом раскатки.

2. Развертка боковой поверхности пирамиды по натуральным величинам ее ребер.

3. Развертка боковой поверхности цилиндра:

- а) способом нормального сечения;

б) способом раскатки.

4. Развертка боковой поверхности конуса (по натуральным величинам образующих).

В рассматриваемой теме дается понятие о геодезической линии на поверхности и ее построение на развертках и проекциях.

Задача 17. Построить развертку поверхности пирамиды (включая основание и плоскости сечений).

Графическое условие для развертки пирамиды – пирамида задачи 8 (см. табл. 4.5).

Краткое изложение материала начертательной геометрии к задаче 17

Развертки поверхностей. Общие сведения

Разверткой называется плоская фигура, в которую преобразуется поверхность предмета при ее совмещении с плоскостью. При этом подразумевается, что поверхность – это гибкая, но нерастяжимая и несжимаемая пленка и при ее развертке не происходит разрывов и образования складок.

Поверхности, которые допускают такое преобразование, называются развертываемыми.

К развертываемым поверхностям относятся многогранники, некоторые линейчатые поверхности – цилиндрические, конические – и поверхности с ребром возврата (торсы – развертка торсов не рассматривается).

Развертки можно построить точные и приближенные.

Точные развертки можно строить для гранных поверхностей призмы и пирамиды (не считая графических погрешностей построения), для круговых цилиндров (развертка – прямоугольник с размерами $(\pi \cdot d) \times H$) и круговых конусов (круговой сектор с углом $\varphi = R \cdot 360^\circ / L$, где R – радиус основания конуса; L – длина его образующей).

Развертки, которые можно построить графически, заменяя (аппроксимируя) заданные поверхности участками развертываемых призматических, пирамидальных или цилиндрических поверхностей, называются приближенными. К поверхностям, развертку которых можно построить приближенно, относятся круговые наклонные конуса, эллиптические цилиндры с круговыми сечениями, сферические, торовые, а также комбинированные поверхности, участки которых состоят из развертываемых поверхностей.

Каждой точке на поверхности соответствует единственная точка на развертке, т.е. между поверхностью и ее разверткой существует взаимно однозначное соответствие, которое обладает следующими основными свойствами:

- а) длины соответствующих линий на поверхности и на развертке равны;
- б) линии, параллельные на поверхности, сохраняют параллельность на развертке;
- в) углы между соответствующими пересекающимися линиями на поверхности и на развертке равны;

г) площади соответствующих фигур на поверхности и на развертке, ограниченные замкнутыми линиями, равны.

Развертки многогранников

Построение развертки многогранников сводится к определению натуральных величин боковых граней или ребер этих поверхностей. Натуральные величины граней (плоскостей) или ребер (прямых) могут быть определены любым из рассмотренных выше способов преобразования чертежа (см. тему «Преобразование чертежа»).

Развертка поверхности призмы

Построение развертки поверхности призмы можно выполнить несколькими способами:

1. Способ нормального сечения.
2. Способ раскатки.
3. Способ треугольников (триангуляции) – здесь не рассматривается.

Рассмотрим на примерах построение развертки поверхности призмы первыми двумя способами.

1-й способ. Способ нормального сечения (нормальное сечение перпендикулярно ребрам призмы).

Этот способ развертки боковой поверхности призмы можно применить, если на чертеже:

- ребра призмы являются прямыми уровня, т.е. имеют на одной из заданных проекций натуральную величину,
- на проекциях нет натуральных величин оснований призмы.

!!! Если на чертеже ребра призмы являются прямыми общего положения, то следует изменить положение призмы относительно плоскостей проекций, преобразовав ребра в прямые уровня, например, способом замены плоскостей проекций.

Построение развертки боковой поверхности призмы способом нормального сечения выполняется по следующему графическому алгоритму:

1-е действие. На проекции призмы, на которую ребра призмы проецируются в натуральную величину, провести плоскость **НОРМАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ**, перпендикулярную ее ребрам (в произвольном месте по длине ребер).

2-е действие. Построить натуральную величину многоугольника нормального сечения (например, способом замены плоскостей проекций).

3-е действие. Развернуть на свободном поле чертежа натуральный многоугольник сечения в прямую и через точки его вершин провести перпендикулярные прямые – направления ребер.

4-е действие. Отложить на направлениях ребер в обе стороны от линии нормального сечения натуральные отрезки соответствующих ребер.

5-е действие. Соединить построенные конечные точки ребер отрезками прямых и достроить плоскую фигуру развертки боковой поверхности призмы.

6-е действие. Оформить чертеж развертки, проведя тонкими штрихпунктирными линиями с двумя короткими пунктирами линии сгиба в местах расположения ребер.

На рис. 4.108 показан пример построения развертки поверхности треугольной призмы способом нормального сечения, так как на чертеже призмы ее ребра являются горизонтальными прямыми уровня, а основания – плоскостями общего положения, т.е. не имеют натуральной величины.

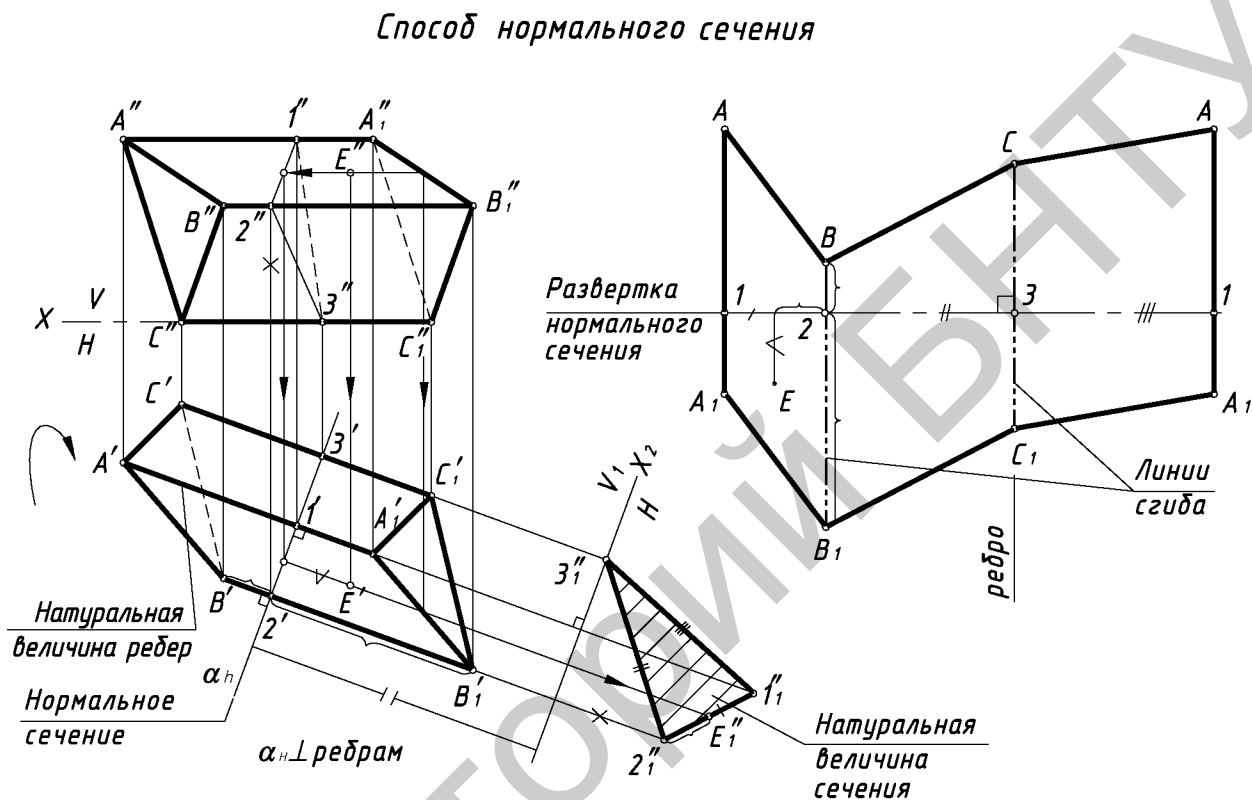


Рис. 4.108

Поверхность призмы «разрезана» по ребру A и развернута по часовой стрелке.

Для построения развертки выполнены графические действия предложенного алгоритма.

1-е действие. Провести горизонтально-проецирующую плоскость нормального сечения $\alpha(\alpha_h)$ перпендикулярно горизонтальным проекциям ребер призмы (произвольно по длине ребер).

2-е действие. Способом замены плоскостей проекций построить натуральную величину нормального сечения – треугольник $1''-2''-3''$, стороны которого определяют ширину каждой грани призмы.

3-е действие. На свободном поле чертежа треугольник $1''-2''-3''$ нормального сечения развернуть в горизонтальную линию и отметить натуральные величины его сторон; из отмеченных на линии сечения точек $1, 2, 3$ и 1 провести перпендикулярные прямые – направления ребер.

4-е действие. Отложить на проведенных направлениях ребер вверх и вниз отрезки натуральных величин ребер (см. ребро $B'-B'_1$), взятых с заданной

горизонтальной проекции призмы, где ребра имеют натуральную величину.

5-е действие. Соединить отрезками прямых построенные конечные точки ребер и достроить плоскую фигуру развертки.

6-е действие. Оформить чертеж развертки, выполнив тонкими штрихпунктирными линиями с двумя короткими штрихами линии сгиба по ребрам призмы.

На рис. 4.108 показано также построение на развертке точки $E(E'', E')$, лежащей на грани AB призмы.

2-й способ. Способ раскатки.

Этот способ развертки применяется, если на чертеже:

- ребра призмы являются прямыми уровня;
- основания призмы (или одно из оснований) лежат в плоскости уровня, т.е. имеют на чертеже натуральную величину.

Суть способа в том, что «разрезав» поверхность призмы по одному из ее ребер, вращением призмы (раскаткой) вокруг этого ребра ближайшая грань призмы совмещается с плоскостью развертки (за плоскость развертки принимается плоскость проекций, которой параллельны ребра призмы). Затем последовательным вращением призмы вокруг следующих ребер с плоскостью развертки совмещаются все прочие грани призмы, т.е. выполняется полная раскатка ее боковой поверхности.

На рис. 4.109 показан пример построения развертки способом раскатки, так как на чертеже ребра призмы являются фронтальными прямыми, а оба основания лежат в горизонтальных плоскостях уровня и на горизонтальной проекции призмы имеют натуральную величину. За плоскость развертки принята фронтальная плоскость проекций, так как ребра призмы фронтальные прямые.

Построение развертки способом раскатки выполняется по следующему графическому алгоритму:

1-е действие. «Разрезать» поверхность призмы по очерковому ребру $A-A_1(A''-A_1'')$ и повернуть вокруг этого ребра грань AB призмы до совмещения с плоскостью развертки, построив ребро $B-B_1$; чтобы построить на развертке это ребро, нужно провести из вершин оснований $B(B'')$ и $B_1(B_1'')$ перпендикуляры к ребру $A-A_1(A''-A_1'')$ и на пересечении этих перпендикуляров с дугой-засечкой, равной стороне основания $AB(A'B')$, построить точки B и B_1 , определяющие положение ребра $B-B_1$ на развертке (ребро $B-B_1$ параллельно ребру $A-A_1$).

2-е действие. Повторить последовательное вращение каждой грани вокруг следующего ребра и совместить каждую грань с плоскостью развертки, построив конечные точки каждого ребра с помощью дуг-засечек, равных следующим сторонам основания $BC(B'C')$ и $CA(C'A')$.

3-е действие. Соединить построенные конечные точки ребер отрезками прямых и достроить плоскую фигуру развертки (достроено также одно основание призмы).

4-е действие. Оформить чертеж развертки, выполнив тонкими штрихпунктирными линиями с двумя короткими пунктирами линии сгиба по ребрам.

На этом же рисунке показано построение на развертке точки E , лежащей на грани BC призмы.

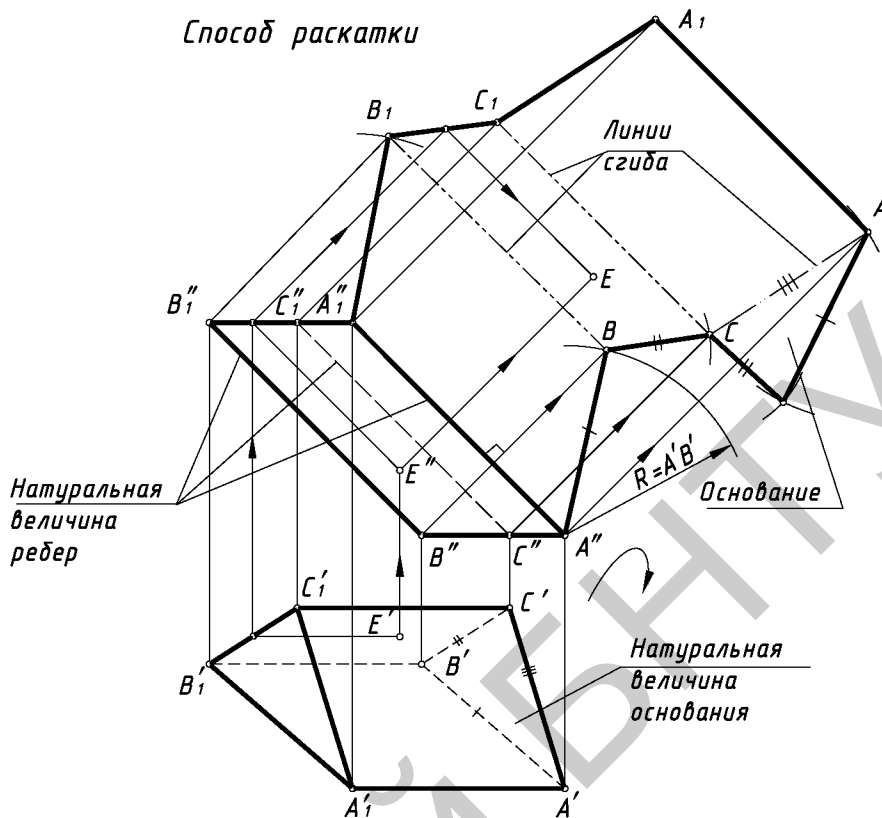


Рис. 4.109

Развертка поверхности пирамиды

Построение развертки боковой поверхности пирамиды по натуральным величинам ее ребер выполняется по следующему графическому алгоритму:

1-е действие. Построить на заданных проекциях пирамиды натуральные величины всех ее боковых ребер (например, способом вращения вокруг проецирующей прямой) и натуральные величины сторон многоугольника основания пирамиды (если основание лежит в плоскости уровня, то натуральные величины даны на одной из проекций).

2-е действие. Построить на свободном поле чертежа последовательно грани пирамиды по натуральным величинам ребер и натуральным величинам сторон основания (с помощью дуг-засечек) так, чтобы они имели общую вершину S и примыкали друг к другу.

3-е действие. Оформить чертеж развертки, выполнив линии сгиба по ребрам пирамиды тонкими штрихпунктирными линиями.

На рис. 4.110 показан пример построения развертки поверхности правильной треугольной пирамиды, основание которой треугольник ABC , на горизонтальной проекции имеет натуральные величины сторон, так как лежит в горизонтальной плоскости уровня.

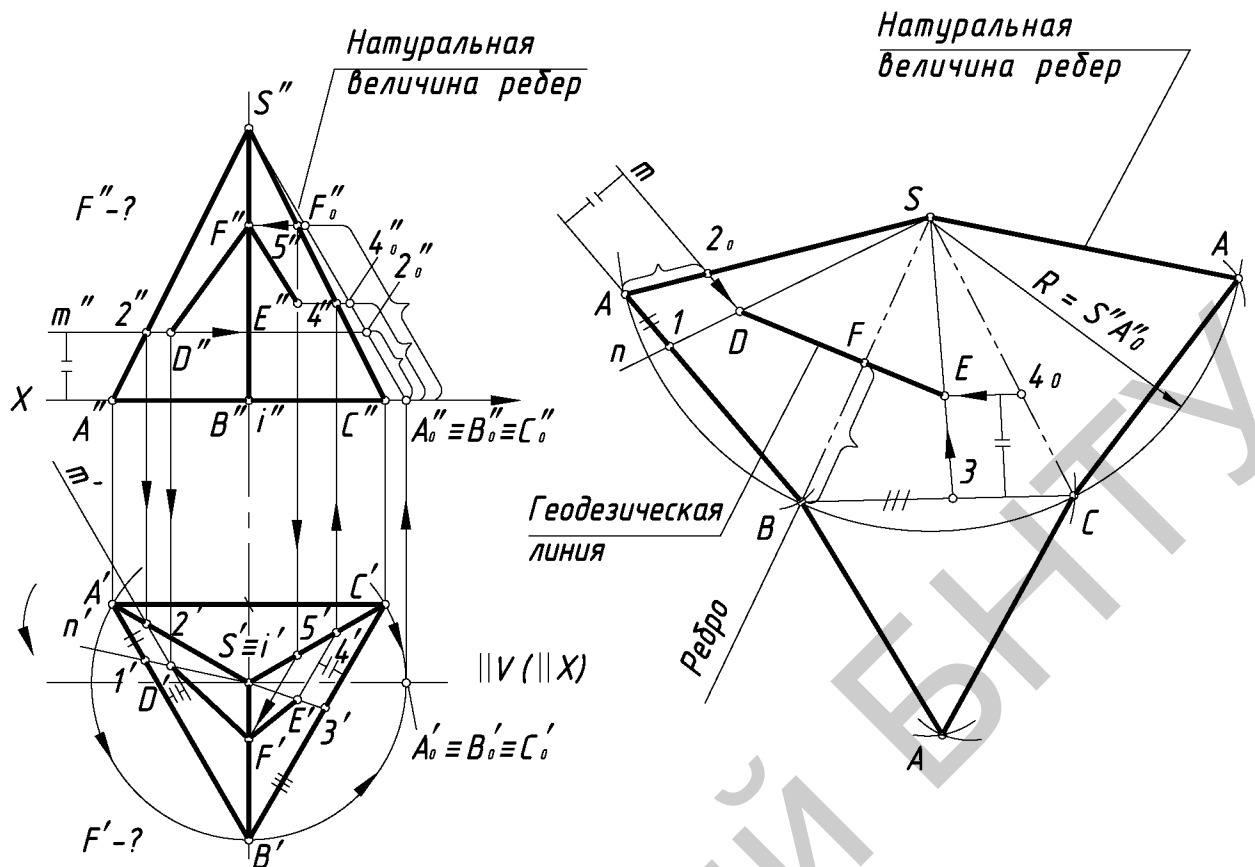


Рис. 4.110

Для построения развертки выполнены графические действия предложенного алгоритма.

1-е действие. Построить на заданной фронтальной проекции натуральные величины ребер пирамиды способом вращения вокруг горизонтально-проецирующей оси $i(i')$, проходящей через вершину пирамиды, точку $S(S')$, и совпадающей с ее высотой. Напоминаем графические действия этого способа преобразования:

1. Повернуть горизонтальные проекции ребер $S'A'$, $S'B'$ и $S'C'$ вокруг оси $i(i')$ так, чтобы они расположились параллельно фронтальной плоскости проекций V (все ребра правильной пирамиды равны по длине), и получить совмещенные проекции точек $A_0' \equiv B_0' \equiv C_0'$.

2. На фронтальной проекции пирамиды конечные точки A'' , B'' и C'' ребер перемещаются по горизонтальной линии, перпендикулярной оси $i(i'')$, и на пересечении с линией связи от точек $A_0''(B_0'' \equiv C_0'')$ построить точки $A_0''(B_0'' \equiv C_0'')$.

3. Соединить вершину пирамиды $S(S'')$ с совпадающими точками $A_0''(B_0'' \equiv C_0'')$ – полученный отрезок $S''A''(S''B'' \equiv S''C'')$ и есть натуральная величина всех ребер пирамиды.

2-е действие. На свободном поле чертежа построить последовательно (например, против часовой стрелки) от ребра SA , по которому «разрезается» поверхность, треугольники граней пирамиды с общей вершиной S следующим образом:

1. Провести дугу радиусом R , равным натуральной величине ребер $S''A_0''$, пирамиды из произвольной точки S плоскости чертежа.

2. На дуге отметить (произвольно) вершину основания, точку A , т.е. построить ребро SA пирамиды.

3. На проведенной дуге засечками, равными длине сторон основания пирамиды $A'B'=B'C'=C'A'$, отметить следующие точки вершин основания – B , C – и точку A .

4. Построить треугольники граней пирамиды, соединив вершину S с вершинами основания, и достроить основание пирамиды к стороне, например, BC грани SBC .

3-е действие. Оформить чертеж развертки, выполнив тонкими штрихпунктирными линиями с двумя короткими пунктирами линии сгиба по ребрам пирамиды.

Геодезическая линия

Геодезическая линия – это линия кратчайшего расстояния между двумя точками на поверхности. На развертке этой линии соответствует прямая. Геодезическая линия строится на развертке по двум ее конечным точкам, заданным на проекциях предмета, а затем достраивается на заданных проекциях по дополнительным промежуточным точкам, взятым на построенной развертке.

На рис. 4.110 показано построение проекций геодезической линии на поверхности пирамиды по двум заданным на проекциях конечным точкам $D(D'', D'-?)$ и $E(E', E''-?)$.

Порядок графических действий для построения геодезической линии:

1-е действие. Построить полную развертку поверхности (в данном примере развертка пирамиды уже построена).

2-е действие. Построить на развертке геодезическую линию.

1. Построить на развертке заданные точки $D(D'', D')$ и $E(E', E'')$:

– точка D определяется на развертке на пересечении вспомогательной линии m , проведенной параллельно стороне AB основания на расстоянии $A-2_0$, равном отрезку $A_0''-2_0''$, взятому на построенной натуральной величине ребер и отложенному по ребру SA развертки, и линии, проведенной через точку S и точку 1 , построенную на стороне AB развертки по отрезку $A'-1'$, взятому на горизонтальной проекции $A'B'$ стороны основания;

– точка E определяется на пересечении аналогично построенных линий 4_0-E и $S-3$.

2. Соединить построенные на развертке точки геодезической линией $D-E$, которая пересекает ребро SB в точке F .

3-е действие. Достроить фронтальную и горизонтальную проекции геодезической линии $D-F-E$ на проекциях пирамиды по промежуточной точке F с учетом видимости линии на поверхности (на проекциях пирамиды проекции геодезической линии – ломаные линии):

1. Отрезок $B-F$, взятый на развертке (отмечен скобкой), отложить на натуральной величине ребер, построенных на фронтальной проекции, и определить положение точки F_0'' .

2. Провести через точку F_o'' линию, параллельную основанию пирамиды, и на пересечении с проекцией ребра $SB(S''B'')$ построить фронтальную проекцию точки $F(F'')$ геодезической линии.

3. Достроить горизонтальную проекцию точки $F(F')$ по вспомогательной точке $5(5')$, лежащей на ребре SC .

4. На проекциях пирамиды соединить заданные проекции точек D и E с построенной точкой F , определив видимость участков ломаной геодезической линии.

На рис. 4.111 показан пример построения развертки неправильной треугольной пирамиды $SABC$ и геодезической линии $D-E-F$ на развертке и на проекциях пирамиды по заданным конечным точкам D и E . Основание пирамиды лежит в горизонтальной плоскости, и на горизонтальной проекции пирамиды стороны основания имеют натуральную величину.

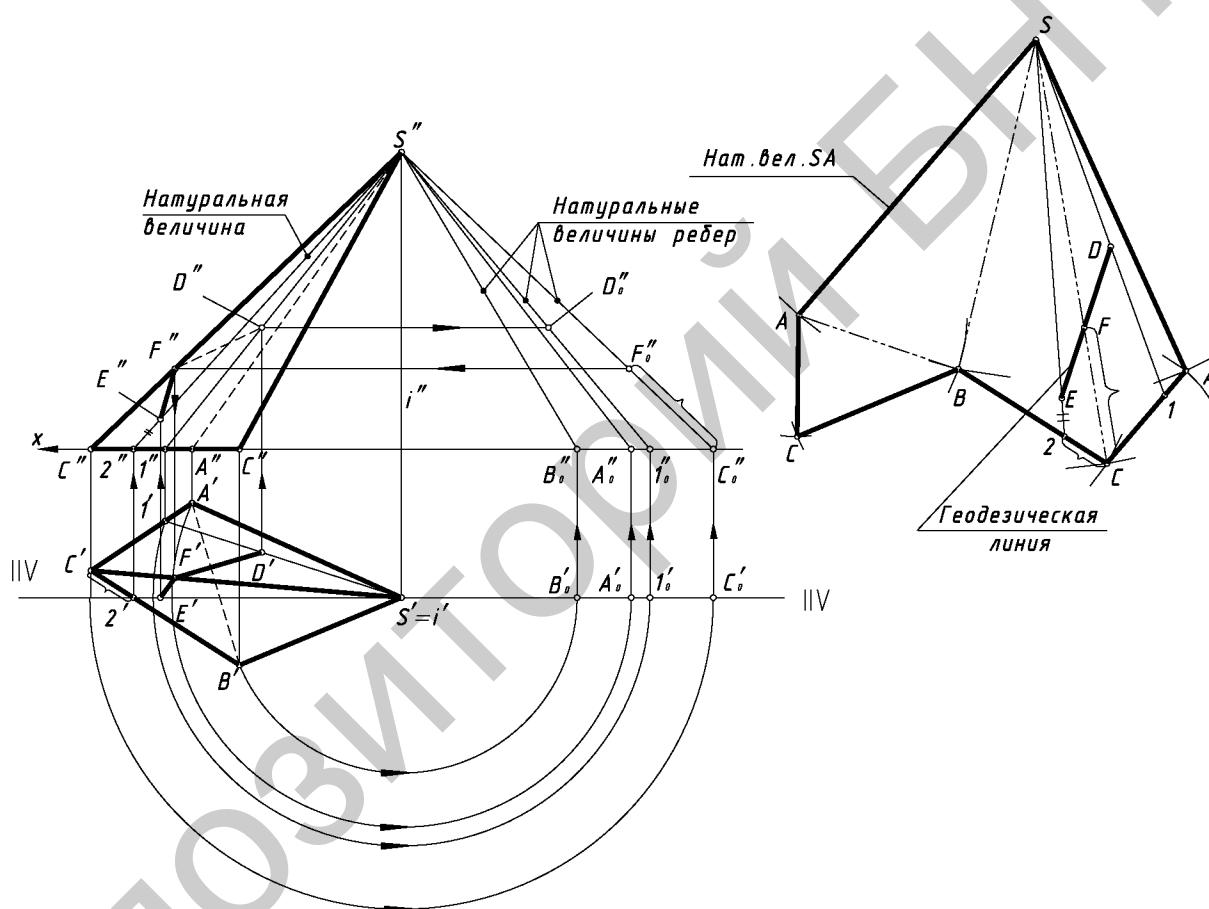


Рис. 4.111

Построение развертки поверхности пирамиды выполнено по приведенному выше алгоритму с дополнительными графическими действиями по построению геодезической линии:

1-е действие. На фронтальной проекции пирамиды способом вращения вокруг горизонтально-проецирующей оси $i(i')$, проходящей через вершину пирамиды $S(S')$, построить натуральные величины всех ребер пирамиды и вспомогательной линий $S-1$, проведенной на грани пирамиды SAC через заданную точку D , и определить проекцию D_o'' точки D на натуральной величине $S''-1_o''$ вспомогательной линии $S-1$: вспомогательная линия $S-2$, проведенная через точку $E(E', E'')$, является

фронтальной (W), и проекция $S''-2''$ есть ее натуральная величина, которую можно использовать для построения точки E на развертке.

2-е действие. Построить на свободном поле чертежа последовательно от ребра SA по часовой стрелке треугольники граней пирамиды с общей вершиной S по натуральным величинам ее ребер и сторон основания дугами-засечками соответствующей величины и достроить основание пирамиды к стороне AB .

3-е действие. Оформить чертеж развертки, проведя линии сгиба.

4-е действие. Построить геодезическую линию на развертке и заданных проекциях пирамиды.

1. Построить на развертке конечные точки D и E на вспомогательных линиях $S-1$ и $S-2$ по натуральным величинам отрезков $1-D(1_0''-D_0'')$ и $2-E(2''-E'')$ и соединить эти точки прямой геодезической линией $D-E$, которая пересекает ребро SC в точке F .

2. Достроить фронтальную и горизонтальную проекции ломаной геодезической линии $D-F-E$ на проекциях пирамиды с учетом ее видимости, определив проекции точки $F(F', F'')$ на ребре $SC(S'C', S''C'')$ по ее положению на развертке (по отрезку $C-F$).

Развертка цилиндрической и конической поверхностей

Развертки цилиндрических и конических поверхностей выполняются аналогично разверткам призматических и пирамидальных поверхностей. При этом цилиндрическая поверхность заменяется (аппроксимируется) вписанной многоугольной призматической поверхностью (обычно 12-угольной), а коническая поверхность заменяется вписанной многоугольной пирамидальной поверхностью, т.е. строятся приближенные развертки.

Развертка прямого кругового цилиндра

Развертку поверхности прямого кругового цилиндра можно выполнять следующими способами:

- способом нормального сечения на свободном поле чертежа, если образующие являются прямыми уровнями, а основания не перпендикулярны образующим;
- способом раскатки при тех же условиях (развертка является при этом продолжением проекции).

Развертка эллиптического цилиндра (нормальное сечение – эллипс) выполняется способом раскатки, если образующие являются прямыми уровнями и на проекциях есть круговое основание (не рассматривается).

Графические алгоритмы для построения разверток поверхности цилиндра этими способами аналогичны вышеприведенным графическим алгоритмам для построения разверток призмы такими же способами.

На рис. 4.112 показан пример построения развертки боковой поверхности прямого кругового цилиндра, наклоненного относительно горизонтальной плоскости проекций H и срезанного по одному торцу профильной плоскостью.

Поскольку по условию задачи образующие являются фронтальными прямыми уровня, а нормальным сечением кругового цилиндра является окружность, то здесь для построения развертки можно объединить и способы построения и графические действия алгоритмов.

Развертка выполняется по предлагаемому графическому алгоритму.

1-е действие. Провести на фронтальной проекции цилиндра фронтально-проецирующую плоскость нормального сечения $\alpha(\alpha_V)$ перпендикулярно фронтальным проекциям образующих (в произвольном месте по длине образующих) и построить окружность нормального сечения, повернув плоскость этой окружности вокруг линии сечения.

1. Окружность нормального сечения разделить на двенадцать частей и точки деления пронумеровать от точки O на очерковой образующей $A''-A_1''$, т.е. цилиндр заменить (аппроксимировать) двенадцатиугольной вписанной призмой; из точек деления окружности сечения провести на фронтальной проекции образующие до их пересечения с проекциями оснований.

2-е действие. На продолжении линии нормального сечения отметить двенадцать отрезков – сторон двенадцатиугольника (хорды окружности), которым заменяется окружность сечения, и провести направления ребер (образующих), перпендикулярно линии сечения (линии пронумеровать), то есть выполнить от ребра $A''-A_1''$ последовательную раскатку граней призмы, заменившей цилиндр.

3-е действие. Построить конечные точки каждой образующей (ребра) на пересечении образующих с линиями, проведенными перпендикулярно образующим из одноименных точек нижнего основания.

4-е действие. Оформить чертеж развертки боковой поверхности цилиндра, соединив построенные конечные точки образующих плавными кривыми линиями (в примере развертка оборвана из-за недостатка места).

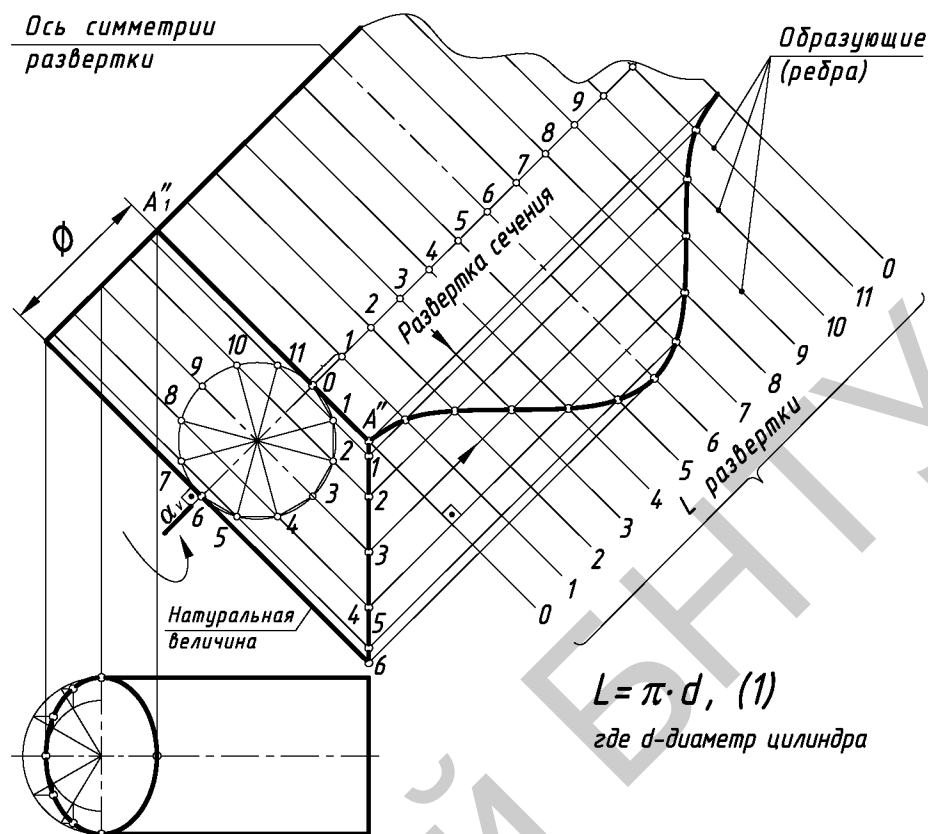


Рис. 4.112

Для построения более точной развертки следует по формуле (1) (см. рис. 4.112) вычислить длину развертки и, разделив эту длину на 12 равных частей, провести образующие и далее выполнить 3-е и 4-е действия алгоритма.

Развертка прямого кругового конуса

На рис. 4.113 показан пример построения развертки боковой поверхности прямого кругового конуса со срезом фронтально-проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_V)$, которая пересекает его поверхность по эллипсу.

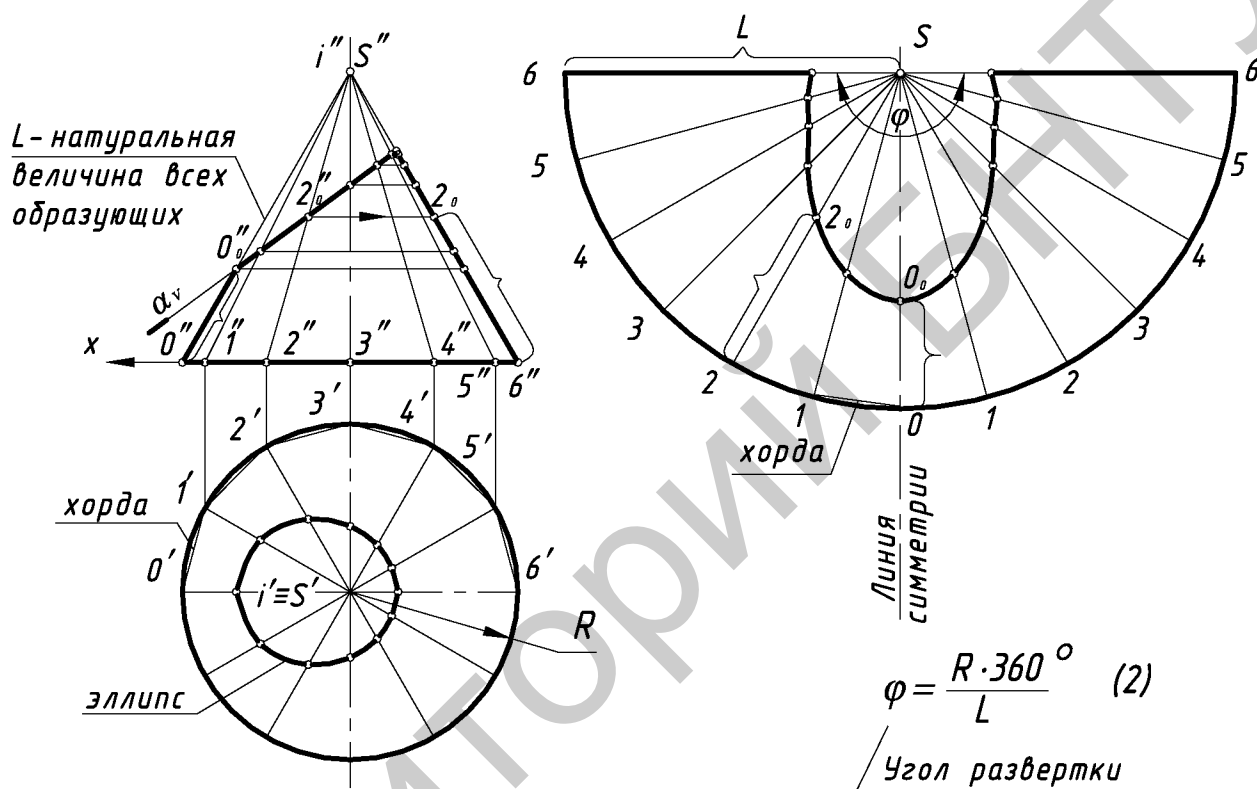


Рис. 4.113

Построение развертки боковой поверхности конуса выполняется по вышеприведенному алгоритму, для построения развертки пирамиды с некоторыми дополнениями.

Развертка выполняется по предлагаемому алгоритму.

1-е действие. Заменить прямой круговой конус вписанной правильной 12-угольной пирамидой с ребрами-образующими.

2-е действие. Построить развертку боковой поверхности пирамиды по натуральным величинам ребер (образующих) и сторон основания, выполнив следующие графические действия:

1. Отметить на свободном поле чертежа точку S и провести дугу радиусом L , равным натуральной величине всех образующих конуса (ребер пирамиды).

2. Отметить на дуге точку O на вертикальной линии симметрии развертки и построить вправо и влево на дуге засечками, равными сторонам-хордам 12-угольника, точки, соответствующие вершинам этого многоугольника;

пронумеровать эти точки и соединить их с вершиной развертки, построив таким образом вспомогательные ребра-образующие (грани пирамиды).

3-е действие. Достроить на развертке линию среза конуса фронтально-проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_V)$, выполнив следующие графические действия:

1. На фронтальной проекции конуса перенести горизонтально на натуральную величину образующей $S''-6''$ точки сечения, отмеченные на вспомогательных образующих, т.е. вращением вокруг оси $i(i'', i')$ построить натуральные величины отрезков образующих-ребер сечения.

2. Отложить на соответствующих образующих развертки натуральные величины отрезков образующих-ребер до точек сечения (отмечены на фронтальной проекции и на развертке фигурными скобками отрезки $O''-O_0''$ образующей для точки O_0 и $2''-2_0''$ образующей для точки 2_0) и соединить построенные точки сечения на развертке плавной кривой линией.

4-е действие. Оформить чертеж развертки, проведя сплошными толстыми линиями контур построенной развертки.

Для построения более точной развертки следует вычислить по формуле (2) (см. рис. 4.113) угол развертки и разделить дугу развертки на 12 равных частей, провести образующие и далее выполнить *3-е и 4-е действия* алгоритма.

Образец выполнения листа 10 с задачей 17 показан на рис. 4.114.

Задача 17. Построить развертку поверхности пирамиды, включая основание и плоскости сечений.

Задачу 17 выполнять на формате А3 белой чертежной бумаги по образцу.

Графическое условие задачи 17 – пирамида (задача 8 из табл. 4.5).

На поле чертежа слева выполнить фронтальную и горизонтальную проекции правильной треугольной пирамиды по заданному графическому условию.

План графических действий решения задачи соответствует графическим действиям предложенного алгоритма для развертки пирамиды.

1-е действие. Построить на проекциях пирамиды натуральные величины ребер, плоскостей среза и паза:

1. Натуральные величины всех ребер определяет фронтальная проекция ребра $SA(S''A'')$.

2. Построить натуральные величины плоскостей среза и сквозного паза способом вращения вокруг проецирующих осей:

– плоскость среза $\alpha(\alpha_V)$ повернуть вокруг фронтально-проецирующей оси i''_1 , совпадающей с вырожденной в точку $2''$ линией пересечения $2-2$ плоскости $\alpha(\alpha_V)$ с гранью SBC ;

– плоскость паза $\beta(\beta_V)$ повернуть вокруг фронтально-проецирующей оси i''_2 , совпадающей с вырожденной в точку $3''$ линией пересечения плоскости $\beta(\beta_V)$ с основанием пирамиды;

– плоскость $\delta(\delta_V)$ повернуть вокруг горизонтально-проецирующей оси i'_3 , проходящей через точку $6(6')$ на стороне $AB(A'B')$ основания пирамиды.

2-е действие. На поле чертежа справа построить полную развертку поверхности пирамиды, «разрезав» поверхность пирамиды по ребру SA .

1. Из точки S , выбранной на поле чертежа справа, провести дугу радиусом, равным натуральной величине ребер пирамиды.

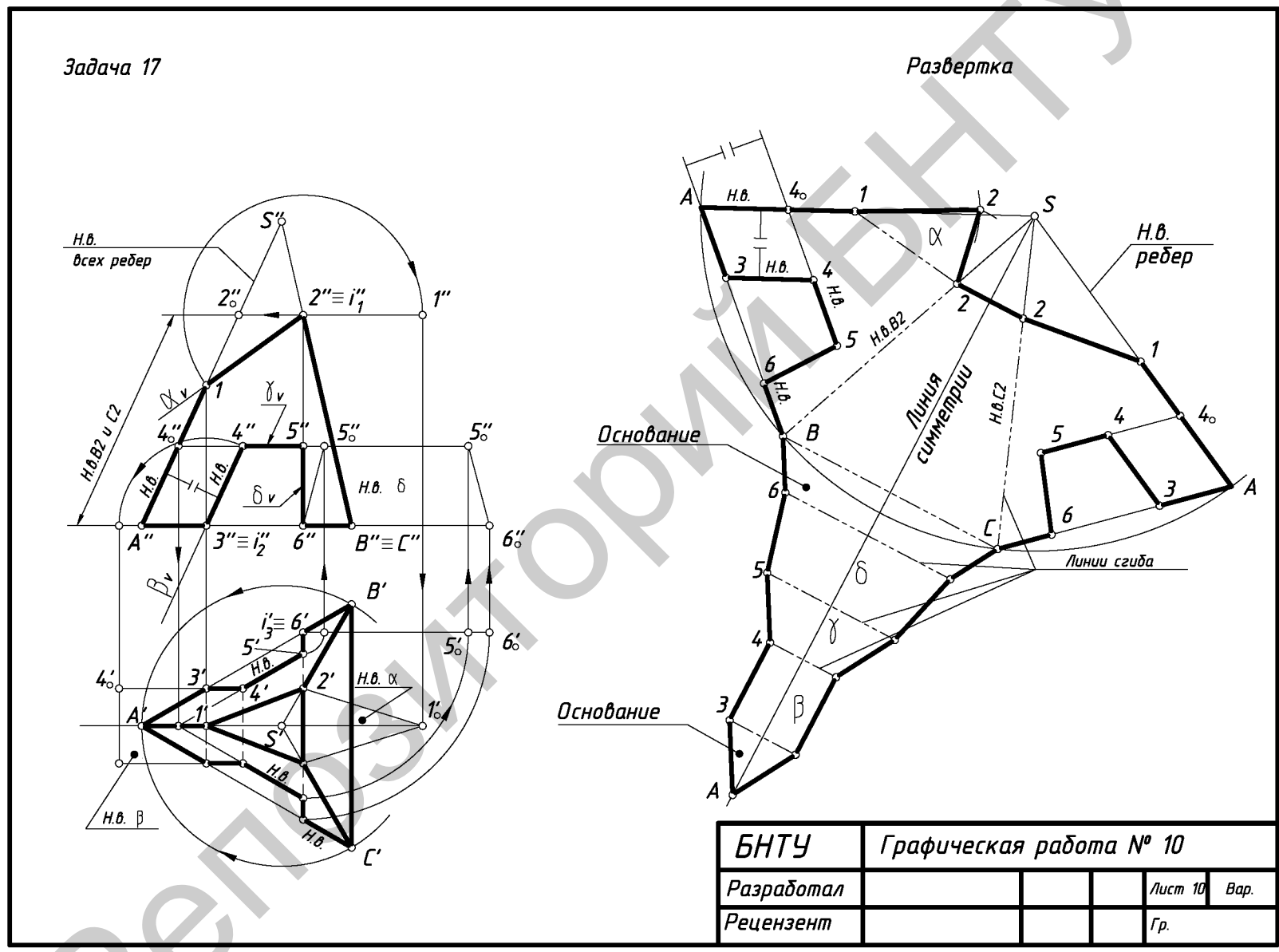


Рис. 4.114

2. Построить треугольники боковых граней пирамиды, отметив на дуге засечками величины сторон основания, и соединить вершины основания A , B , C и A с вершиной S (грани развернуты по часовой стрелке).

3. Достроить на развертке боковой поверхности линии среза и паза, полученные на гранях пирамиды:

– ломаные линии $3-4-5-6$, по которым плоскости паза пересекают две грани SAB и SAC , по натуральным величинам отрезков этих линий, используя параллельность отрезков;

– прямые $1-2$, $2-2$ и $2-1$, по которым плоскость среза α пересекает все три грани, по натуральным величинам отрезков ребер $A1(A''1'')$, $B2(A''2'')$ и $C2(A''2'')$.

4. К развертке боковой поверхности пирамиды достроить плоскости среза, паза и участки основания:

– к стороне основания BC – натуральные величины двух частей основания и плоскостей паза по порядку их развертки – участок основания $B-C-6-6$, плоскость δ , плоскость γ , плоскость β , участок основания $A-3-3$;

– к линии $1-2$ среза грани (например, грани SAB) натуральную величину плоскости α – треугольник $1-2-1$.

3-е действие. Оформить чертеж полной развертки поверхности пирамиды, выполнив внутри контура развертки все линии сгиба тонкими штрихпунктирными линиями с двумя пунктирами.

4.11. Графическая работа № 11 (листы 11 и 12, задачи 18 и 19): аксонометрические проекции

Для выполнения задач 18 и 19 следует проработать и усвоить необходимый материал начертательной геометрии.

Тема 11. Аксонометрические проекции.

1. Общие сведения:

- определение и свойства аксонометрических проекций;
- изометрические, диметрические и триметрические проекции;
- прямоугольные и косоугольные проекции;
- основная теорема аксонометрии – теорема К. Польке–Г. Шварца.

2. Стандартные аксонометрии. ГОСТ 2.317-69 «Аксонометрические проекции».

Задача 18. Построить аксонометрическую проекцию пирамиды в прямоугольной или косоугольной диметрии.

Графическое условие задачи – пирамида задачи 8 (табл. 4.5, лист 4).

Задача 19. Построить аксонометрическую проекцию цилиндра в прямоугольной изометрии.

Графическое условие задачи – цилиндр задачи 9 (табл. 4.6, лист 5).

Краткое изложение материала начертательной геометрии к задачам 18 и 19

Общие сведения и определения

Прямоугольные проекции предмета на взаимно перпендикулярные плоскости проекций по методу Г. Монжа позволяют точно передать на чертеже форму предмета и его размеры, они просты в построении, но не обладают наглядностью. Создание в уме по комплексному чертежу пространственного образа изображенного предмета требует навыков аналитического мышления и наличия пространственного воображения, т.е. достаточно развитого пространственного мышления.

Для наглядного изображения предмета существуют проекции, которые называют аксонометрическими, или аксонометриями (в переводе с древнегреческого – осеизмерение).

АКСОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОЕКЦИЯ – это параллельная проекция предмета вместе с системой прямоугольных координат, к которым этот предмет отнесен в пространстве, на некоторую плоскость аксонометрических проекций.

Чтобы обеспечить наглядность предмета по одному изображению на одной аксонометрической плоскости, направление проецирования (направление проецирующих лучей) не должно быть параллельным координатным плоскостям проекций xOy , xOz и zOy , относительно которых выполняются проекции предмета на чертеже.

Систему прямоугольных координат O_{xyz} , к которой предмет относят в пространстве для построения его аксонометрии, выбирают обычно так, чтобы оси x , y и z этой системы совпадали с натуральной системой координатных осей чертежа.

Аксонометрические проекции, как проекции параллельные, имеют некоторые их свойства:

- аксонометрическая проекция отрезка прямой также является прямой;
- если отрезки прямых параллельны на предмете, они также параллельны на его аксонометрической проекции.

Аксонометрической проекцией окружности на аксонометрии в общем случае является эллипс.

На рис. 4.115 показана схема проецирования точки A , построенной на чертеже в системе натуральных прямоугольных координат O_{xyz} и отнесенной к этим же координатам на некоторую плоскость аксонометрических проекций α по направлению проецирования S .

Положение точки A определяется в этой системе пространственной координатной ломаной $O-A_x-A'_x-A$, отрезки которой соответствуют координатам x , y и z точки A . На взятой произвольно плоскости аксонометрических проекций α получены три прямые x_α , y_α и z_α , выходящие из одной точки O_α , которые называются АКСОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ОСЯМИ и являются проекциями пространственных координатных осей x , y и z , к которым отнесена точка A . Полученные углы между аксонометрическими осями зависят от положения аксонометрической

плоскости и угла проецирования к этой плоскости. На аксонометрии положение точки A_α определяет плоская координатная ломаная $O_\alpha - A_{x\alpha} - A'_{\alpha} - A_\alpha$, отрезки которой соответствуют аксонометрическим координатам X_α , Y_α и Z_α аксонометрической проекции точки $A(A_\alpha)$.

Поскольку направление проецирования S не параллельно ни одной из осей системы

прямоугольных пространственных координат, то истинные размеры отрезков пространственной координатной ломаной $O - A_x - A' - A$ на аксонометрической проекции искажаются и, следовательно, искажаются размеры любого предмета на его аксонометрическом изображении.

Для определения степени искажения размеров предмета на аксонометрических проекциях введено понятие коэффициентов искажения по аксонометрическим осям.

Если на осях x , y и z системы натуральных прямоугольных координат отложить от точки O равные масштабные отрезки $e_x = e_y = e_z$, то в системе аксонометрических координатных осей получаются искаженные проекции этих отрезков $e_{x\alpha}$, $e_{y\alpha}$ и $e_{z\alpha}$.

ОТНОШЕНИЯ аксонометрических проекций масштабных отрезков к натуральным величинам масштабных отрезков и называются коэффициентами искажения по аксонометрическим осям:

$$K_x = \frac{e_{x\alpha}}{e_x}; \quad K_y = \frac{e_{y\alpha}}{e_y}; \quad K_z = \frac{e_{z\alpha}}{e_z}.$$

Расчетные коэффициенты искажения имеют дробные значения, неудобные для выполнения аксонометрических построений (0,82; 0,47 и т.д.).

Для построения на чертежах аксонометрических проекций пользуются так называемыми ПРИВЕДЕННЫМИ коэффициентами искажения, округленными до 1 или 0,5.

В зависимости от соотношения коэффициентов искажения аксонометрические проекции разделяются:

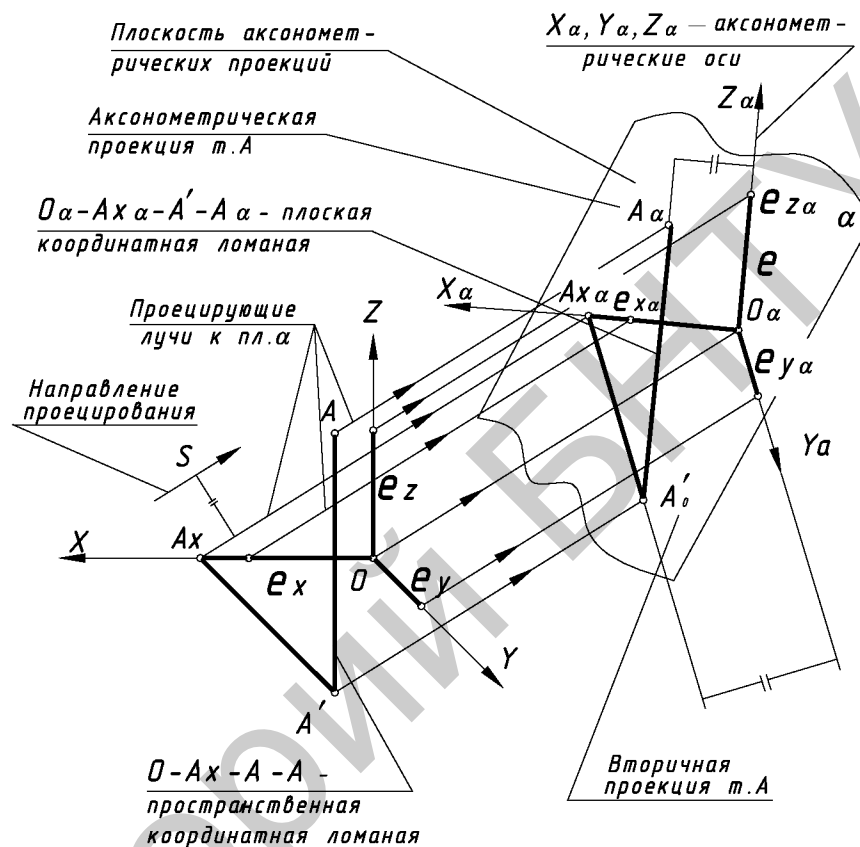


Рис. 4.115

а) на и з о м е т р и ч е с к и е , у которых все коэффициенты искажения равны, т.е. $K_x=K_y=K_z$ (i_{zos} – равный);

б) д и м е т р и ч е с к и е , у которых два коэффициента равны, т.е. $K_x=K_z$, а K_y им не равен (di – двойной);

в) т р и м е т р и ч е с к и е , у которых все коэффициенты разные, т.е. $K_x \neq K_y \neq K_z$ ($treis$ – три).

В зависимости от угла наклона проецирующих лучей к плоскости аксонометрий (угла проецирования) аксонометрические проекции разделяются:

а) на п р я м о у г о л ь н ы е – проецирующие лучи перпендикулярны аксонометрической плоскости проекций (угол проецирования равен 90°);

б) к о с о у г о л ь н ы е – проецирующие лучи не перпендикулярны аксонометрической плоскости проекций (угол проецирования не равен 90°).

Аксонометрических проекций можно получить бесконечное множество, как может быть бесконечно количество аксонометрических плоскостей проекций и направлений проецирования к ним.

Основная теорема аксонометрических проекций была сформулирована немецким геометром К. Польке: «Любые три отрезка на плоскости, выходящие из одной точки, могут быть приняты за параллельные проекции (то есть аксонометрические проекции) трех равных и взаимно перпендикулярных отрезков (аксонометрических осей) в пространстве».

Г. Шварц, немецкий математик, обобщил теорему К. Польке, доказав, что «любой полный четырехугольник на плоскости всегда является параллельной проекцией некоторого масштабного тетраэдра (пирамиды), имеющего равные и взаимно перпендикулярные ребра» (диагонали четырехугольника можно рассматривать как аксонометрические оси). Эту обобщенную теорему и называют теоремой К. Польке–Г. Шварца.

Стандартные аксонометрии. ГОСТ 2.317-69 «Аксонометрические проекции».

Математические (тригонометрические) расчеты величин коэффициентов искажения, углов между аксонометрическими осями, расположение и размеры больших и малых осей эллипсов здесь не рассматриваются [5–7].

В стандарте даны пять видов аксонометрических проекций:

1. Прямоугольная изометрия.
2. Прямоугольная диметрия.
3. Косоугольная фронтальная диметрия.
4. Косоугольная фронтальная изометрия.
5. Косоугольная горизонтальная изометрия.

В курсе начертательной геометрии рассматриваются первых три вида аксонометрических проекций.

Окружности на проекциях предметов проецируются на аксонометрическое изображение предмета в виде эллипсов. Различные графические способы построения четырехцентровых овалов, которыми заменяют эллипсы, окружности которых лежат в плоскостях, параллельных плоскостям проекций V , H и W , рассматриваются в учебниках по черчению и инженерной графике. Эллипсы,

окружности которых лежат в плоскостях, непараллельных плоскостям проекций, строятся на аксонометриях в основном по точкам, принадлежащих этим окружностям.

Прямоугольная изометрия

Для прямоугольных аксонометрий получена расчетная формула по коэффициентам искажения:

$$K_x^2 + K_y^2 + K_z^2 = 2, \quad (1)$$

т.е. сумма квадратов коэффициентов искажения равна двум [5–7].

В прямоугольной изометрии коэффициенты искажения равны, и по формуле (1) получается, что $K_x = K_y = K_z = 0,82$. Для построения прямоугольной изометрии пользуются п р и в е д е н н ы м и коэффициентами искажения, округленными до единицы, то есть $K_x = K_y = K_z = 1$.

Аксонометрическая плоскость прямоугольной изометрии равнонаклонена ко всем трем плоскостям проекций H , V и W и пересекает эти плоскости проекций по равностороннему треугольнику, который называют треугольником следов. Следовательно, аксонометрические оси прямоугольной изометрии являются высотами, биссектрисами и медианами этого треугольника, а точка O_a их пересечения является точкой начала аксонометрических координат. Как известно из геометрии, углы между высотами равностороннего треугольника равны 120° , следовательно, и углы между аксонометрическими осями также равны 120° .

На рис. 4.116 показано расположение аксонометрических осей в прямоугольной изометрии (ось Z всегда располагается вертикально), размеры и расположение больших и малых осей эллипсов и их построение одним из известных способов.

Большие оси AB всех трех эллипсов равны $1,22d$, где d – диаметр окружности, а малые оси EF эллипсов равны $0,71d$.

Ориентация больших и малых осей эллипсов относительно аксонометрических осей:

– э л л и п с 1 – аксонометрическая проекция окружности, лежащей на проекциях предмета в плоскости, параллельной плоскости проекций V : большая ось эллипса перпендикулярна аксонометрической оси Y , а малая ось совпадает с осью Y ;

– э л л и п с 2 – аксонометрическая проекция окружности, лежащей на проекциях предмета в плоскости, параллельной плоскости проекций H : большая ось эллипса перпендикулярна аксонометрической оси Z , а малая ось совпадает с осью Z ;

– э л л и п с 3 – аксонометрическая проекция окружности, лежащей на проекциях предмета в плоскости, параллельной плоскости проекций W : большая ось эллипса перпендикулярна аксонометрической оси X , а малая ось совпадает с осью X .

На рис. 4.116 показан один из способов построения четырехцентровых овалов, которыми на чертежах заменяют эллипсы в прямоугольной изометрии.

Графические действия для построения овалов следующие:

- провести две concentрические окружности, диаметры которых равны размерам большой и малой оси эллипса с центром в точке O_2 ;
- из двух центров в точках 1, лежащих на окружности большой оси, провести две большие дуги радиусами $R=1E$ и $R=1F$;
- из точек 1 провести прямые n через точки 2, лежащие на окружности малой оси;
- на пересечении проведенных дуг и прямых n получить точки 3, которые определяют окончание больших дуг;
- из двух центров в точках 2 провести две малые дуги радиусами $r=2A$ и $r=2B$ до точек 3.

Прямоугольная диметрия

В прямоугольной диметрии коэффициенты искажения по аксонометрическим осям X и Z равны между собой, а

коэффициент искажения по оси Y принят равным их половине. Отсюда по приведенной формуле 1 получены следующие величины коэффициентов искажения по аксонометрическим осям: $K_x = K_z = 0,94$, а $K_y = 0,47$. Для построения прямоугольной диметрии пользуются приведенными коэффициентами искажения, округленными и равными: $K_x = K_z = 1$, а $K_y = 0,5$.

Аксонометрические оси по математическим расчетам располагаются относительно горизонтальной линии следующим образом: ось Z расположена вертикально, ось X – под углом $7^\circ 10'$, ось Y – под углом $41^\circ 25'$.

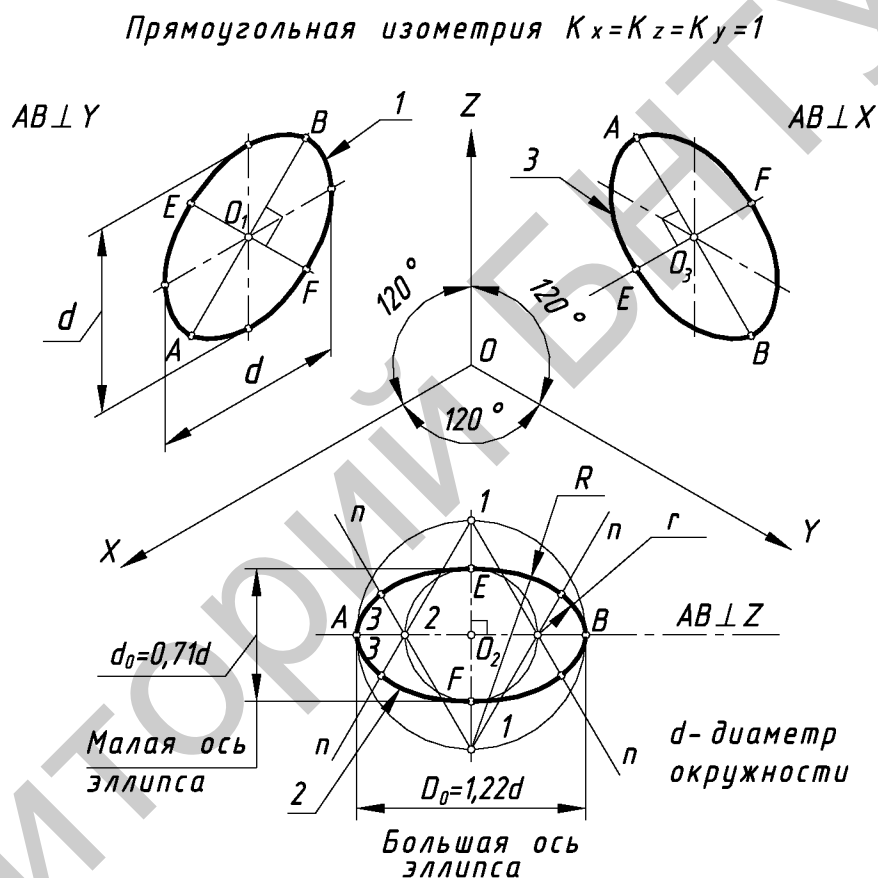


Рис. 4.116

На рис. 4.117 показано расположение аксонометрических осей и способ графического построения углов между осями, размеры и расположение больших и малых осей эллипсов и способы построения четырехцентровых овалов, заменяющих эллипсы на чертеже.

1. Графический способ построения аксонометрических осей на чертеже:

- провести горизонтальную линию и вертикальную ось Z и отметить на их пересечении точку O начала координат;

- отложить на горизонтальной линии от точки O влево (или вправо) 8 размерных единиц (8 раз по 10 мм) и провести вертикальную линию;

- от конечной точки отложить вниз 1 размерную единицу, а вверх 7 размерных единиц;

- через конечные точки вертикальных отрезков и точку O провести аксонометрические оси X и Y .

Большие оси AB всех трех эллипсов равны $1,06d$, а величины малых осей EF эллипсов следующие:

- малая ось эллипса 1 равна $0,95d$;

- малые оси эллипсов 2 и 3 равны $0,35d$.

Ориентация больших и малых осей эллипсов относительно аксонометрических осей:

- эллипс 1 – аксонометрическая проекция окружности, лежащей на проекциях предмета в плоскости, параллельной плоскости проекций V : большая ось эллипса перпендикулярна оси Y , а малая ось эллипса совпадает с осью Y ;

- эллипс 2 – проекция окружности, лежащей в плоскости, параллельной плоскости проекций H : большая ось эллипса перпендикулярна оси Z , а малая ось совпадает с осью Z ;

Прямоугольная диметрия: $K_x = K_z = 1$; $K_y = 0,5$

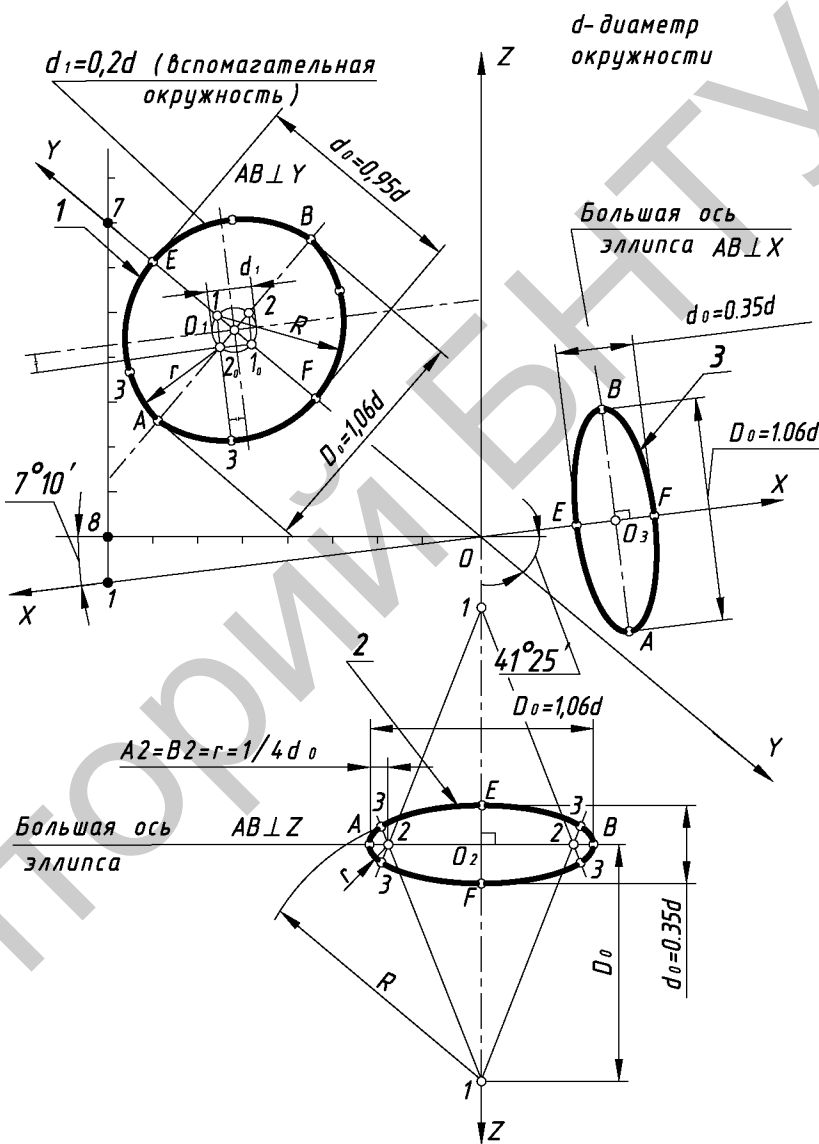


Рис. 4.117

– эллипс 3 – проекция окружности, лежащей в плоскости, параллельной плоскости проекций W : большая ось эллипса перпендикулярна оси x , а малая ось совпадает с осью x .

2. Графические действия для построения овала 1 с центром в точке O_1 :

– отложить на прямой, перпендикулярной оси y , отрезок AB , равный размеру большой оси эллипса $D_o = 1,06d$;

– отложить на оси y отрезок EF , равный размеру малой оси эллипса $d_o = 0,95d$;

– из точки O_1 провести окружность $d_1 = 0,2d$, которая пересечет малую ось эллипса в точках 1 и 1_о, а большую ось – в точках 2 и 2_о;

– из полученных точек 1 и 1_о провести дуги радиусами R от точки 1 до точки F и от точки 1_о до точки E ; из точек 2 и 2_о провести дуги радиусами r от точки 2 до точки A и от точки 2 до точки B ;

– дуги проводить до точек сопряжения 3 (построение показано).

3. Графические действия для построения овала 2 с центром в точке O_2 :

– отложить на горизонтальной прямой, перпендикулярной оси z , отрезок AB , равный размеру большой оси эллипса $1,06d$;

– отложить на продолжении оси z отрезок EF , равный размеру малой оси $0,35d$;

– построить точки 1, отложив от точки O_2 вверх и вниз по оси z отрезки O_2-1 , равные большой оси эллипса $D_o = 1,06d$;

– построить точки 2 на большой оси, отложив от точек A и B отрезки $A-2$ и $B-2$, равные $1/4$ малой оси эллипса d_o ;

– из полученных точек 1 провести две большие дуги радиусом $R = D_o + 1/2d_o$, а из точек 2 – две малые дуги радиусом $r = 1/4d_o$;

– дуги проводить до точек сопряжения 3 (построение показано).

Построение овала 3 выполняется аналогично (большая ось $AB \perp x$).

Косоугольная (фронтальная) диметрия

В качестве аксонометрической плоскости проекций здесь взята плоскость, параллельная плоскости проекций V . Поэтому на аксонометрии сохраняется угол 90° между аксонометрическими осями x и z , а ось y располагают под углом 45° к горизонтальной прямой.

Приведенные коэффициенты искажения по аксонометрическим осям:

по осям x и z : $K_x = K_z = 1$, а по оси y : $K_y = 0,5$.

На рис. 4.118 показано расположение аксонометрических осей в косоугольной диметрии, размеры и расположение больших и малых осей эллипсов и графический способ построения овалов.

Окружности на проекциях предмета, лежащие в плоскостях, параллельных плоскости проекций V , проецируются на аксонометрическое изображение в виде окружностей, т.е. не искажаются, так как параллельны плоскости аксонометрических проекций.

Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных плоскостям проекций H и W , проецируются на аксонометрическое изображение в виде эллипсов, большие оси AB которых равны $1,07d$, а малые оси EF равны $0,33d$.

Расположение больших и малых осей эллипсов относительно аксонометрических осей:

- эллипс 2 – большая ось AB расположена под углом $7^\circ 14'$ к горизонтальной линии и наклонена в сторону аксонометрической оси u ; малая ось EF перпендикулярна большой оси эллипса;

- эллипс 3 – большая ось AB расположена под углом $7^\circ 14'$ к вертикальной линии и наклонена в сторону аксонометрической оси y ; малая ось EF перпендикулярна большой оси эллипса.

Графическое построение двух одинаковых овалов 2 и 3, заменяющих эллипсы на чертежах, аналогичны построениям овалов для прямоугольной диметрии.

Косоугольная диметрия: $K_x = K_z = 1$; $K_y = 0,5$ (фронтальная диметрия)

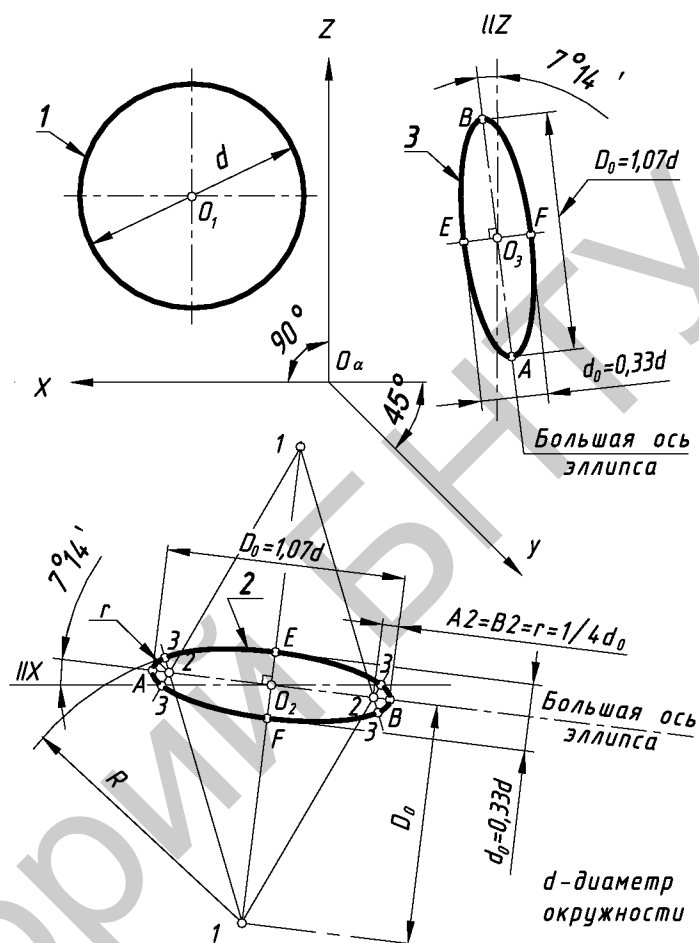


Рис. 4.118

Примеры построения аксонометрических проекций

На рис. 4.119 показан пример построения аксонометрической проекции правильной треугольной пирамиды со срезом фронтально-проецирующей плоскостью $\beta(\beta_V)$ в прямоугольной диметрии.

Построение аксонометрии пирамиды выполняется по предлагаемому графическому алгоритму.

1-е действие. Отнести пирамиду к системе прямоугольных координат x, y и z , оси которой параллельны осям натуральной системы координат, но проходят через высоту пирамиды (ось z) и ее основание (оси x и y).

2-е действие. Определить в принятой системе координат на проекциях пирамиды координаты x, y и z отмеченных точек 1, 2, 3, лежащих на ребрах пирамиды, и точек ABC – вершин основания пирамиды.

3-е действие. На свободном поле чертежа провести аксонометрические оси прямоугольной диметрии из произвольной точки O : ось z – вертикально, ось x – под углом $7^\circ 10'$, а ось y – под углом $41^\circ 25'$ к горизонтальной линии (использовать графический способ построения аксонометрических осей).

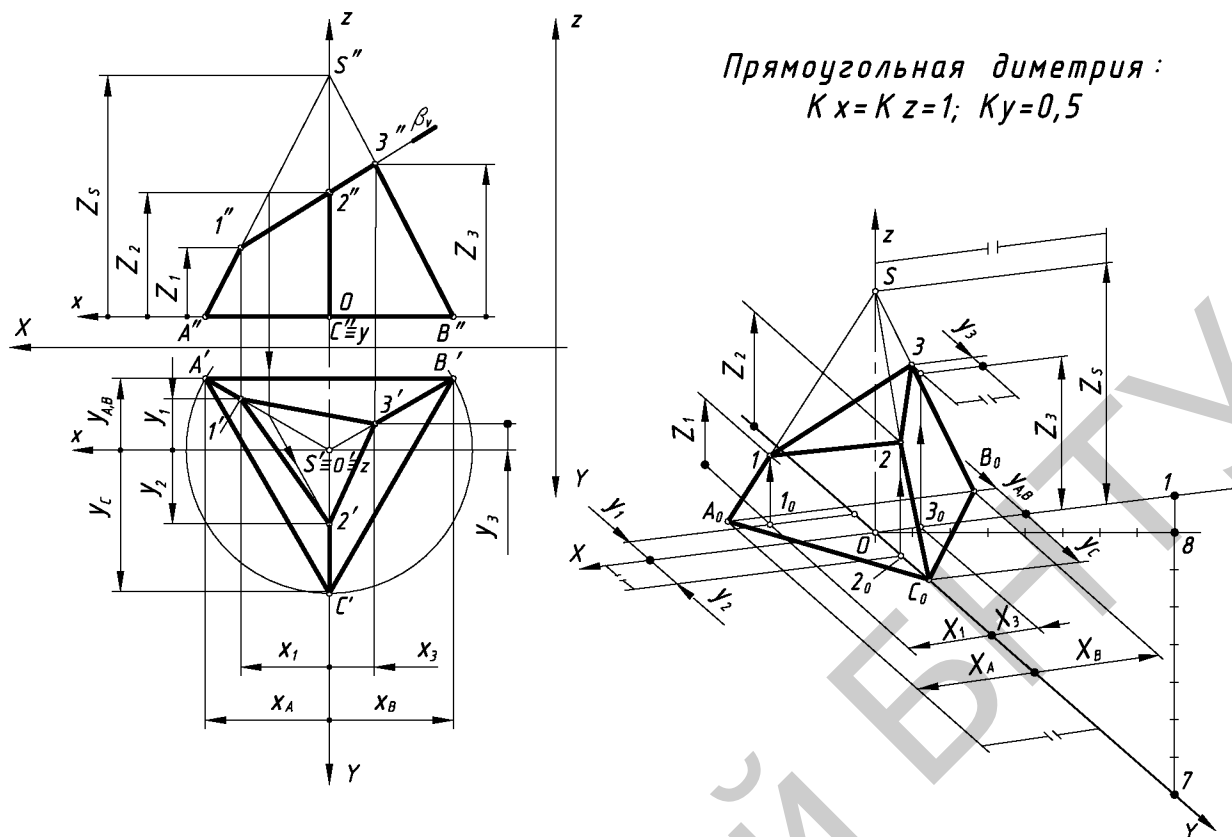


Рис. 4.119

4-е действие. Построить тонкими линиями аксонометрическую проекцию пирамиды без среза.

1. Построить аксонометрическое изображение основания пирамиды $A_0B_0C_0$ по координатным ломаным этих точек (основание лежит в системе осей XOY и называется вторичной проекцией):

- точка A_0 : координатная ломаная X_A-Y_A ;
- точка B_0 : координатная ломаная X_B-Y_B ;
- точка C_0 : Y_C .

!!! Координатные отрезки параллельны соответствующим аксонометрическим осям.

2. Построить по координате Z_S на аксонометрической оси Z проекцию вершины пирамиды и соединить вершину S с точками основания $A_0B_0C_0$ ребрами, то есть построить аксонометрию пирамиды.

5-е действие. Достроить срез на аксонометрии пирамиды, построив на ребрах пирамиды по координатам x , y и z аксонометрические проекции отмеченных точек 1, 2 и 3 по соответствующим плоским координатным ломаным:

- точка 1 на ребре SA_0 : координатная ломаная $X_1-Y_1-Z_1$;
- точка 2 на ребре SC_0 : Y_2-Z_2 ;
- точка 3 на ребре SB_0 : $X_3-Z_3-Y_3$.

6-е действие. Оформить аксонометрию пирамиды, выполнив толстыми линиями ее видимый контур (оставить тонкими линиями полную проекцию пирамиды, невидимые линии и линии построения).

На рис. 4.120 показан пример построения аксонометрической проекции конуса со срезами двумя фронтально-проецирующими плоскостями (в сечении плоскостью α – треугольник со сторонами-образующими, в сечении плоскостью β – эллипс) в прямоугольной изометрии.

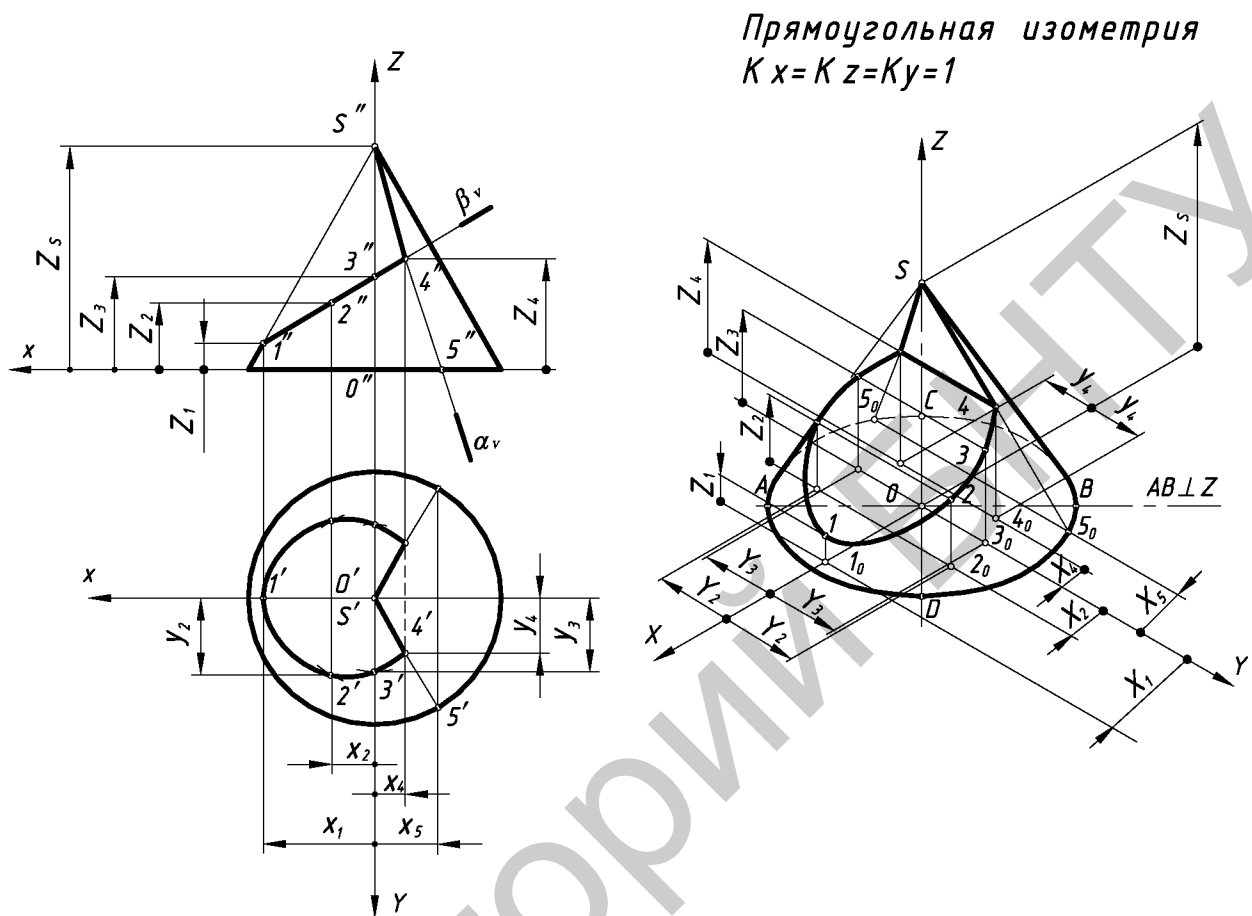


Рис. 4.120

Графические действия для построения аксонометрии конуса соответствуют предложенному алгоритму для построения аксонометрии пирамиды:

1-е действие. Отнести конус к такой же системе прямоугольных координат x , y и z (ось z совпадет с высотой конуса, оси x и y проходят по основанию конуса).

2-е действие. Определить координаты x , y и z для точек 1, 2, 3 и 4 на поверхности конуса для построения сечений на его аксонометрии.

3-е действие. На свободном поле чертежа отметить точку O начала аксонометрических координат и провести оси прямоугольной изометрии под углами 120° с вертикальной осью z .

4-е действие. Построить аксонометрическую проекцию конуса без срезов:

1. Построить эллипс основания конуса с центром в точке O , большая ось которого перпендикулярна аксонометрической оси z , так как окружность основания конуса лежит в горизонтальной плоскости (см. графическое построение овала 2 на рис. 4.116).

2. Построить вершину конуса, точку S , на оси z по ее координате z_s и провести две касательные к эллипсу через вершину S .

5-е действие. Достроить срез на аксонометрии конуса, построив аксонометрические проекции отмеченных точек 1, 2, 3 и 4 по соответствующим плоским координатным ломаным:

- точка 1: координатная ломаная x_1-z_1 ;
- точки 2: координатная ломаная $x_2-y_2-z_2$;
- точки 3: координатная ломаная y_3-z_3 ;
- точки 4: координатная ломаная $x_4-y_4-z_4$ (лежат на образующих $S-5_0$);
- соединить построенные точки соответствующими линиями (участок эллипс и треугольник).

6-е действие. Оформить чертеж аксонометрии конуса, выполнив толстыми линиями ее видимый контур (оставить тонкими линиями полный контур пирамиды, невидимые линии и линии построения).

Образцы выполнения листов 11 и 12 с задачами 18 и 19 даны на рис. 4.121 и 4.122.

Задача 18. Построить аксонометрическую проекцию пирамиды в прямоугольной или косоугольной аксонометрии.

Графическое условие задачи 18 – пирамида задачи 8 (табл. 4.5, лист 4).

Задачу выполнить на формате А3 белой чертежной бумаги.

Задача 19. Построить аксонометрическую проекцию цилиндра в прямоугольной изометрии.

Графическое условие задачи 19 – цилиндр задачи 9 (табл. 4.6, лист 5).

Задачу выполнить на формате А3 белой чертежной бумаги.

Образец выполнения аксонометрической проекции пирамиды со срезом и сквозным пазом показан на рис. 4.121 (лист 11).

На поле чертежа слева выполнить две проекции заданной пирамиды, а справа – ее аксонометрическое изображение в прямоугольной диметрии.

Плоскости среза и плоскости паза пересекают поверхность пирамиды по ломаными линиям.

Построение аксонометрии выполняется по предложенному графическому алгоритму.

1-е действие. Отнести пирамиду к системе прямоугольных координат x, y и z .

2-е действие. Определить в принятой системе координат на проекциях пирамиды координаты x, y и z отмеченных точек 1, 2, 4 и 5, лежащих на боковой поверхности пирамиды, и точек А, В, С, 3 и 6, лежащих на основании пирамиды.

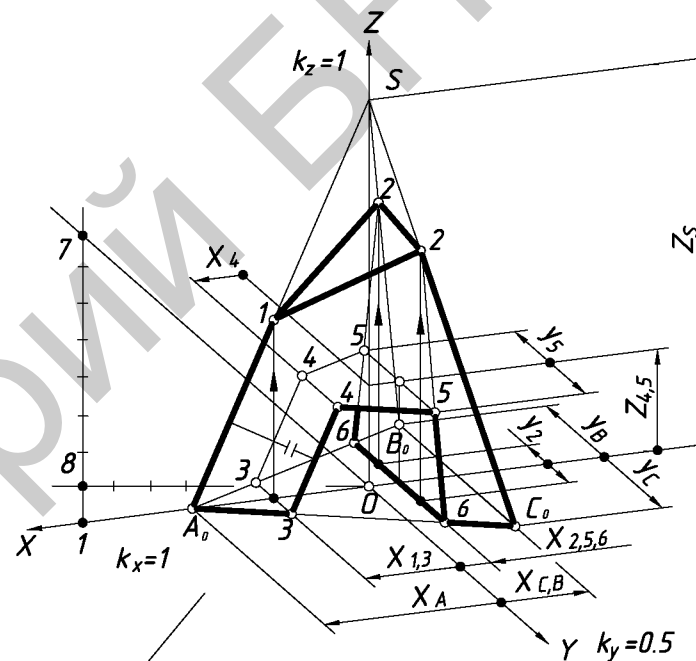
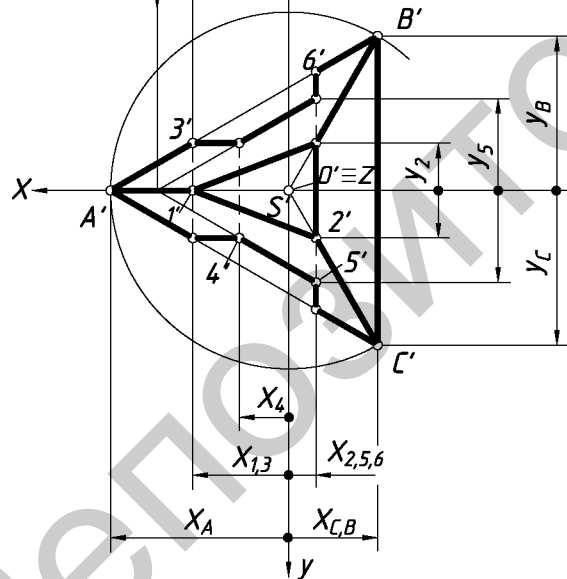
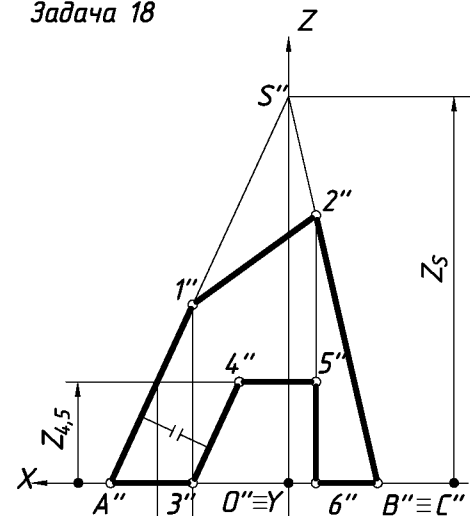
3-е действие. На свободном поле чертежа справа отметить точку О начала аксонометрических координат и провести оси прямоугольной диметрии (использовать графический способ построения).

4-е действие. Построить тонкими линиями полную аксонометрию пирамиды без среза и паза:

1. Построить аксонометрическое изображение основания пирамиды $A_0B_0C_0$ и проекции точек 3 и 6, лежащих на основании пирамиды, по координатным ломаными этих точек.

2. Построить на аксонометрической оси z вершину пирамиды точку S по координате z_s и соединить вершину с вершинами основания.

Задача 18



Прямоугольная диметрия

БНТУ	Графическая работа № 11				
Разработал				Лист 11	Вар.
Рецензент				Гр.	

Рис. 4.121

5-е действие. Достроить срез и паз на аксонометрии пирамиды, построив аксонометрические проекции отмеченных точек 1, 2, 4 и 5 по соответствующим координатным ломаным (отрезки 4-3 параллельны ребру SA_0).

6-е действие. Оформить аксонометрию пирамиды, выполнив толстыми сплошными основными линиями ее видимый контур (тонкими линиями оставить полную проекцию пирамиды, невидимый контур и линии построения).

Образец выполнения аксонометрической проекции цилиндра с пазом и срезом показан на рис. 4.122 (лист 12).

На поле чертежа слева выполнить две проекции цилиндра со сквозным пазом и срезом, а справа – его аксонометрическое изображение в прямоугольной изометрии.

Профильные плоскости паза пересекают поверхность цилиндра по образующим, фронтально-проецирующая плоскость паза – по участкам эллипса, горизонтальная плоскость нижнего среза – по окружности.

Графический алгоритм для построения аксонометрии цилиндра аналогичен предыдущему.

1-е действие. Отнести цилиндр к системе прямоугольных координат x , y и z (ось z совпадает с осью вращения цилиндра, оси x и y проходят по нижнему основанию).

2-е действие. Определить в принятой системе координат на проекциях цилиндра координаты отмеченных точек 1-9.

3-е действие. На свободном поле чертежа справа отметить точку O начала аксонометрических координат и провести аксонометрические оси прямоугольной изометрии.

4-е действие. Построить тонкими линиями полную аксонометрию цилиндра без паза и среза:

1. В точке O нижнего основания и в точке O_2 верхнего основания, лежащей на оси z на высоте цилиндра z_u , построить два эллипса, большие оси которых перпендикулярны оси z (построение овала см. на рис. 4.116).

2. Провести две образующие цилиндра через конечные точки больших осей эллипсов.

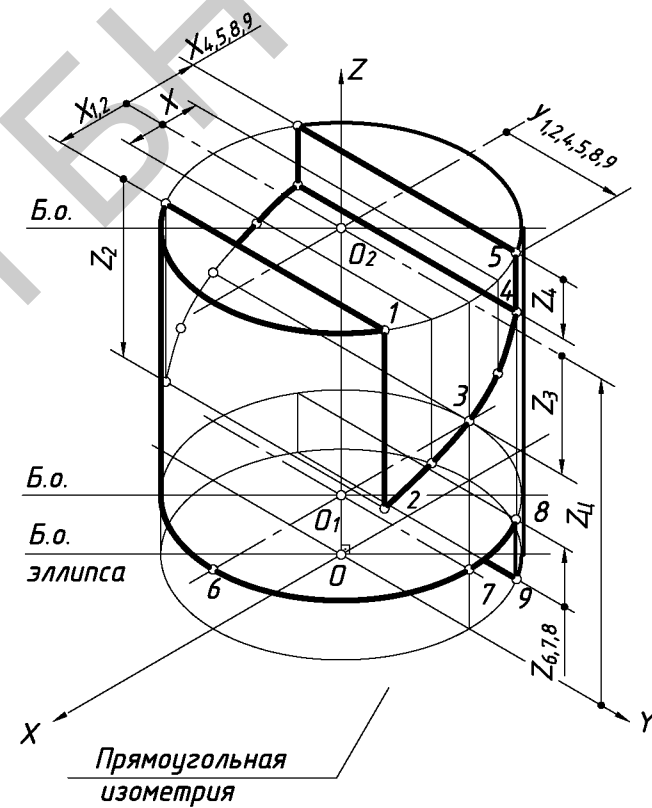
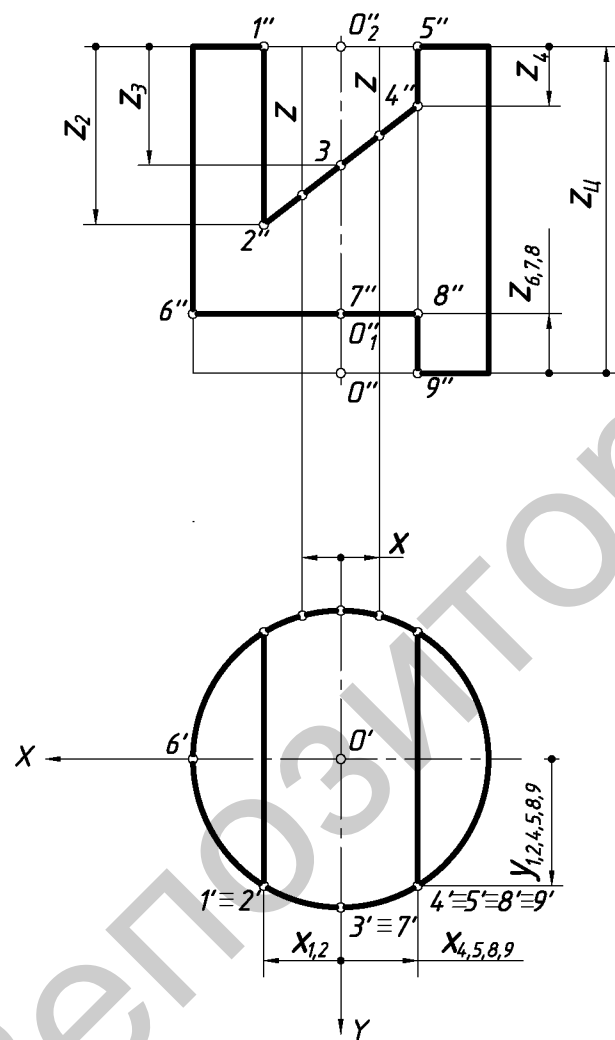
5-е действие. Достроить паз и срез на аксонометрии, построив аксонометрические проекции отмеченных точек.

1. Построить паз по координатным ломаным точек 1, 2, 3, 4 и 5.

2. Достроить с центром в точке O_1 эллипс в горизонтальной плоскости нижнего среза и определить положение точек 6, 7 и 8, лежащих на этом эллипсе, и положение точек 9, лежащих на нижнем основании цилиндра.

6-е действие. Оформить аксонометрию цилиндра, выполнив толстыми линиями ее видимый контур (оставить тонкими линиями полную проекцию цилиндра, невидимый контур и линии построения).

Задача 19



БНТУ	Графическая работа № 11				
Разработал				Лист 12	Вар.
Рецензент				Гр.	

Рис. 4.122

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Учебники

1. Бубенников, А.В. Начертательная геометрия / А.В. Бубенников, М.Я. Громов. – М., 1985.
2. Винницкий, И.Г. Начертательная геометрия / И.Г. Винницкий. – М.: Высшая школа, 1975. – 208 с.: ил.
3. Виноградов, В.Н. Начертательная геометрия: учебник / В.Н. Виноградов. – 3-е изд., перераб. и доп. – Минск: Амалфея, 2001. – 368 с.
4. Галиченко, К.Я. Начертательная геометрия: учебник для втузов / К.Я. Галиченко, К.К. Ляшевич. – Минск, 1976. – 306 с.: ил.
5. Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии: учебное пособие для втузов / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский; под ред. В.О. Гордона. – 26-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2004. – 272 с.: ил.
6. Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский. – М.: Машиностроение, 1999. – 288 с.
7. Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии: учебное пособие / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский; под ред. Ю.Б. Иванова. – 23-е изд., перераб. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 272 с.
8. Короев, Ю.И. Начертательная геометрия: учебник для вузов / Ю.И. Короев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Архитектура-С, 2007. – 424 с.: ил.
9. Локтев, О.В. Краткий курс начертательной геометрии / О.В. Локтев. – 3-е изд., исправл. – М.: Высшая школа, 1999. – 136 с.: ил.
10. Нартова, Л.Г. Современный курс начертательной геометрии / Л.Г. Нартова. – М., 1996.
11. Начертательная геометрия / Н.Н. Крылов [и др.]. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1977. – 231 с.: ил.
12. Начертательная геометрия: учебник для вузов / Н.Н. Крылов [и др.]; под ред. Н.Н. Крылова. – 8-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 2002. – 224 с.: ил.
13. Начертательная геометрия / Н.Ф. Четверухин [и др.]. – М., 1963.
14. Павлова, А.А. Начертательная геометрия / А.А. Павлова. – М.: Гуманитарный издательский центр «ВЛАДОС», 1999. – 301 с.: ил.
15. Тарасов, Б.Ф. Начертательная геометрия / Б.Ф. Тарасов, Л.А. Дудкин, С.О. Немолотов. – СПб.: Изд-во «Лань», 2001. – 256 с.: ил. – (Учебники для вузов. Спец. литература).
16. Фролов, С.А. Курс начертательной геометрии. – М., 1983.
17. Фролов, С.А. Начертательная геометрия: учебник. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2007. – 286 с.: ил.
18. Чекмарев, А.А. Начертательная геометрия и черчение: учебник для студентов высших учебных заведений / А.А. Чекмарев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Гуманитарный издательский центр «ВЛАДОС», 2003. – 472 с.: ил.

Сборники задач

19. Бубенников, А.В. Сборник задач по начертательной геометрии / А.В. Бубенников, М.Я. Громов. – М., 1963.

20. Георгиевский, О.В. Начертательная геометрия: сборник задач с решением типовых примеров / О.В. Георгиевский. – М.: АСТ, Астрель, 2006. – 101 с.: ил.
21. Гордон, В.О. Сборник задач по курсу начертательной геометрии / В.О. Гордон, Ю.Б. Иванов, Т.Е. Солнцева. – М.: Машиностроение, 1998.
22. Засов, В.Д. Задачник по начертательной геометрии / В.Д. Засов, Г.С. Иконникова, Н.Н. Крылов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1984.
23. Локтев, О.В. Задачник по начертательной геометрии / О.В. Локтев, П.А. Числов. – М.: Высшая школа, 1997. – 103 с.: ил.
24. Пеклич, В.А. Задачи по начертательной геометрии / В.А. Пеклич. – М.: Высшая школа, 1997.
25. Посвянский, А.Д. Сборник задач по начертательной геометрии / А.Д. Посвянский, Н.Н. Рыжов. – М., 1963.
26. Фролов, С.А. Сборник задач по начертательной геометрии / С.А. Фролов. – М., 1980.
27. Чекмарев, А.А. Задачи и задания по инженерной графике: учебное пособие для вузов / А.А. Чекмарев. – 2-е изд., стереотип. – М.: Академия, 2007. – 123 с.

Дополнительная литература

28. Александрович, З.И. Черчение: учебное пособие для подготовительных отделений вузов / З.И. Александрович, И.А. Зенюк, В.С. Якубенко. – Минск: Высшая школа, 1983. – 228 с.: ил.
29. Бабулин, Н.А. Построение и чтение машиностроительных чертежей: учебник / Н.А. Бабулин. – 12-е изд, доп. – М.: Высшая школа, 2005. – 453 с.: ил.
30. Вольхин, К.А. Начертательная геометрия: электронное учебное пособие / К.А. Вольхин; Новосиб. гос. тех. ун-т. – Новосибирск, 2003 (<http://graph.power.nstu.ru/Wolhin/unm/Graphbook/index/htm>)
31. Кунву, Ли. Основы САПР (CAD/CAM/CAE) / Ли Кунву. – СПб.: Питер, 2004. – 560 с.
32. Манцветова, И.В. Проекционное черчение с задачами / И.В. Манцветова [и др.]. – М.: Машиностроение, 1978.
33. Петров, М.П. Компьютерная графика: учебное пособие / М.П. Петров, В.П. Молочков. – СПб.: Питер, 2003. – 316 с.
34. Стеллман, Т. Освоение AutoCAD 2004 / Т. Стеллман. – Изд-во «Вильямс», 2004. – 1184 с.
35. Чекмарев, А.А. Инженерная графика: учебник для вузов / А.А. Чекмарев. – 7-е изд. стереотип. – М.: Высшая школа, 2006 – 364 с.
36. Чекмарев, А.А. Справочник по машиностроительному черчению / А.А. Чекмарев, В.К. Осипов. – 8-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2008. – 493 с.: ил.
37. Шабeka, Л.С. Начертательная геометрия: методические указания по курсу «Начертательная геометрия и черчение» для студентов машиностроительных специальностей / Л.С. Шабeka. – Минск: БПИ, 1984. – 88 с.

Примечание: можно пользоваться указанными учебниками и сборниками задач и других лет издания, а также учебниками и сборниками по начертательной геометрии других авторов.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.	3
1. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.	4
1.1. Учебные задачи начертательной геометрии.	4
1.2. Тематический план курса начертательной геометрии.	4
1.3. Общие методические рекомендации к изучению курса начертательной геометрии.	8
2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ И ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НА РЕЦЕНЗИРОВАНИЕ ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ.	8
2.1. Перечень графических работ для самостоятельного изучения курса.	8
2.2. Оформление и представление графических работ.	10
2.3. Порядок рецензирования.	13
3. ОБЩИЕ ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ ЧЕРТЕЖЕЙ В СООТВЕТСВИИ СО СТАНДАРТАМИ ЕСКД.	14
3.1. Форматы – ГОСТ 2.301-68.	14
3.2. Масштабы – ГОСТ 2.302-68.	15
3.3. Линии – ГОСТ 2.303-68.	15
3.4. Шрифты чертежные – ГОСТ 2.3304-81.	16
3.5. Нанесение размеров – ГОСТ 2.307-68.	20
3.6. Чертежные материалы, принадлежности и инструменты.	23
4. ГРАФИЧЕСКИЕ РАБОТЫ: СОДЕРЖАНИЕ ИЗУЧАЕМЫХ ТЕМ, ТАБЛИЧНЫЕ И ГРАФИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ПО ВАРИАНТАМ, МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ, ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ.	24
4.1. Графическая работа № 1 (лист 1, задачи 1 и 2): образование проекций; проекция точки и прямой; взаимное положение прямых; плоскость; пересечение прямой и плоскости; пересечение плоскостей; теорема о проецировании прямого угла.	24
4.2. Графическая работа № 2 (лист 2, задачи 3 и 4): перпендикулярность прямой и плоскости.	56
4.3. Графическая работа № 3 (лист 3, задачи 5 и 6): преобразование чертежа способами замены (перемены) плоскостей проекций, вращением вокруг проецирующей оси и линии уровня, плоскопараллельным перемещением (переносом).	64
4.4. Графическая работа № 4 (лист 4, задачи 7 и 8): поверхности; многогранники – призма, пирамида.	80
4.5. Графическая работа № 5 (лист 5, задачи 9 и 10): поверхности; поверхности вращения – цилиндр и конус.	101

4.6. Графическая работа № 6 (лист 6, задачи 11 и 12): поверхности; поверхности вращения – шар и тор.	127
4.7. Графическая работа № 7 (лист 7, задача 13): геометрические тела; комбинированное геометрическое тело.	150
4.8. Графическая работа № 8 (лист 8, задача 14): сечение поверхности плоскостью общего положения.	161
4.9. Графическая работа № 9 (лист 9, задачи 15 и 16): пересечение поверхностей.	171
4.10. Графическая работа № 10 (лист 10, задача 17): развертки поверхностей.	196
4.11. Графическая работа № 11 (листы 11 и 12, задачи 18 и 19): аксонометрические проекции.	210
Список рекомендуемой литературы.	225

Учебное издание

БЕЛЯКОВА Евгения Ивановна
ЗЕЛЁНЫЙ Петр Васильевич

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ.
КРАТКИЙ КУРС
ПО ТЕМАМ ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

Учебное пособие

Редактор Л.Н. Шалаева
Компьютерная верстка Н.А. Школьниковой

Подписано в печать 15.04.2009.

Формат 60×84¹/₈. Бумага офсетная.

Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 26,6. Уч.-изд. л. 10,41. Тираж 800. Заказ 1057.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусский национальный технический университет.

ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009.

Проспект Независимости, 65. 220013, Минск.